Exercice 1 :

Le nombre N d'atomes de carbone 14 à l'instant t (en années) est solution de l'équation différentielle $N'(t) = -0{,}0001238\, N(t)$

1°) Des fragments d'os ont perdu 30% de ^{14}C.
Quel est leur âge ?

2°) On appelle demi-vie du ^{14}C le temps au bout duquel il a perdu la moitié de ses atomes.

Déterminez sa demi-vie.

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = - 0,0001238\ N(t)$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = -\,0{,}0001238\; N(t)$ est de la forme $y' = a\,y$

ayant comme solution $y = k\,e^{at}$

$\Rightarrow$ $N(t) = k\,e^{-\,0{,}0001238\,t}$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = -\ 0{,}0001238\ N(t)$ est de la forme $y' = a\,y$

ayant comme solution $y = k\,e^{at}$

$\Rightarrow N(t) = k\,e^{-\,0{,}0001238\,t}$

$N(0) = k\,e^{-\,0{,}0001238\,(0)} = k \times 1 = k \Rightarrow k = N(0)$

$\Rightarrow N(t) = N_0\,e^{-\,0{,}0001238\,t}$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = -0{,}0001238\, N(t)$ est de la forme $y' = a\,y$

ayant comme solution $y = k\,e^{at}$

$\Rightarrow$ $N(t) = k\,e^{-0{,}0001238\,t}$

$N(0) = k\,e^{-0{,}0001238\,(0)} = k \times 1 = k$ $\Rightarrow$ $k = N(0)$

$\Rightarrow$ $N(t) = N_0\,e^{-0{,}0001238\,t}$

$N(t) = N_0 - 30\%\,N_0 = 0{,}7\,N_0$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = -\,0{,}0001238\ N(t)$ est de la forme $y' = a\,y$

ayant comme solution $y = k\,e^{at}$

$\Rightarrow$ $N(t) = k\,e^{-\,0{,}0001238\,t}$

$N(0) = k\,e^{-\,0{,}0001238\,(0)} = k \times 1 = k$ $\Rightarrow$ $k = N(0)$

$\Rightarrow$ $N(t) = N_0\,e^{-\,0{,}0001238\,t}$

$N(t) = N_0 - 30\%\,N_0 = 0{,}7\,N_0$

$\Leftrightarrow$ $N_0\,e^{-\,0{,}0001238\,t} = 0{,}7\,N_0$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = -\,0{,}0001238\ N(t)$ est de la forme $y' = a\,y$

ayant comme solution $y = k\,e^{at}$

$\Longrightarrow\quad N(t) = k\,e^{-\,0{,}0001238\,t}$

$N(0) = k\,e^{-\,0{,}0001238\,(0)} = k \times 1 = k \quad\Longrightarrow\quad k = N(0)$

$\Longrightarrow\quad N(t) = N_0\,e^{-\,0{,}0001238\,t}$

$N(t) = N_0 - 30\%\ N_0 = 0{,}7\ N_0$

$\Longleftrightarrow\quad N_0\,e^{-\,0{,}0001238\,t} = 0{,}7\ N_0$

$\Longleftrightarrow\quad e^{-\,0{,}0001238\,t} = 0{,}7\ N_0 / N_0 = 0{,}7$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = -0{,}0001238\, N(t)$ est de la forme $y' = a\, y$

ayant comme solution $y = k\, e^{at}$

$\Rightarrow N(t) = k\, e^{-0{,}0001238\, t}$

$N(0) = k\, e^{-0{,}0001238\,(0)} = k \times 1 = k \Rightarrow k = N(0)$

$\Rightarrow N(t) = N_0\, e^{-0{,}0001238\, t}$

$N(t) = N_0 - 30\%\, N_0 = 0{,}7\, N_0$

$\Leftrightarrow N_0\, e^{-0{,}0001238\, t} = 0{,}7\, N_0$

$\Leftrightarrow e^{-0{,}0001238\, t} = 0{,}7\ N_0 / N_0 = 0{,}7$

$\Leftrightarrow -0{,}0001238\, t = \ln(0{,}7)$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = -\,0{,}0001238\, N(t)$ est de la forme $y' = a\, y$

ayant comme solution $y = k\, e^{at}$

$\Rightarrow N(t) = k\, e^{-\,0{,}0001238\, t}$

$N(0) = k\, e^{-\,0{,}0001238\,(0)} = k \times 1 = k \Rightarrow k = N(0)$

$\Rightarrow N(t) = N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, t}$

$N(t) = N_0 - 30\%\, N_0 = 0{,}7\, N_0$

$\Leftrightarrow N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, t} = 0{,}7\, N_0$

$\Leftrightarrow e^{-\,0{,}0001238\, t} = 0{,}7\, N_0 / N_0 = 0{,}7$

$\Leftrightarrow -\,0{,}0001238\, t = \ln(0{,}7)$

$\Leftrightarrow t = \ln(0{,}7) / (-\,0{,}0001238)$

Exercice 1 : 1°)

$N'(t) = - 0{,}0001238\ N(t)$ est de la forme $y' = a\,y$

ayant comme solution $y = k\,e^{at}$

$\Longrightarrow N(t) = k\,e^{-0{,}0001238\,t}$

$N(0) = k\,e^{-0{,}0001238\,(0)} = k \times 1 = k \Longrightarrow k = N(0)$

$\Longrightarrow N(t) = N_0\,e^{-0{,}0001238\,t}$

$N(t) = N_0 - 30\%\ N_0 = 0{,}7\ N_0$

$\Longleftrightarrow N_0\,e^{-0{,}0001238\,t} = 0{,}7\ N_0$

$\Longleftrightarrow e^{-0{,}0001238\,t} = 0{,}7\ N_0 / N_0 = 0{,}7$

$\Longleftrightarrow - 0{,}0001238\,t = \ln(0{,}7)$

$\Longleftrightarrow t = \ln(0{,}7) / (- 0{,}0001238)$ $\boxed{\approx \mathbf{2881}\ \text{années}}$

Exercice 1 : 2°)

$N(t) = N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, t}$

$N(T) = N_0 - 50\%\, N_0 = 0{,}5\, N_0$

Exercice 1 : 2°)

$N(t) = N_0 \, e^{-0{,}0001238\,t}$

$N(T) = N_0 - 50\% \, N_0 = 0{,}5 \, N_0$

$\Leftrightarrow \quad N_0 \, e^{-0{,}0001238\,T} = 0{,}5 \, N_0$

Exercice 1 : 2°)

$N(t) = N_0\, e^{-0{,}0001238\, t}$

$N(T) = N_0 - 50\%\, N_0 = 0{,}5\, N_0$

$\Longleftrightarrow \quad N_0\, e^{-0{,}0001238\, T} = 0{,}5\, N_0$

$\Longleftrightarrow \quad e^{-0{,}0001238\, T} = 0{,}5\, N_0 / N_0 = 0{,}5$

Exercice 1 : 2°)

$$N(t) = N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, t}$$

$$N(T) = N_0 - 50\%\, N_0 = 0{,}5\, N_0$$

$$\Leftrightarrow \quad N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, T} = 0{,}5\, N_0$$

$$\Leftrightarrow \quad e^{-\,0{,}0001238\, T} = 0{,}5\, N_0 / N_0 = 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow \quad -\,0{,}0001238\, T = \ln(0{,}5)$$

Exercice 1 : 2°)

$$N(t) = N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, t}$$

$$N(T) = N_0 - 50\%\, N_0 = 0{,}5\, N_0$$

$$\Longleftrightarrow \quad N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, T} = 0{,}5\, N_0$$

$$\Longleftrightarrow \quad e^{-\,0{,}0001238\, T} = 0{,}5\, N_0 / N_0 = 0{,}5$$

$$\Longleftrightarrow \quad -\,0{,}0001238\, T = \ln(0{,}5)$$

$$\Longleftrightarrow \quad T = \frac{\ln(0{,}5)}{-\,0{,}0001238}$$

Exercice 1 : 2°)

$$N(t) = N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, t}$$

$$N(T) = N_0 - 50\%\, N_0 = 0{,}5\, N_0$$

$$\Longleftrightarrow \quad N_0\, e^{-\,0{,}0001238\, T} = 0{,}5\, N_0$$

$$\Longleftrightarrow \quad e^{-\,0{,}0001238\, T} = 0{,}5\;\; N_0 / N_0 = 0{,}5$$

$$\Longleftrightarrow \quad -\,0{,}0001238\, T = \ln(0{,}5)$$

$$\Longleftrightarrow \quad T = \frac{\ln(0{,}5)}{-\,0{,}0001238} \approx \boxed{5599 \text{ années}}$$

Exercice 2 :

x désigne le nombre de milliers de pièces fabriquées par une usine.

Les recettes sont modélisées par $f(x) = 3e^{5x+1}$

Les coûts sont modélisés par $g(x) = 4e^{x+3}$

Déterminez pour quels nombres de pièces fabriquées l'usine fait des bénéfices.

Exercice 2 :

recettes > coûts

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ f(x) > g(x)

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ f(x) > g(x)

$$\Leftrightarrow \quad 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{e^{5x+1}}{e^{x+3}} > \frac{4}{3}$$

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ f(x) > g(x)

$$\Leftrightarrow 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{e^{5x+1}}{e^{x+3}} > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{5x+1-x-3} > 4/3$$

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$$\Leftrightarrow 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \Leftrightarrow \frac{e^{5x+1}}{e^{x+3}} > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{5x+1-x-3} > 4/3 \Leftrightarrow 4x - 2 > \ln(4/3)$$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\, 0 \,;\, +\infty\, [$

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$$\Leftrightarrow 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \Leftrightarrow \frac{e^{5x+1}}{e^{x+3}} > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{5x+1-x-3} > 4/3 \Leftrightarrow 4x - 2 > \ln(4/3)$$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\Leftrightarrow 4x > \ln(4/3) + 2$$

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$$\Leftrightarrow 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \Leftrightarrow \frac{e^{5x+1}}{e^{x+3}} > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{5x+1-x-3} > 4/3 \Leftrightarrow 4x - 2 > \ln(4/3)$$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$$\Leftrightarrow 4x > \ln(4/3) + 2 \Leftrightarrow x > \frac{\ln(4/3) + 2}{4}$$

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ f(x) > g(x)

$$\Leftrightarrow 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \Leftrightarrow \frac{e^{5x+1}}{e^{x+3}} > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{5x+1-x-3} > 4/3 \Leftrightarrow 4x - 2 > \ln(4/3)$$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$$\Leftrightarrow 4x > \ln(4/3) + 2 \Leftrightarrow x > \frac{\ln(4/3) + 2}{4} \approx 0{,}5719$$

Exercice 2 :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$$\Leftrightarrow 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \Leftrightarrow \frac{e^{5x+1}}{e^{x+3}} > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{5x+1-x-3} > 4/3 \Leftrightarrow 4x - 2 > \ln(4/3)$$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$$\Leftrightarrow 4x > \ln(4/3) + 2 \Leftrightarrow x > \frac{\ln(4/3) + 2}{4} \approx 0{,}5719$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{au moins 572 pièces}}$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Leftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; + \infty [$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Leftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$\Leftrightarrow$ $\ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Leftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$\Leftrightarrow$ $\ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}) - \ln(e^{x+3}) > \ln(4) - \ln(3)$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Leftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\, 0 \,;\, +\infty\, [$

$\Leftrightarrow$ $\ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\ln(A\times B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}) - \ln(e^{x+3}) > \ln(4) - \ln(3)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}/e^{x+3}) > \ln(4/3)$ $\ln(A) - \ln(B) = \ln(A/B)$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Leftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$\Leftrightarrow$ $\ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\ln(A\times B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}) - \ln(e^{x+3}) > \ln(4) - \ln(3)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}/e^{x+3}) > \ln(4/3)$ $\ln(A) - \ln(B) = \ln(A/B)$

$\Leftrightarrow$ $5x + 1 - (x + 3) > \ln(4/3)$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Leftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$\Leftrightarrow$ $\ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\ln(A\times B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}) - \ln(e^{x+3}) > \ln(4) - \ln(3)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}/e^{x+3}) > \ln(4/3)$ $\ln(A) - \ln(B) = \ln(A/B)$

$\Leftrightarrow$ $5x + 1 - (x + 3) > \ln(4/3)$ $\Leftrightarrow$ $4x - 2 > \ln(4/3)$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Leftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$\Leftrightarrow$ $\ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\ln(A\times B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}) - \ln(e^{x+3}) > \ln(4) - \ln(3)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}/e^{x+3}) > \ln(4/3)$ $\ln(A) - \ln(B) = \ln(A/B)$

$\Leftrightarrow$ $5x + 1 - (x + 3) > \ln(4/3)$ $\Leftrightarrow$ $4x - 2 > \ln(4/3)$

$\Leftrightarrow$ $4x > \ln(4/3) + 2$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Longleftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Longleftrightarrow$ $3e^{5x+1} > 4e^{x+3}$ $\Longleftrightarrow$ $\ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$\Longleftrightarrow$ $\ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\Longleftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}) - \ln(e^{x+3}) > \ln(4) - \ln(3)$

$\Longleftrightarrow$ $\ln(e^{5x+1}/e^{x+3}) > \ln(4/3)$ $\ln(A) - \ln(B) = \ln(A/B)$

$\Longleftrightarrow$ $5x + 1 - (x + 3) > \ln(4/3)$ $\Longleftrightarrow$ $4x - 2 > \ln(4/3)$

$$\Longleftrightarrow 4x > \ln(4/3) + 2 \Longleftrightarrow x > \frac{\ln(4/3) + 2}{4} \approx 0{,}5719$$

Exercice 2 : autre méthode algébrique :

recettes > coûts $\Leftrightarrow$ $f(x) > g(x)$

$\Leftrightarrow 3e^{5x+1} > 4e^{x+3} \Leftrightarrow \ln(3e^{5x+1}) > \ln(4e^{x+3})$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$\Leftrightarrow \ln(3) + \ln(e^{5x+1}) > \ln(4) + \ln(e^{x+3})$ $\quad \ln(A\times B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\Leftrightarrow \ln(e^{5x+1}) - \ln(e^{x+3}) > \ln(4) - \ln(3)$

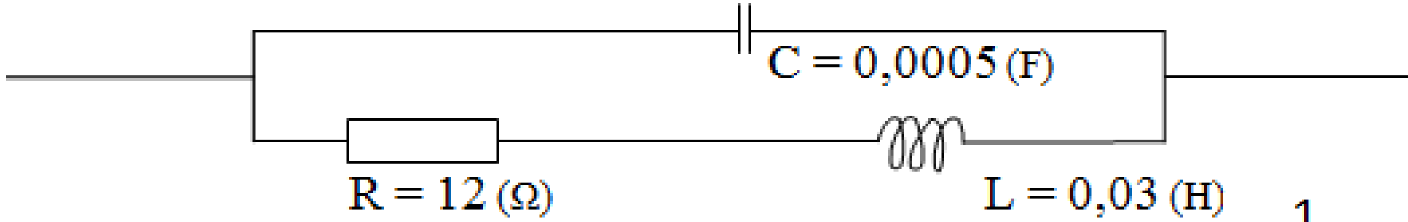
$\Leftrightarrow \ln(e^{5x+1}/e^{x+3}) > \ln(4/3)$ $\quad \ln(A) - \ln(B) = \ln(A/B)$

$\Leftrightarrow 5x + 1 - (x + 3) > \ln(4/3) \Leftrightarrow 4x - 2 > \ln(4/3)$

$$\Leftrightarrow 4x > \ln(4/3) + 2 \Leftrightarrow x > \frac{\ln(4/3) + 2}{4} \approx 0{,}5719$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{au moins 572 pièces}}$

Exercice 3 :



On associe à chacun une affixe : R $\quad jL\omega$ $\quad \dfrac{1}{jC\omega}$

Le module de l'affixe est la valeur efficace, l'argument est le déphasage (l'avance de la tension sur le l'intensité). L'affixe d'appareils en série est la somme de leurs affixes, l'inverse de l'affixe d'appareils en parallèle est la somme des inverses de leurs affixes.

$R = 12\ (\Omega)$ $\quad L = 0,03\ (H)$ $\quad C = 0,0005\ (F)$

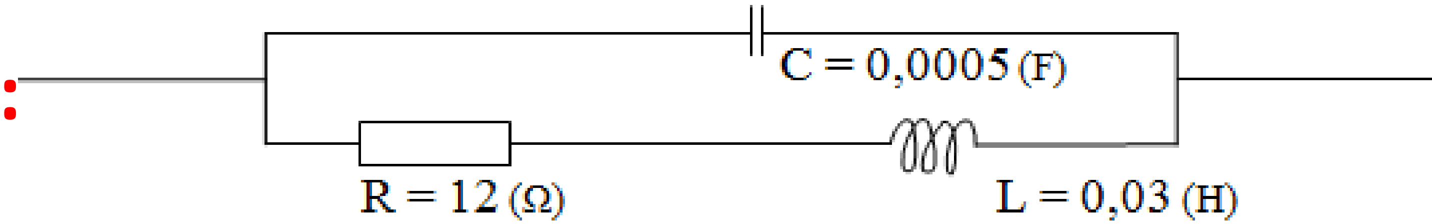
Rappel : $f = 50$ Hz $\quad \omega = 2\pi f$

1°) Démontrez que $\dfrac{1}{z_{RLC}} = A + Bj \approx 0,05154 + 0,11660\, j$

2°) Déduisez-en (en valeurs approchées) la forme algébrique $A' + B'j$ de z_{RLC}

3°) Déduisez-en (en valeurs approchées) la valeur efficace et le déphasage du circuit.

Exercice 3 :



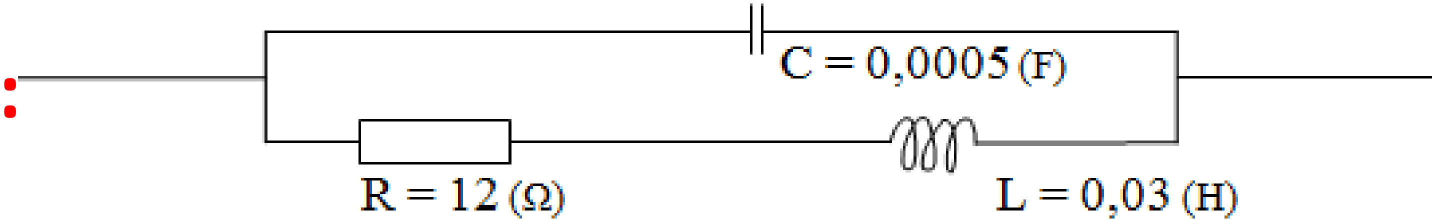
1°)

On associe à chacun une affixe : R $\quad jL\omega \quad \dfrac{1}{jC\omega}$

R et L en série :

$z_{RL} = z_R + z_L$

Exercice 3 :



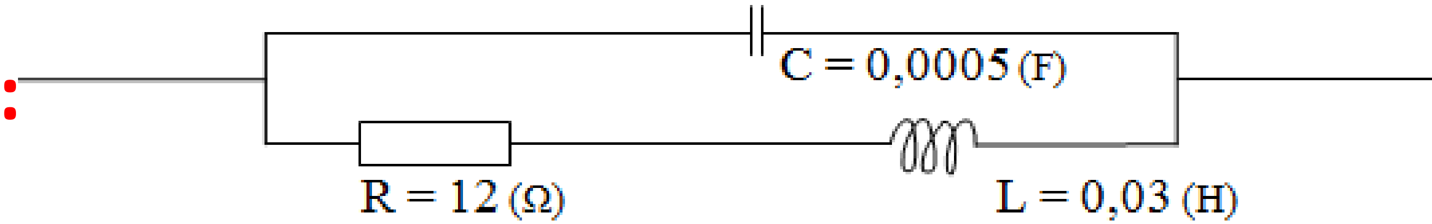
1°)

On associe à chacun une affixe : $R \quad j\,L\,\omega \quad \dfrac{1}{j\,C\,\omega}$

R et L en série :

$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$

Exercice 3 :



1°)

On associe à chacun une affixe : $R \quad j\,L\,\omega \quad \dfrac{1}{j\,C\,\omega}$

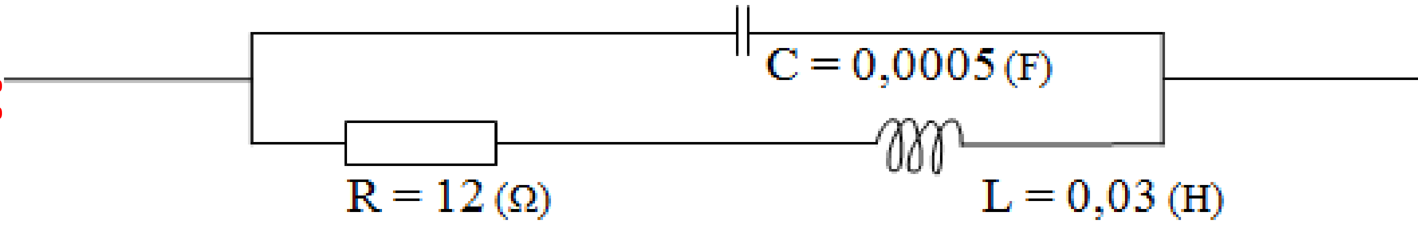
R et L en série :

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

RL et C en parallèle :

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C}$$

Exercice 3 :



1°)

On associe à chacun une affixe : R $\quad jL\omega \quad$ $\dfrac{1}{jC\omega}$

R et L en série :

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + jL\omega$$

RL et C en parallèle :

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + jL\omega} + \frac{1}{\dfrac{1}{jC\omega}}$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\dfrac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\dfrac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j\,L\,\omega)}{(R + j\,L\,\omega)\,(R - j\,L\,\omega)} + 1 \times \frac{j\,C\,\omega}{1}$$

Seule façon d'éliminer le j du dessous

$$\frac{A}{B} = A \times \frac{1}{B}$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\frac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j\,L\,\omega)}{(R + j\,L\,\omega)\,(R - j\,L\,\omega)} + 1 \times \frac{j\,C\,\omega}{1}$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\dfrac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j\,L\,\omega)}{(R + j\,L\,\omega)\,(R - j\,L\,\omega)} + 1 \times \frac{j\,C\,\omega}{1}$$

$$= \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 - (j\,L\,\omega)^2} + j\,C\,\omega$$

identité remarquable n° 3 $(R + j\,L\,\omega)\,(R - j\,L\,\omega) = (a + b)\,(a - b)$

$$= a^2 - b^2$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\dfrac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j\,L\,\omega)}{(R + j\,L\,\omega)(R - j\,L\,\omega)} + 1 \times \frac{j\,C\,\omega}{1}$$

$$= \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 - (j\,L\,\omega)^2} + j\,C\,\omega = \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 + L^2\,\omega^2} + j\,C\,\omega$$

identité remarquable n° 3 $(R + j\,L\,\omega)(R - j\,L\,\omega) = (a + b)(a - b)$

$$= a^2 - b^2$$

$$-(j\,L\,\omega)^2 = -j^2\,L^2\,\omega^2 = -(-1)\,L^2\,\omega^2 = L^2\,\omega^2$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\frac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j\,L\,\omega)}{(R + j\,L\,\omega)\,(R - j\,L\,\omega)} + 1 \times \frac{j\,C\,\omega}{1}$$

$$= \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 - (j\,L\,\omega)^2} + j\,C\,\omega = \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 + L^2\,\omega^2} + j\,C\,\omega$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\dfrac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j\,L\,\omega)}{(R + j\,L\,\omega)\,(R - j\,L\,\omega)} + 1 \times \frac{j\,C\,\omega}{1}$$

$$= \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 - (j\,L\,\omega)^2} + j\,C\,\omega = \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 + L^2\,\omega^2} + j\,C\,\omega$$

$$= \frac{R}{R^2 + L^2\,\omega^2} + j\left(\frac{-\,L\,\omega}{R^2 + L^2\,\omega^2} + C\,\omega\right)$$

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j L \omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j L \omega} + \frac{1}{\frac{1}{j C \omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j L \omega)}{(R + j L \omega)(R - j L \omega)} + 1 \times \frac{j C \omega}{1}$$

$$= \frac{R - j L \omega}{R^2 - (j L \omega)^2} + j C \omega = \frac{R - j L \omega}{R^2 + L^2 \omega^2} + j C \omega$$

$$= \frac{R}{R^2 + L^2 \omega^2} + j \left(\frac{- L \omega}{R^2 + L^2 \omega^2} + C \omega \right) = A + B j$$

$$\boxed{\approx \ldots + \ldots\ j}$$

C = 0,0005

R = 12

L = 0,03

ω = 2πf = 100π

$$z_{RL} = z_R + z_L = R + j\,L\,\omega$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = \frac{1}{z_{RL}} + \frac{1}{z_C} = \frac{1}{R + j\,L\,\omega} + \frac{1}{\frac{1}{j\,C\,\omega}}$$

$$= \frac{1\,(R - j\,L\,\omega)}{(R + j\,L\,\omega)\,(R - j\,L\,\omega)} + 1 \times \frac{j\,C\,\omega}{1}$$

$$= \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 - (j\,L\,\omega)^2} + j\,C\,\omega = \frac{R - j\,L\,\omega}{R^2 + L^2\,\omega^2} + j\,C\,\omega$$

$$= \frac{R}{R^2 + L^2\,\omega^2} + j\left(\frac{-\,L\,\omega}{R^2 + L^2\,\omega^2} + C\,\omega\right) = A + B\,j$$

$$\boxed{\approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j}$$

$C = 0{,}0005$

$R = 12$

$L = 0{,}03$

$\omega = 2\pi f = 100\pi$

2°)

$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

2°)

$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j}$$

2°) $$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)}$$

2°) $$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)}$$

$$= \frac{A - B\,j}{A^2 - (B\,j)^2}$$

2°) $$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)}$$

$$= \frac{A - B\,j}{A^2 - (B\,j)^2} = \frac{A - B\,j}{A^2 + B^2}$$

2°) $$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)}$$

$$= \frac{A - B\,j}{A^2 - (B\,j)^2} = \frac{A - B\,j}{A^2 + B^2} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-\,B}{A^2 + B^2}$$

2°) $$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)}$$

$$= \frac{A - B\,j}{A^2 - (B\,j)^2} = \frac{A - B\,j}{A^2 + B^2} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j$$

avec $A \approx 0{,}05154$

$$\boxed{\approx \ldots + \ldots\ j}$$

et $B \approx 0{,}11660$

2°) $$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)}$$

$$= \frac{A - B\,j}{A^2 - (B\,j)^2} = \frac{A - B\,j}{A^2 + B^2} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j$$

avec $A \approx 0{,}05154$

$$\boxed{\approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j}$$

et $B \approx 0{,}11660$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j$$

3°)

$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j$$

3°)

$$r = |\,z_{RLC}\,| = \sqrt{A'^2 + B'^2}$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j$$

3°)

$$r = |\,z_{RLC}\,| = \sqrt{A'^2 + B'^2} \approx \sqrt{3{,}1713^2 + (-7{,}1745)^2} \quad \boxed{\approx \mathbf{7{,}844}}$$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

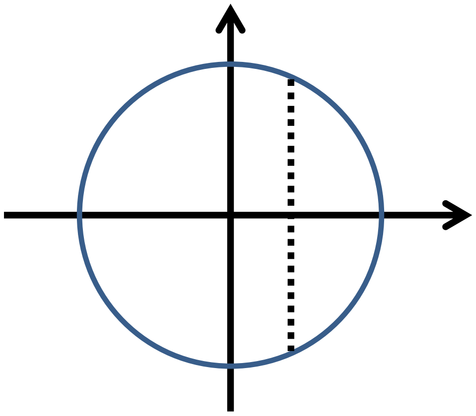
$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j$$

3°)

$$r = |\,z_{RLC}\,| = \sqrt{A'^2 + B'^2} \approx \sqrt{3{,}1713^2 + (-\,7{,}1745)^2} \quad \boxed{\approx 7{,}844}$$

$$\cos \beta = A'/r \approx 3{,}1713 \,/\, 7{,}844 \approx 0{,}4043$$



$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

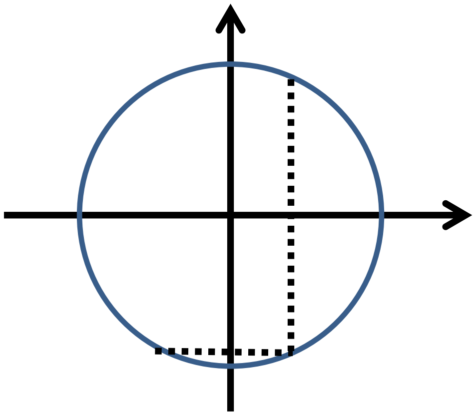
$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j$$

3°)

$$r = |\,z_{RLC}\,| = \sqrt{A'^2 + B'^2} \approx \sqrt{3{,}1713^2 + (-7{,}1745)^2} \quad \boxed{\approx 7{,}844}$$

$\cos \beta = A'/r \approx 3{,}1713 / 7{,}844 \approx 0{,}4043$



$\sin \beta = B'/r \approx -\,7{,}1745/7{,}844 \approx -\,0{,}9146$

$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-\,B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j$$

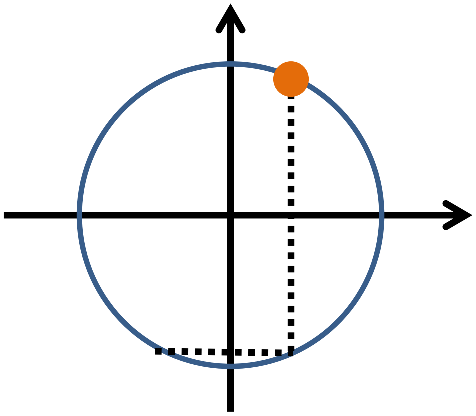
3°)

$$r = |\,z_{RLC}\,| = \sqrt{A'^2 + B'^2} \approx \sqrt{3{,}1713^2 + (-\,7{,}1745)^2} \quad \boxed{\approx 7{,}844}$$

$\cos\beta = A'/r \approx 3{,}1713 \,/\, 7{,}844 \approx 0{,}4043$

Arccos $0{,}4043 \approx 1{,}155$

$\sin\beta = B'/r \approx -\,7{,}1745/7{,}844 \approx -\,0{,}9146$



$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\,j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\,j$$

3°)

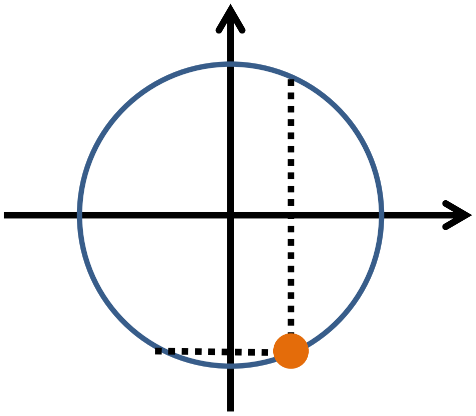
$$r = |\,z_{RLC}\,| = \sqrt{A'^2 + B'^2} \approx \sqrt{3{,}1713^2 + (-7{,}1745)^2} \quad \boxed{\approx \mathbf{7{,}844}}$$

$\cos \beta = A'/r \approx 3{,}1713 / 7{,}844 \approx 0{,}4043$

Arccos $0{,}4043 \approx 1{,}155$

$\sin \beta = B'/r \approx -\,7{,}1745/7{,}844 \approx -\,0{,}9146$

Arcsin $-\,0{,}9146 \approx -\,1{,}155$



$$\frac{1}{z_{RLC}} = A + B\,j \approx 0{,}05154 + 0{,}11660\ j$$

$$z_{RLC} = \frac{1}{A + B\,j} = \frac{1\,(A - B\,j)}{(A + B\,j)\,(A - B\,j)} = \frac{A}{A^2 + B^2} + j\,\frac{-B}{A^2 + B^2}$$

$$= A' + B'\,j \approx 3{,}1713 - 7{,}1745\ j$$

3°)

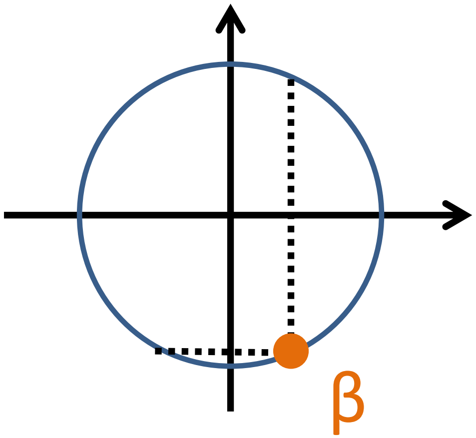
$$r = |\,z_{RLC}\,| = \sqrt{A'^2 + B'^2} \approx \sqrt{3{,}1713^2 + (-\,7{,}1745)^2} \quad \boxed{\approx 7{,}844}$$

$\cos\beta = A'/r \approx 3{,}1713 / 7{,}844 \approx 0{,}4043$

Arccos $0{,}4043 \approx 1{,}155$

$\sin\beta = B'/r \approx -\,7{,}1745/7{,}844 \approx -\,0{,}9146$

Arcsin $-\,0{,}9146 \approx -\,1{,}155$



$$\boxed{\beta \approx -\,1{,}155}$$