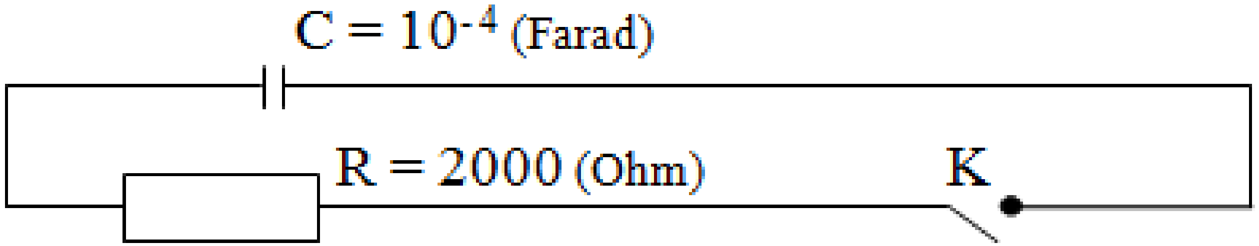
Exercice 4 :



A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.

Le condensateur, initialement chargé, se décharge dans le circuit.

On admet que la vitesse de variation de la tension est proportionnelle (coefficient de proportionnalité $\frac{-1}{RC}$) à la tension,

et que u(0) = 12 (Volt).

A partir de quel instant t_1 la tension est-elle inférieure à 0,1 V ?

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\frac{-1}{RC}$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\frac{-1}{RC}$

u'(t) = a u(t)

la vitesse de variation de la tension u'(t)

est proportionnelle

(coefficient de proportionnalité $\frac{-1}{RC}$)

à la tension u(t)

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\dfrac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\, u(t)$ ⟹ solution $u(t) = k\, e^{at}$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\frac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\,u(t) \Rightarrow$ solution $u(t) = k\,e^{at}$

$u(0) = 12 \Leftrightarrow k\,e^{a(0)} = 12 \Leftrightarrow k \times 1 = 12$

$\Leftrightarrow k = 12 \Rightarrow u(t) = 12\,e^{at}$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\frac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\,u(t)$ ⟹ solution $u(t) = k\,e^{at}$

$u(0) = 12$ ⟺ $k\,e^{a(0)} = 12$ ⟺ $k \times 1 = 12$

⟺ $k = 12$ ⟹ $u(t) = 12\,e^{at}$

$u(t) < 0{,}1$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\dfrac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\,u(t) \Longrightarrow$ solution $u(t) = k\,e^{at}$

$u(0) = 12 \iff k\,e^{a(0)} = 12 \iff k \times 1 = 12$

$\iff k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\,e^{at}$

$u(t) < 0{,}1 \iff 12\,e^{at} < 0{,}1$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\dfrac{-1}{RC}$

$$u'(t) = a\,u(t) \Longrightarrow \text{solution } u(t) = k\,e^{at}$$

$$u(0) = 12 \Longleftrightarrow k\,e^{a(0)} = 12 \Longleftrightarrow k \times 1 = 12$$

$$\Longleftrightarrow k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\,e^{at}$$

$$u(t) < 0{,}1 \Longleftrightarrow 12\,e^{at} < 0{,}1 \Longleftrightarrow e^{at} < \frac{0{,}1}{12}$$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\frac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\,u(t) \Longrightarrow$ solution $u(t) = k\,e^{at}$

$u(0) = 12 \iff k\,e^{a(0)} = 12 \iff k \times 1 = 12$

$\iff k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\,e^{at}$

$u(t) < 0{,}1 \iff 12\,e^{at} < 0{,}1 \iff e^{at} < \frac{0{,}1}{12}$

$\iff \ln(e^{at}) < \ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\dfrac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\,u(t) \Longrightarrow$ solution $u(t) = k\,e^{at}$

$u(0) = 12 \Longleftrightarrow k\,e^{a(0)} = 12 \Longleftrightarrow k \times 1 = 12$

$\Longleftrightarrow k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\,e^{at}$

$u(t) < 0{,}1 \Longleftrightarrow 12\,e^{at} < 0{,}1 \Longleftrightarrow e^{at} < \dfrac{0{,}1}{12}$

$\Longleftrightarrow \ln(e^{at}) < \ln\left(\dfrac{0{,}1}{12}\right)$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\dfrac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\, u(t) \Longrightarrow$ solution $u(t) = k\, e^{at}$

$u(0) = 12 \Longleftrightarrow k\, e^{a(0)} = 12 \Longleftrightarrow k \times 1 = 12$

$\Longleftrightarrow k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\, e^{at}$

$u(t) < 0{,}1 \Longleftrightarrow 12\, e^{at} < 0{,}1 \Longleftrightarrow e^{at} < \dfrac{0{,}1}{12}$

$\Longleftrightarrow \ln\left(e^{at}\right) < \ln\left(\dfrac{0{,}1}{12}\right) \Longleftrightarrow at < \ln\left(\dfrac{0{,}1}{12}\right)$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\dfrac{-1}{RC}$

$$u'(t) = a\,u(t) \Longrightarrow \text{solution } u(t) = k\,e^{at}$$

$$u(0) = 12 \iff k\,e^{a(0)} = 12 \iff k \times 1 = 12$$

$$\iff k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\,e^{at}$$

$$u(t) < 0{,}1 \iff 12\,e^{at} < 0{,}1 \iff e^{at} < \frac{0{,}1}{12}$$

$$\iff \ln(e^{at}) < \ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right) \iff at < \ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)$$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\iff t > \frac{\ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)}{a}$$

division par le négatif a

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\frac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\, u(t) \Longrightarrow$ solution $u(t) = k\, e^{at}$

$u(0) = 12 \Longleftrightarrow k\, e^{a(0)} = 12 \Longleftrightarrow k \times 1 = 12$

$\Longleftrightarrow k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\, e^{at}$

$u(t) < 0{,}1 \Longleftrightarrow 12\, e^{at} < 0{,}1 \Longleftrightarrow e^{at} < \frac{0{,}1}{12}$

$\Longleftrightarrow \ln\left(e^{at}\right) < \ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right) \Longleftrightarrow at < \ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\Longleftrightarrow t > \frac{\ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)}{a} = \frac{\ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)}{\frac{-1}{RC}}$$

division par le négatif a

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\dfrac{-1}{RC}$

$$u'(t) = a\,u(t) \Longrightarrow \text{solution } u(t) = k\,e^{at}$$

$$u(0) = 12 \Longleftrightarrow k\,e^{a(0)} = 12 \Longleftrightarrow k \times 1 = 12$$

$$\Longleftrightarrow k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\,e^{at}$$

$$u(t) < 0{,}1 \Longleftrightarrow 12\,e^{at} < 0{,}1 \Longleftrightarrow e^{at} < \frac{0{,}1}{12}$$

$$\Longleftrightarrow \ln(e^{at}) < \ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right) \Longleftrightarrow at < \ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)$$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0\,;+\infty[$

$$\Longleftrightarrow t > \frac{\ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)}{a} = \frac{\ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)}{\frac{-1}{RC}} = -RC\ln\left(\frac{0{,}1}{12}\right)$$

division par le négatif a

Exercice 4 : a = coeff. de proportionnalité = $\frac{-1}{RC}$

$u'(t) = a\,u(t) \Longrightarrow$ solution $u(t) = k\,e^{at}$

$u(0) = 12 \Longleftrightarrow k\,e^{a(0)} = 12 \Longleftrightarrow k \times 1 = 12$

$\Longleftrightarrow k = 12 \Longrightarrow u(t) = 12\,e^{at}$

$u(t) < 0,1 \Longleftrightarrow 12\,e^{at} < 0,1 \Longleftrightarrow e^{at} < \frac{0,1}{12}$

$\Longleftrightarrow \ln(e^{at}) < \ln\left(\frac{0,1}{12}\right) \Longleftrightarrow at < \ln\left(\frac{0,1}{12}\right)$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\Longleftrightarrow t > \frac{\ln\left(\frac{0,1}{12}\right)}{a} = \frac{\ln\left(\frac{0,1}{12}\right)}{\frac{-1}{RC}} = -RC\ln\left(\frac{0,1}{12}\right)$$

division par le négatif a

$\Longleftrightarrow \boxed{t > \approx 0,9575 \text{ (s)}}$

Exercice 5 :

x désigne le nombre de jours de mise sur le marché d'un nouveau produit.

$f(x) = (20x + 100) e^{-0,01x}$

désigne le nombre d'articles achetés.

1°) Quel jour vendra-t-on un maximum d'articles ?

2°) Quel est le minimum d'articles achetés ?

3°) A partir de quel jour on en vendra moins que le premier jour ?

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100) e^{- 0,01 x}$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100) e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u' v + u v'$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01\,x}$

$$f'(x) = (u \times v)' = u'\, v + u\, v'$$

$$= 20\, e^{-0,01\,x} + (20x + 100)\, (e^{w})'$$

$$= 20\, e^{-0,01\,x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$$

$$= 20\, e^{-0,01\,x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (- 0,01)$$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0,01)$

$= (20 - 0,01\,(20x + 100))\, e^{-0,01x}$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0,01)$

$= (20 - 0,01\,(20x + 100))\, e^{-0,01x}$

$= (20 - 0,2x - 1)\, e^{-0,01x}$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, (e^{w})'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0,01)$

$= (20 - 0,01\, (20x + 100))\, e^{-0,01x}$

$= (20 - 0,2x - 1)\, e^{-0,01x} = (-0,2x + 19)\, e^{-0,01x}$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0{,}01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0{,}01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$

$= 20\, e^{-0{,}01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$

$= 20\, e^{-0{,}01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0{,}01)$

$= (20 - 0{,}01\,(20x + 100))\, e^{-0{,}01x}$

$= (20 - 0{,}2x - 1)\, e^{-0{,}01x} = (-0{,}2x + 19)\, e^{-0{,}01x}$

$e^{w} > 0$ pour tout réel w $\Rightarrow$ $f'(x)$ est du signe de $(-0{,}2x + 19)$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0,01)$

$= (20 - 0,01\,(20x + 100))\, e^{-0,01x}$

$= (20 - 0,2x - 1)\, e^{-0,01x} = (-0,2x + 19)\, e^{-0,01x}$

$e^{w} > 0$ pour tout réel w $\Rightarrow$ $f'(x)$ est du signe de $(-0,2x + 19)$

$-0,2x + 19 = 0 \Leftrightarrow -0,2x = -19 \Leftrightarrow x = -19/(-0,2) = 95$

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$$

$$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$$

$$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$$

$$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0,01)$$

$$= (20 - 0,01\,(20x + 100))\, e^{-0,01x}$$

$$= (20 - 0,2x - 1)\, e^{-0,01x} = (-0,2x + 19)\, e^{-0,01x}$$

$e^{w} > 0$ pour tout réel w $\Longrightarrow$ f '(x) est du signe de $(-0,2x + 19)$

$$-0,2x + 19 = 0 \iff -0,2x = -19 \iff x = -19/(-0,2) = 95$$

x	
f '(x)	

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$

$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0,01)$

$= (20 - 0,01\,(20x + 100))\, e^{-0,01x}$

$= (20 - 0,2x - 1)\, e^{-0,01x} = (-0,2x + 19)\, e^{-0,01x}$

$e^{w} > 0$ pour tout réel w $\Rightarrow$ $f'(x)$ est du signe de $(-0,2x + 19)$

$-0,2x + 19 = 0 \Leftrightarrow -0,2x = -19 \Leftrightarrow x = -19/(-0,2) = 95$

x	0		95		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0{,}01x}$

$$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$$

$$= 20\, e^{-0{,}01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$$

$$= 20\, e^{-0{,}01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$$

$$= 20\, e^{-0{,}01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0{,}01)$$

$$= (20 - 0{,}01\,(20x + 100))\, e^{-0{,}01x}$$

$$= (20 - 0{,}2x - 1)\, e^{-0{,}01x} = (-0{,}2x + 19)\, e^{-0{,}01x}$$

$e^{w} > 0$ pour tout réel w $\Rightarrow$ $f'(x)$ est du signe de $(-0{,}2x + 19)$

$-0{,}2x + 19 = 0 \Leftrightarrow -0{,}2x = -19 \Leftrightarrow x = -19/(-0{,}2) = 95$

x	0		95		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

Exercice 5 : 1°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

$$f'(x) = (u \times v)' = u'v + uv'$$

$$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\,(e^{w})'$$

$$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times w'$$

$$= 20\, e^{-0,01x} + (20x + 100)\, e^{w} \times (-0,01)$$

$$= (20 - 0,01\,(20x + 100))\, e^{-0,01x}$$

$$= (20 - 0,2x - 1)\, e^{-0,01x} = (-0,2x + 19)\, e^{-0,01x}$$

$e^{w} > 0$ pour tout réel w $\Rightarrow$ $f'(x)$ est du signe de $(-0,2x + 19)$

$-0,2x + 19 = 0 \Leftrightarrow -0,2x = -19 \Leftrightarrow x = -19/(-0,2) = 95$

x	0		95		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

$\Rightarrow$ **vente maxi le 95ème jour**

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

x	0		95		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0{,}01\,x}$

x	0		95		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	100	$\nearrow$		$\searrow$	

$f(0) = (20(0) + 100)\, e^{-0{,}01\,(0)} = 100 \times 1 = 100$

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0{,}01x}$

x	0		95		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	100	$\nearrow$	$\approx 773{,}5$	$\searrow$	

$f(0) = (20(0) + 100)\, e^{-0{,}01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773{,}5$

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

x	0		95		400		500		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0		$-$				
$f(x)$	100	$\nearrow$	$\approx 773,5$	$\searrow$		100		$\searrow$	

$f(0) = (20(0) + 100)\, e^{-0,01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773,5$

Recherche : $f(400) \approx 148,4 > 100$ $\quad$ $f(500) \approx 68,1 < 100$

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100	↗	$\approx 773,5$	↘	100	↘	

$f(0) = (20(0) + 100)\, e^{-0,01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773,5$

Recherche : $f(400) \approx 148,4 > 100$ $f(500) \approx 68,1 < 100$

Grâce à la monotonie, il existe sur $]\, 95 ; +\infty\, [$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100	$\nearrow$	$\approx 773,5$	$\searrow$	100	$\searrow$	

$f(0) = (20(0) + 100)\, e^{-0,01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773,5$

Recherche : $f(400) \approx 148,4 > 100$ $f(500) \approx 68,1 < 100$

Grâce à la monotonie, il existe sur $] 95 ; +\infty [$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

et sur $] t_1 ; +\infty [$ $f(x) < 100$ ⇒ minimum de $f < 100$

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\,e^{-0{,}01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100	$\nearrow$	$\approx 773{,}5$	$\searrow$	100	$\searrow$	

$f(0) = (20(0) + 100)\,e^{-0{,}01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773{,}5$

Recherche : $f(400) \approx 148{,}4 > 100$ $f(500) \approx 68{,}1 < 100$

Grâce à la monotonie, il existe sur $]\,95\,;+\infty\,[$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

et sur $]\,t_1\,;+\infty\,[$ $f(x) < 100$ $\Longrightarrow$ minimum de $f < 100$

$x \to +\infty$ $\Longrightarrow$ $20x + 100 \to +\infty$ et $e^{-0{,}01x} \to 0$

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100) e^{-0,01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100	↗	$\approx 773,5$	↘	100	↘	

$f(0) = (20(0) + 100) e^{-0,01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773,5$

Recherche : $f(400) \approx 148,4 > 100$ $f(500) \approx 68,1 < 100$

Grâce à la monotonie, il existe sur $] 95 ; +\infty [$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

et sur $] t_1 ; +\infty [$ $f(x) < 100$ ⟹ minimum de $f < 100$

$x \to +\infty$ ⟹ $20x + 100 \to +\infty$ et $e^{-0,01x} \to 0$

$f(x) \to$ indéterminée

Exercice 5 : 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0{,}01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100		$\approx 773{,}5$		100		0

$f(0) = (20(0) + 100)\, e^{-0{,}01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773{,}5$

Recherche : $f(400) \approx 148{,}4 > 100$ $f(500) \approx 68{,}1 < 100$

Grâce à la monotonie, il existe sur $]95 ; +\infty[$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

et sur $]t_1 ; +\infty[$ $f(x) < 100$ ⟹ minimum de $f < 100$

$x \to +\infty$ ⟹ $20x + 100 \to +\infty$ et $e^{-0{,}01x} \to 0$

$f(x) \to$ indéterminée Par croissances comparées $f(x) \to$ **0**

Exercice 5 : $\quad$ 2°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100	$\nearrow$	$\approx 773,5$	$\searrow$	100	$\searrow$	0

$f(0) = (20(0) + 100)\, e^{-0,01(0)} = 100 \times 1 = 100$

Même méthode : $f(95) \approx 773,5$

Recherche : $f(400) \approx 148,4 > 100$ $\qquad f(500) \approx 68,1 < 100$

Grâce à la monotonie, il existe sur $]\, 95 ; +\infty\, [$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

et sur $]\, t_1 ; +\infty\, [$ $\quad f(x) < 100 \Longrightarrow$ minimum de $f < 100$

$x \to +\infty \Longrightarrow 20x + 100 \to +\infty$ $\quad$ et $\quad e^{-0,01x} \to 0$

$f(x) \to$ indéterminée $\qquad$ Par croissances comparées $f(x) \to 0$

$\Longrightarrow$ **Minimum de ventes ≈ 0**

Exercice 5 : 3°) $f(x) = (20x + 100)\, e^{-0,01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100	$\nearrow$	$\approx 773,5$	$\searrow$	100	$\searrow$	0

Grâce à la monotonie, il existe sur $]\, 95 ; +\infty\, [$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

Exercice 5 : $3°)\ f(x) = (20x + 100)\, e^{-0{,}01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100	↗	$\approx 773{,}5$	↘	100	↘	0

Grâce à la monotonie, il existe sur $]\, 95\, ;\, +\infty\, [$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

impossible de résoudre $(20x + 100)\, e^{-0{,}01x} = 0$

Exercice 5 : 3°) $f(x) = (20x + 100)\,e^{-0{,}01x}$

x	0		95		t_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	100		$\approx 773{,}5$		100		0

Grâce à la monotonie, il existe sur $]\,95\,;+\infty\,[$ un unique antécédent t_1 tel que $f(t_1) = 100$

impossible de résoudre $(20x + 100)\,e^{-0{,}01x} = 0$

Recherche à la calculatrice : $\boxed{t_1 \approx 451{,}391254...}$

Exercice 6 :

On appelle niveau d'intensité sonore le nombre

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$ exprimé en dB.

I est l'intensité sonore en W/m². $I_0 = 10^{-12}$ W/m²

Les intensités sonores s'additionnent.

1°) Un Airbus émet 82 dB à l'atterrissage. Quel est le niveau d'intensité sonore de deux Airbus ?

2°) Un téléphone possède une sonnerie de 65 dB.

Combien faut-il de téléphones pour faire autant de bruits qu'un Airbus ?

3°) Un Airbus (82 dB) et un Boeing (92 dB) qui atterrissent ensemble créent combien de dB ?

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\ Airbus} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ Airbus}}{I_0}\right)$$

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\,\text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\,\text{Airbus}}}{I_0}\right) \Longleftrightarrow \frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\ Airbus} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ Airbus}}{I_0}\right) \Leftrightarrow \frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow 10^{\frac{L_1}{10}} = \frac{I_1}{I_0}$$

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\ \text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ \text{Airbus}}}{I_0}\right) \Leftrightarrow \frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow 10^{\frac{L_1}{10}} = \frac{I_1}{I_0} \Leftrightarrow I_1 = I_0\, 10^{\frac{L_1}{10}}$$

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\ \text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ \text{Airbus}}}{I_0}\right) \Longleftrightarrow \frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\Longleftrightarrow 10^{\frac{L_1}{10}} = \frac{I_1}{I_0} \Longleftrightarrow I_1 = I_0\, 10^{\frac{L_1}{10}} = 10^{-12}\, 10^{\frac{82}{10}}$$

$$\approx 1{,}585 \times 10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\,Airbus} = 10 \log\left(\frac{I_{1\,Airbus}}{I_0}\right) \Leftrightarrow \frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow 10^{\frac{L_1}{10}} = \frac{I_1}{I_0} \Leftrightarrow I_1 = I_0\, 10^{\frac{L_1}{10}} = 10^{-12}\, 10^{\frac{82}{10}}$$

$$\approx 1{,}585 \times 10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

$$L_{2\,Airbus} = 10 \log\left(\frac{I_1 + I_1}{I_0}\right)$$

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\ Airbus} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ Airbus}}{I_0}\right) \Leftrightarrow \frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow 10^{\frac{L_1}{10}} = \frac{I_1}{I_0} \Leftrightarrow I_1 = I_0\, 10^{\frac{L_1}{10}} = 10^{-12}\, 10^{\frac{82}{10}}$$

$$\approx 1{,}585 \times 10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

$$L_{2\ Airbus} = 10 \log\left(\frac{I_1 + I_1}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2 \times 1{,}585 \times 10^{-4}}{10^{-12}}\right)$$

Exercice 6 : 1°)

$$L_{1\,\text{Airbus}} = 10\log\left(\frac{I_{1\,\text{Airbus}}}{I_0}\right) \Leftrightarrow \frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow 10^{\frac{L_1}{10}} = \frac{I_1}{I_0} \Leftrightarrow I_1 = I_0\,10^{\frac{L_1}{10}} = 10^{-12}\,10^{\frac{82}{10}}$$

$$\approx 1{,}585\times10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

$$L_{2\,\text{Airbus}} = 10\log\left(\frac{I_1 + I_1}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{2\times1{,}585\times10^{-4}}{10^{-12}}\right)$$

$$\boxed{\approx 85{,}01\ \text{dB}}$$

Exercice 6 : 1°) Autre méthode (raccourci) :

$$L_{2\ \text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ \text{Airbus}} + I_{1\ \text{Airbus}}}{I_0}\right)$$

Exercice 6 : 1°) Autre méthode (raccourci) :

$$L_{2\ \text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ \text{Airbus}} + I_{1\ \text{Airbus}}}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2\ I_1}{I_0}\right)$$

Exercice 6 : 1°) Autre méthode (raccourci) :

$$L_{2\ Airbus} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ Airbus} + I_{1\ Airbus}}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2\ I_1}{I_0}\right)$$

$$= 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10 \log 2$$

car $\log(A \times B) = \log(A) + \log(B)$

Exercice 6 : 1°) Autre méthode (raccourci) :

$$L_{2\ \text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ \text{Airbus}} + I_{1\ \text{Airbus}}}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2\ I_1}{I_0}\right)$$

$$= 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10 \log 2$$

car $\log(A \times B) = \log(A) + \log(B)$

$$= 82 + 10 \log 2$$

Exercice 6 : 1°) Autre méthode (raccourci) :

$$L_{2\ \text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ \text{Airbus}} + I_{1\ \text{Airbus}}}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2\, I_1}{I_0}\right)$$

$$= 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10 \log 2$$

car $\log(A \times B) = \log(A) + \log(B)$

$$= 82 + 10 \log 2 \approx 82 + 3{,}01$$

Exercice 6 : 1°) Autre méthode (raccourci) :

$$L_{2\ \text{Airbus}} = 10 \log\left(\frac{I_{1\ \text{Airbus}} + I_{1\ \text{Airbus}}}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2\ I_1}{I_0}\right)$$

$$= 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10 \log 2$$

car $\log(A \times B) = \log(A) + \log(B)$

$$= 82 + 10 \log 2 \approx 82 + 3{,}01 \quad \boxed{\approx 85{,}01 \text{ dB}}$$

Exercice 6 : 2°) Avec la méthode du raccourci :

$$L_{\text{n téléphones}} = 10 \log\left(\frac{n\, I_{1\ \text{téléphone}}}{I_0} \right)$$

Exercice 6 : 2°) Avec la méthode du raccourci :

$$L_{\text{n téléphones}} = 10 \log \left(\frac{n\, I_{1\ \text{téléphone}}}{I_0} \right)$$

$$= 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) + 10 \log n$$

Exercice 6 : 2°) Avec la méthode du raccourci :

$$L_{n\ \text{téléphones}} = 10 \log \left(\frac{n\ I_{1\ \text{téléphone}}}{I_0} \right)$$

$$= 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) + 10 \log n \ = L_{1\ \text{Airbus}} = 82\ \text{dB}$$

$$\Leftrightarrow \quad 82 = 65 + 10 \log n$$

Exercice 6 : 2°) Avec la méthode du raccourci :

$$L_{n\ \text{téléphones}} = 10 \log\left(\frac{n\, I_{1\ \text{téléphone}}}{I_0}\right)$$

$$= 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10 \log n = L_{1\ \text{Airbus}} = 82\ \text{dB}$$

$\Leftrightarrow$ $82 = 65 + 10 \log n$ $\Leftrightarrow$ $\log n = (82 - 65)/10$

Exercice 6 : 2°) Avec la méthode du raccourci :

$$L_{n\ \text{téléphones}} = 10 \log \left(\frac{n\, I_{1\ \text{téléphone}}}{I_0} \right)$$

$$= 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) + 10 \log n = L_{1\ \text{Airbus}} = 82\ \text{dB}$$

$\Longleftrightarrow$ $82 = 65 + 10 \log n$ $\Longleftrightarrow$ $\log n = (82 - 65)/10$

$\Longleftrightarrow$ $n = 10^{1,7}$

Exercice 6 : 2°) Avec la méthode du raccourci :

$$L_{n\ \text{téléphones}} = 10 \log\left(\frac{n\, I_{1\ \text{téléphone}}}{I_0}\right)$$

$$= 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10 \log n = L_{1\ \text{Airbus}} = 82\ \text{dB}$$

$\Leftrightarrow$ $82 = 65 + 10 \log n$ $\Leftrightarrow$ $\log n = (82 - 65)/10$

$\Leftrightarrow$ $n = 10^{1,7}$ $\boxed{\approx 50,1\ \text{téléphones}}$

Exercice 6 : 2°) (raccourci impossible car $I_{Airbus} \neq I_{Boeing}$)

Même méthode qu'à la question 1° :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Exercice 6 : 2°) (raccourci impossible car $I_{Airbus} \neq I_{Boeing}$)

Même méthode qu'à la question 1° :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Leftrightarrow I = I_0 \, 10^{\frac{L}{10}}$$

Exercice 6 : 2°) (raccourci impossible car $I_{Airbus} \neq I_{Boeing}$)

Même méthode qu'à la question 1° :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Leftrightarrow I = I_0 \, 10^{\frac{L}{10}}$$

$$\Rightarrow I_{Airbus} = 10^{-12} \, 10^{8,2} \approx 1,585 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

Exercice 6 : 2°) (raccourci impossible car $I_{Airbus} \neq I_{Boeing}$)

Même méthode qu'à la question 1° :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Leftrightarrow I = I_0 \, 10^{\frac{L}{10}}$$

$$\Rightarrow I_{Airbus} = 10^{-12} \, 10^{8,2} \approx 1,585 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$I_{Boeing} = 10^{-12} \, 10^{9,2} \approx 1,585 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

Exercice 6 : 2°) (raccourci impossible car $I_{Airbus} \neq I_{Boeing}$)

Même méthode qu'à la question 1° :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Leftrightarrow I = I_0 \, 10^{\frac{L}{10}}$$

$$\Rightarrow I_{Airbus} = 10^{-12}\,10^{8,2} \approx 1{,}585 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$I_{Boeing} = 10^{-12}\,10^{9,2} \approx 1{,}585 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

$$L_{2\ avions} = 10 \log \left(\frac{I_A + I_B}{I_0} \right)$$

Exercice 6 : 2°) (raccourci impossible car $I_{Airbus} \neq I_{Boeing}$)

Même méthode qu'à la question 1° :

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Leftrightarrow I = I_0\, 10^{\frac{L}{10}}$$

$$\Rightarrow I_{Airbus} = 10^{-12}\, 10^{8,2} \approx 1,585 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$I_{Boeing} = 10^{-12}\, 10^{9,2} \approx 1,585 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

$$L_{2\ avions} = 10 \log\left(\frac{I_A + I_B}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{1,585 \times 10^{-4} + 1,585 \times 10^{-3}}{10^{-12}}\right)$$

Exercice 6 : 2°) (raccourci impossible car $I_{Airbus} \neq I_{Boeing}$)

Même méthode qu'à la question 1° :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Leftrightarrow I = I_0 \, 10^{\frac{L}{10}}$$

$$\Rightarrow I_{Airbus} = 10^{-12} \, 10^{8,2} \approx 1,585 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$I_{Boeing} = 10^{-12} \, 10^{9,2} \approx 1,585 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

$$L_{2\ avions} = 10 \log \left(\frac{I_A + I_B}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{1,585 \times 10^{-4} + 1,585 \times 10^{-3}}{10^{-12}} \right)$$

$$\boxed{\approx 92,41 \text{ dB}}$$

Exercice 7 :

A 2h10 du matin au moment de la découverte du corps de la victime, sa température corporelle était de 20 °C dans une ambiance à - 5 °C.

45 mn plus tard la température corporelle était de 15 °C.

On admet que la variation de la température corporelle T(t) est proportionnelle à l’écart de température entre le corps et l’ambiance.

Déterminez l’heure du crime à la minute près.

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

Exercice 7 :

a = coeff. de proportionnalité

$\Rightarrow$ $T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

⟹ $T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

⟺ $T'(t) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ de la forme $y' = ay + b$

⟹ solution $y = k\,e^{at} - b/a$

Exercice 7 :

a = coeff. de proportionnalité

$\Rightarrow T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

$\Leftrightarrow T'(t) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ de la forme $y' = ay + b$

$\Rightarrow$ solution $y = k\,e^{at} - b/a$

$-\,b/a = -\,(-\,a\,T_{amb})/a = T_{amb}$

$\Rightarrow T(t) = k\,e^{at} + T_{amb}$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

⟹ $T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

⟺ $T'(t) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ de la forme $y' = ay + b$

⟹ solution $y = k\,e^{at} - b/a$

$- b/a = -(-a\,T_{amb})/a = T_{amb}$

⟹ $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

Exercice 7 :

a = coeff. de proportionnalité

⇒ $T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

⇔ $T'(t) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⇒ de la forme $y' = ay + b$

⇒ solution $y = k\,e^{at} - b/a$

$- b/a = -(- a\,T_{amb})/a = T_{amb}$

⇒ $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

t = temps en mn

$T(2h10) = T(130) = 20$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

⟹ $T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

⟺ $T'(t) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ de la forme $y' = ay + b$

⟹ solution $y = k\,e^{at} - b/a$

$- b/a = -\,(-\,a\,T_{amb}\,)/a = T_{amb}$

⟹ $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

t = temps en mn

$T(2h10) = T(130) = 20$ ⟺ $k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$\Rightarrow$ $T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

$\Leftrightarrow$ $T'(t) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ de la forme $y' = ay + b$

$\Rightarrow$ solution $y = k\,e^{at} - b/a$

$- b/a = -\,(-\,a\,T_{amb}\,)/a = T_{amb}$

$\Rightarrow$ $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

t = temps en mn

$T(2h10) = T(130) = 20 \Leftrightarrow k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \Leftrightarrow k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

⟹ $T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,)$

⟺ $T'(t) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ de la forme $y' = ay + b$

⟹ solution $y = k\,e^{at} - b/a$

$-\,b/a = -\,(-\,a\,T_{amb}\,)/a = T_{amb}$

⟹ $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

t = temps en mn

$T(2h10) = T(130) = 20$ ⟺ $k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15$ ⟺ $k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

⟹ il faut déterminer k et a

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$$

$$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\ (\ T(t) - T_{ambiance}\ ) = a\ T(t) - a\ T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\ e^{at} + T_{amb} = k\ e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \Leftrightarrow k\ e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \Leftrightarrow k\ e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 $\Rightarrow$ $k = 25\ /\ e^{130a} = 25\ e^{-130a}$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(T(t) - T_{ambiance}) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \Leftrightarrow k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \Leftrightarrow k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 $\Rightarrow$ $k = 25 / e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 $\Rightarrow$ $(25\,e^{-130a})\,e^{175a} - 5 = 15$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 ⟹ $k = 25 / e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 ⟹ $(\,25\,e^{-130a}\,)\,e^{175a} - 5 = 15$

$\iff e^{-130a + 175a} = (\,15 + 5\,)/25$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 $\Rightarrow$ $k = 25 / e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 $\Rightarrow$ $(\,25\,e^{-130a}\,)\,e^{175a} - 5 = 15$

$\iff e^{-130a + 175a} = (\,15 + 5\,)/25 \iff e^{45a} = 0{,}8$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 ⟹ $k = 25 / e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 ⟹ $(\,25\,e^{-130a}\,)\,e^{175a} - 5 = 15$

$\iff e^{-130a + 175a} = (\,15 + 5\,)/25 \iff e^{45a} = 0{,}8$

$\iff 45a = \ln(0{,}8)$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(T(t) - T_{ambiance}) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Longrightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \Longleftrightarrow k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \Longleftrightarrow k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 $\Longrightarrow$ $k = 25 / e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 $\Longrightarrow$ $(25\,e^{-130a})\,e^{175a} - 5 = 15$

$\Longleftrightarrow$ $e^{-130a + 175a} = (15 + 5)/25 \Longleftrightarrow e^{45a} = 0{,}8$

$\Longleftrightarrow$ $45a = \ln(0{,}8)$

$\Longleftrightarrow$ $a = \ln(0{,}8) / 45$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(T(t) - T_{ambiance}) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 $\Rightarrow$ $k = 25 / e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 $\Rightarrow$ $(25\,e^{-130a})\,e^{175a} - 5 = 15$

$\iff e^{-130a + 175a} = (15 + 5)/25 \iff e^{45a} = 0{,}8$

$\iff 45a = \ln(0{,}8)$

$\iff a = \ln(0{,}8) / 45 \approx -4{,}959\times10^{-3}$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 $\Rightarrow$ $k = 25\,/\,e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 $\Rightarrow$ $(\,25\,e^{-130a}\,)\,e^{175a} - 5 = 15$

$\iff e^{-130a + 175a} = (\,15 + 5\,)/25 \iff e^{45a} = 0{,}8$

$\iff 45a = \ln(0{,}8)$

$\iff a = \ln(0{,}8)\,/\,45 \approx -\,4{,}959\times10^{-3}$

Ligne 1 $\Rightarrow$ $k = 25\,e^{-130a}$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

Ligne 1 ⟹ $k = 25 / e^{130a} = 25\,e^{-130a}$

Ligne 2 ⟹ $(\,25\,e^{-130a}\,)\,e^{175a} - 5 = 15$

$\iff e^{-130a + 175a} = (\,15 + 5\,)/25 \iff e^{45a} = 0{,}8$

$\iff 45a = \ln(0{,}8)$

$\iff a = \ln(0{,}8) / 45 \approx -4{,}959{\times}10^{-3}$

Ligne 1 ⟹ $k = 25\,e^{-130a} \approx 47{,}63{\times}10^{-3}$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

$\Rightarrow$ $a = \ln(0{,}8) / 45 \approx -\,4{,}959 \times 10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47{,}63 \times 10^{-3}$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

$\Rightarrow a = \ln(0{,}8) / 45 \approx -\,4{,}959\times10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47{,}63\times10^{-3}$

$T(t) = 37 \iff k\,e^{at} - 5 = 37$

Exercice 7 :

a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \Leftrightarrow k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \Leftrightarrow k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

$\Rightarrow$ $a = \ln(0{,}8) / 45 \approx -\,4{,}959 \times 10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47{,}63 \times 10^{-3}$

$T(t) = 37 \Leftrightarrow k\,e^{at} - 5 = 37 \Leftrightarrow k\,e^{at} = 42$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \Leftrightarrow k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \Leftrightarrow k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

$\Rightarrow a = \ln(0{,}8) / 45 \approx -4{,}959{\times}10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47{,}63{\times}10^{-3}$

$T(t) = 37 \Leftrightarrow k\,e^{at} - 5 = 37 \Leftrightarrow k\,e^{at} = 42$

$\Leftrightarrow e^{at} = \dfrac{42}{k}$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⇒ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

⇒ $a = \ln(0,8) / 45 \approx -4,959\times10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47,63\times10^{-3}$

$T(t) = 37 \iff k\,e^{at} - 5 = 37 \iff k\,e^{at} = 42$

$\iff e^{at} = \dfrac{42}{k} \iff at = \ln\left(\dfrac{42}{k}\right)$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \Leftrightarrow k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \Leftrightarrow k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

$\Rightarrow a = \ln(0,8) / 45 \approx -\,4,959\times10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47,63\times10^{-3}$

$T(t) = 37 \Leftrightarrow k\,e^{at} - 5 = 37 \Leftrightarrow k\,e^{at} = 42$

$\Leftrightarrow e^{at} = \dfrac{42}{k} \Leftrightarrow at = \ln\left(\dfrac{42}{k}\right)$

$\Leftrightarrow t = \ln\left(\dfrac{42}{k}\right) / a$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

⟹ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

$\Longrightarrow a = \ln(0{,}8)\,/\,45 \approx -\,4{,}959\times10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47{,}63\times10^{-3}$

$T(t) = 37 \iff k\,e^{at} - 5 = 37 \iff k\,e^{at} = 42$

$\iff e^{at} = \dfrac{42}{k} \iff at = \ln\left(\dfrac{42}{k}\right)$

$\iff t = \ln\left(\dfrac{42}{k}\right) / a \approx 25{,}4$

Exercice 7 : a = coeff. de proportionnalité

$T'(t) = a\,(\,T(t) - T_{ambiance}\,) = a\,T(t) - a\,T_{amb}$

$\Rightarrow$ solution $T(t) = k\,e^{at} + T_{amb} = k\,e^{at} - 5$

$T(2h10) = T(130) = 20 \iff k\,e^{a(130)} - 5 = 20$

$T(2h10 + 45) = T(175) = 15 \iff k\,e^{a(175)} - 5 = 15$

$\Rightarrow a = \ln(0{,}8) / 45 \approx -\,4{,}959{\times}10^{-3}$

$k = 25\,e^{-130a} \approx 47{,}63{\times}10^{-3}$

$T(t) = 37 \iff k\,e^{at} - 5 = 37 \iff k\,e^{at} = 42$

$\iff e^{at} = \dfrac{42}{k} \iff at = \ln\left(\dfrac{42}{k}\right)$

$\iff t = \ln\left(\dfrac{42}{k}\right) / a \approx 25{,}4 \Rightarrow$ $\boxed{\text{à 00 h 25 mn}}$