

Exercice 9 :

1°) Déterminez les formes algébrique, trigonométrique et exponentielle de la solution z de l'équation

$$2 + 3i (5 + z) = 7 (z - 4i) + 32 + 55i$$

2°) Où se trouve le point image D

$$\text{de } w = -0,5 e^{-i\pi/4} (z + 2i) \quad ?$$

(on utilisera le point image A de z pour répondre)

$$2 + 3i(5 + z) = 7(z - 4i) + 32 + 55i$$

$$\Leftrightarrow 2 + 15i + 3iz = 7z - 28i + 32 + 55i$$

$$\Leftrightarrow 3iz - 7z = -28i + 32 + 55i - 2 - 15i$$

$$\Leftrightarrow (-7 + 3i)z = 30 + 12i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{30 + 12i}{-7 + 3i} = \frac{(30 + 12i)(-7 - 3i)}{(-7 + 3i)(-7 - 3i)}$$

$$z = \frac{-210 - 84i - 90i - 36i^2}{(-7)^2 - (3i)^2} = \frac{-210 - 174i - 36(-1)}{49 - 9(-1)}$$

$$(-7 + 3i)z = 30 + 12i$$

$$30 + 12i$$

$$(30 + 12i)(-7 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{30 + 12i}{-7 + 3i} = \frac{(30 + 12i)(-7 - 3i)}{(-7 + 3i)(-7 - 3i)}$$

$$-7 + 3i$$

$$(-7 + 3i)(-7 - 3i)$$

$$-210 - 84i - 90i - 36i^2$$

$$-210 - 174i - 36(-1)$$

$$z = \frac{-210 - 84i - 90i - 36i^2}{(-7 + 3i)(-7 - 3i)} = \frac{-210 - 174i - 36(-1)}{49 - 9(-1)}$$

$$(-7)^2 - (3i)^2$$

$$49 - 9(-1)$$

$$-174 - 174i$$

$$-174$$

$$174$$

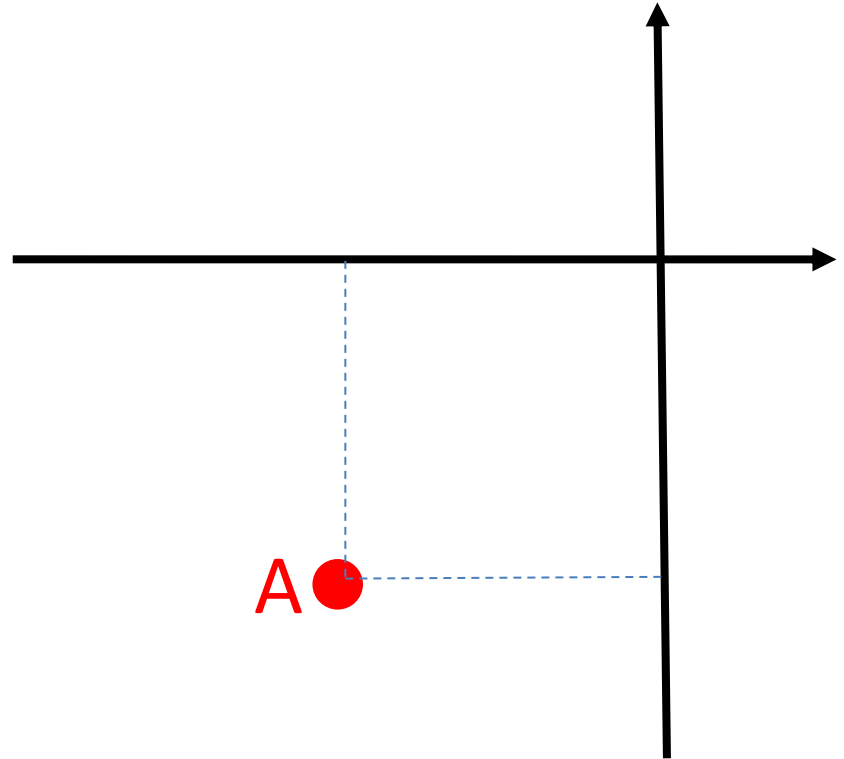
$$= \frac{-174 - 174i}{58} = \frac{-174}{58} - \frac{174}{58}i = -3 - 3i$$

$$58$$

$$58$$

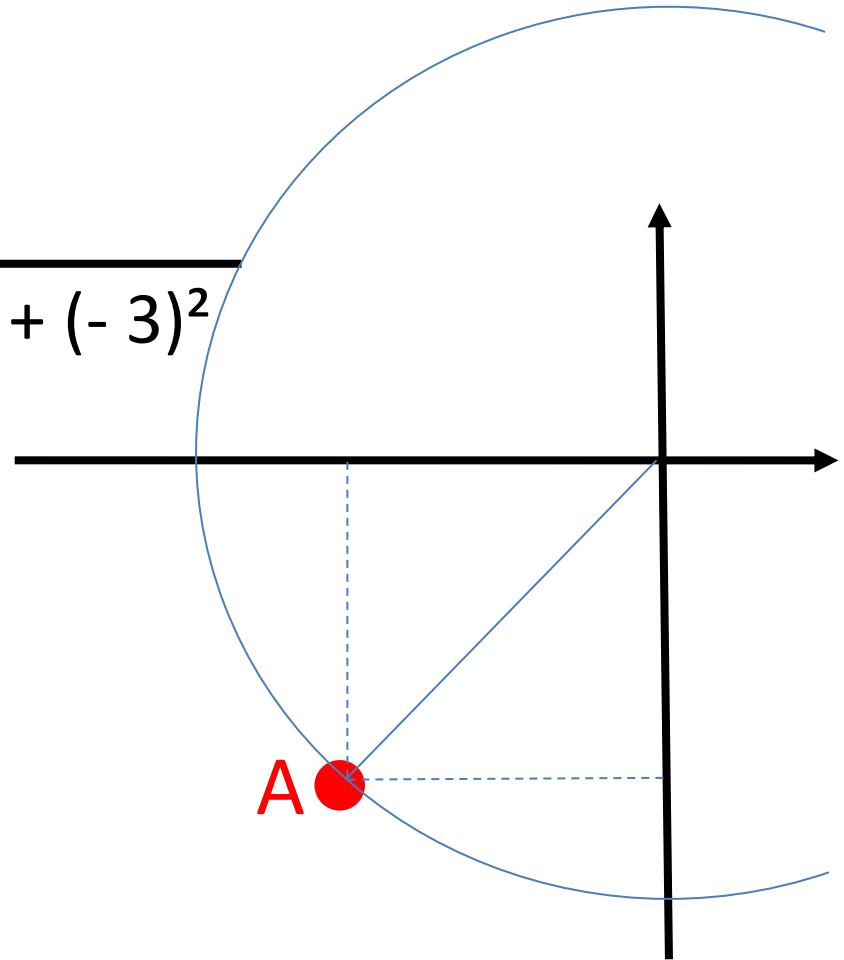
$$58$$

$$z_A = -3 - 3i$$



$$z_A = -3 - 3i$$

$$\begin{aligned} r = |z_A| &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$



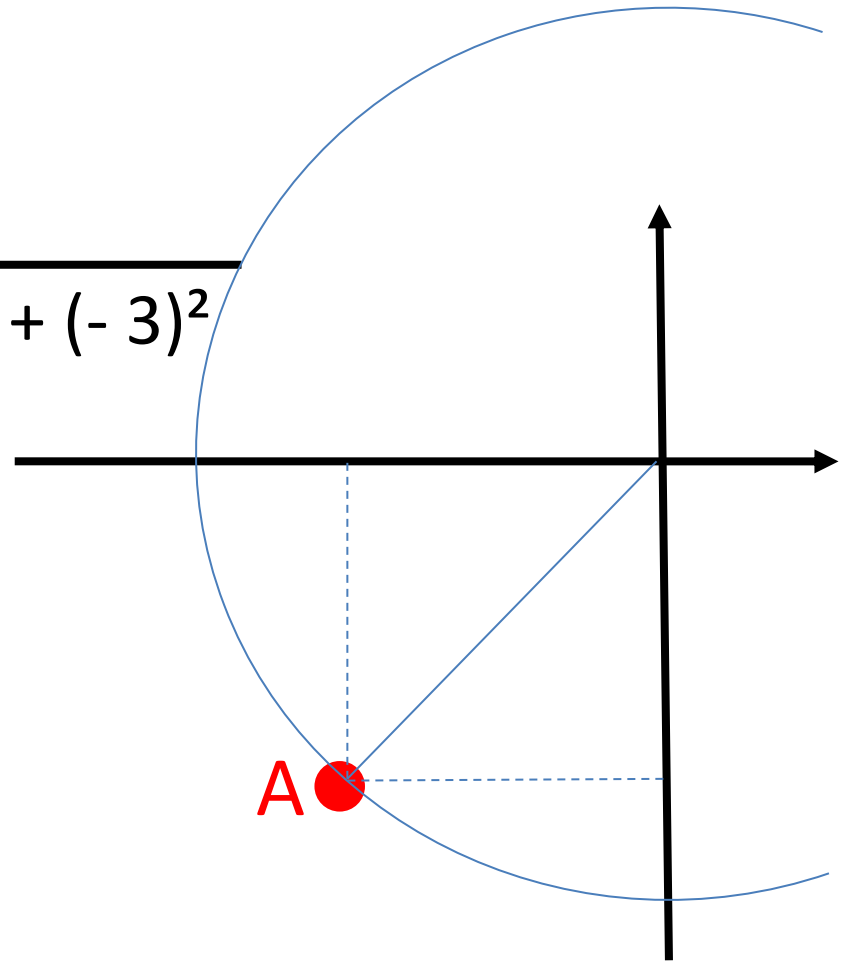
$$z_A = -3 - 3i$$

$$r = |z_A| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z_A)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = a/r = -3 / 3\sqrt{2} \\ \quad \quad \quad = -\sqrt{2}/2 \\ \sin \beta = b/r = -3 / 3\sqrt{2} \\ \quad \quad \quad = -\sqrt{2}/2 \end{array} \right.$$



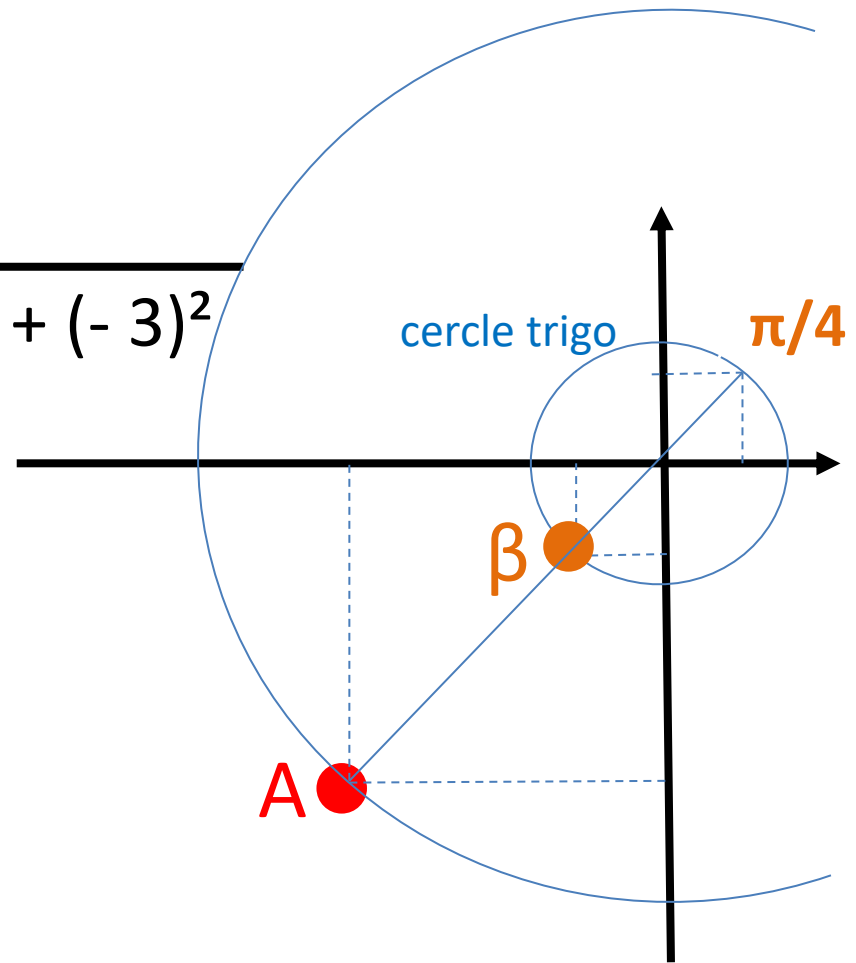
$$z_A = -3 - 3i$$

$$r = |z_A| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} \\ = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z_A)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = a/r = -3 / 3\sqrt{2} \\ \quad = -\sqrt{2}/2 \text{ abscisse} \\ \sin \beta = b/r = -3 / 3\sqrt{2} \\ \quad = -\sqrt{2}/2 \text{ ordonnée} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \beta = 5\pi/4 + k2\pi$$



$$z_A = -3 - 3i$$

$$r = |z_A| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} \\ = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z_A)$$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = -3 / 3\sqrt{2} \\ \quad = -\sqrt{2}/2 \text{ abscisse} \\ \sin \beta = b/r = -3 / 3\sqrt{2} \\ \quad = -\sqrt{2}/2 \text{ ordonnée} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \beta = 5\pi/4 + k2\pi$$

$$z_A = -3 - 3i$$

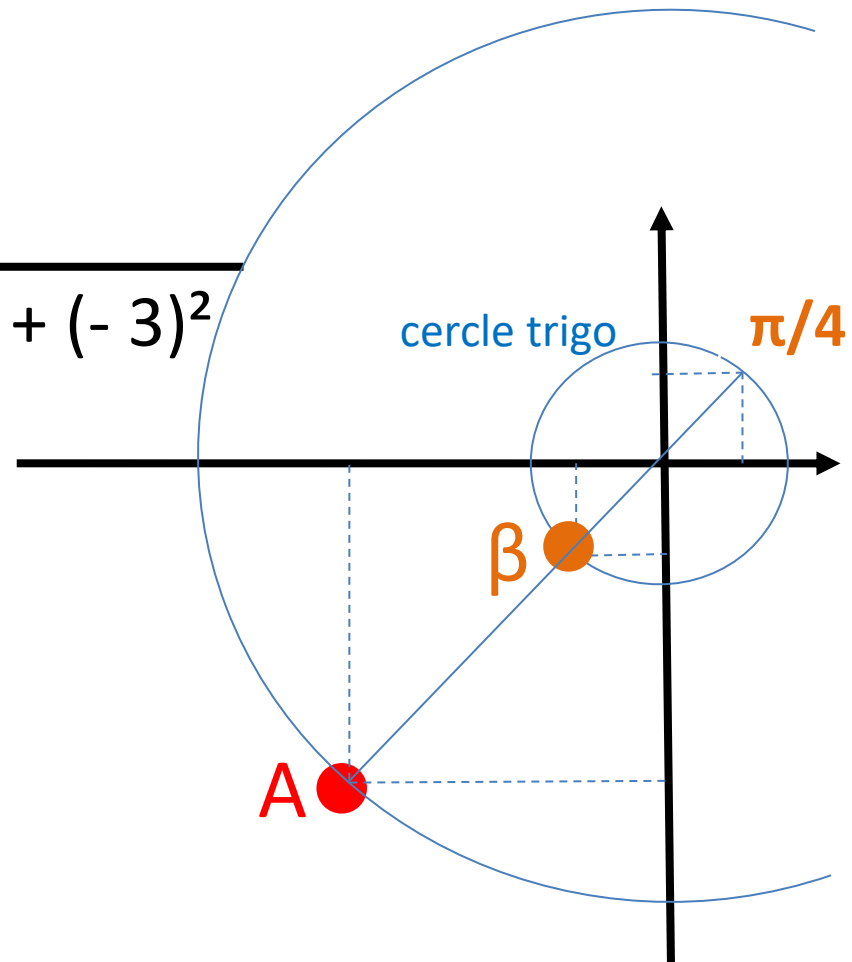
formes algébr.

$$[3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

trigonometrique.

$$3\sqrt{2} e^{i5\pi/4}$$

exponentielle



Exercice 9 :

2°) Tracez le point image **D** de

$$w = -0,5 e^{-i\pi/4} (z + 2i) \quad ?$$

(on utilisera le point image **A** de z pour répondre)

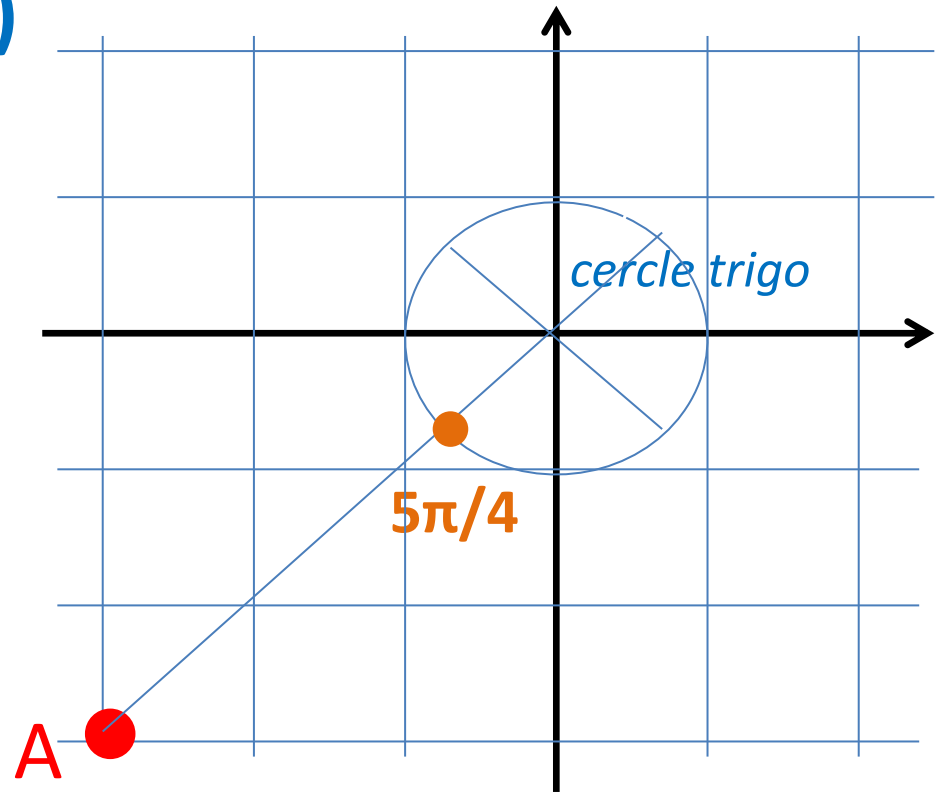
question 1° :

$z_A = -3 - 3i$	$[3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$	$3\sqrt{2} e^{i5\pi/4}$
formes algébr.	trigonomet.	exponentielle

$$w_D = -0,5 e^{-i\pi/4} (z_A + 2i)$$

$$z_A = -3 - 3i$$

$$= [3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

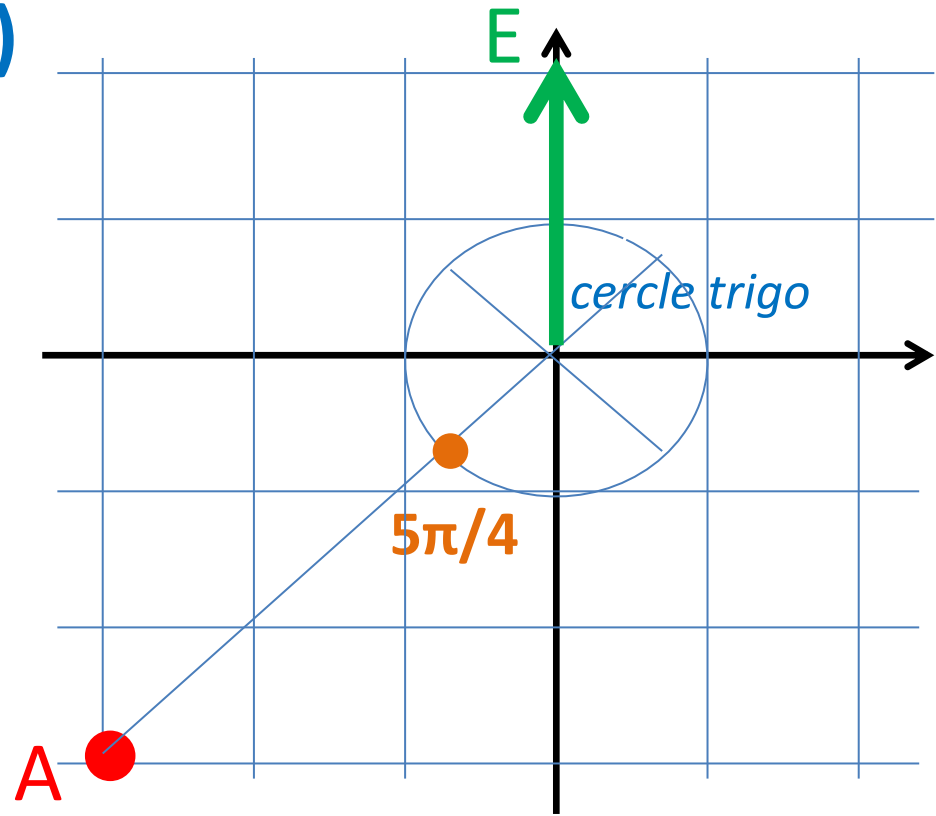


$$w_D = -0,5 e^{-i\pi/4} (z_A + 2i)$$

$$z_A = -3 - 3i$$

$$= [3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

$$z_B = z_A + z_E \quad z_E = 0 + 2i$$



$$w_D = -0,5 e^{-i\pi/4} (z_A + 2i)$$

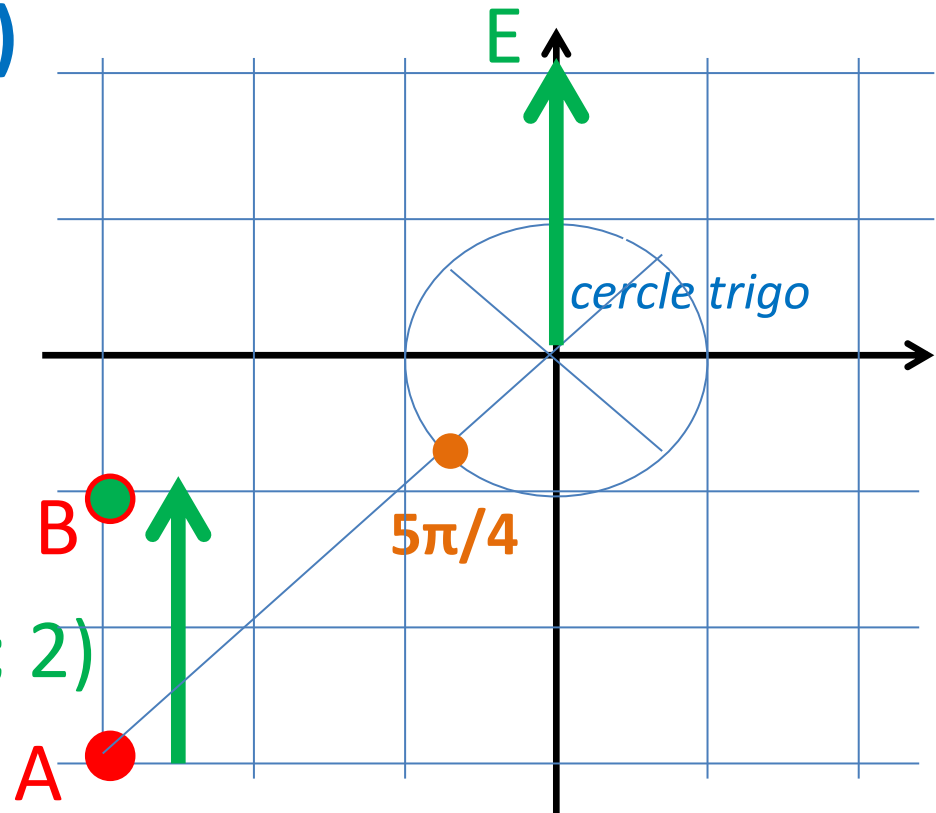
$$z_A = -3 - 3i$$

$$= [3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

$$z_B = z_A + z_E \quad z_E = 0 + 2i$$

➡ B est le point A

translaté de vecteur $(0 ; 2)$



$$w_D = -0,5 e^{-i\pi/4} (z_A + 2i)$$

$$z_A = -3 - 3i$$

$$= [3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

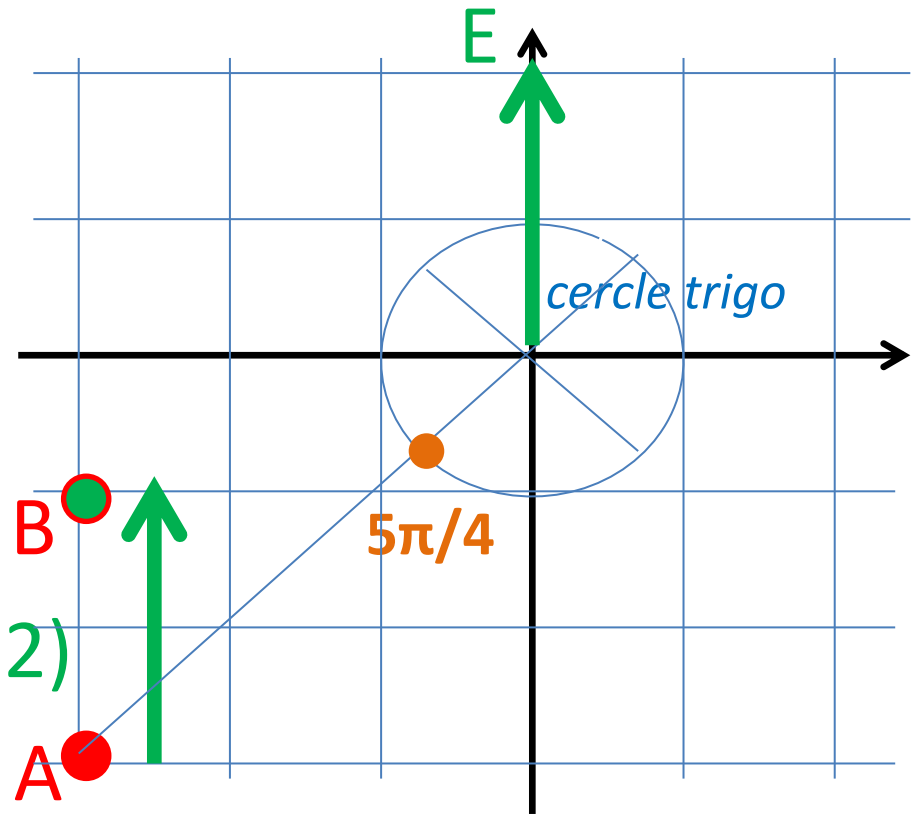
$$z_B = z_A + z_E \quad z_E = 0 + 2i$$

➡ B est le point A

translaté de vecteur $(0 ; 2)$

$$z_C = 1 e^{-i\pi/4} z_B$$

➡ C est le point B qui subit une rotation de centre O et d'angle orienté $-\pi/4$



$$w_D = -0,5 e^{-i\pi/4} (z_A + 2i)$$

$$z_A = -3 - 3i$$

$$= [3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

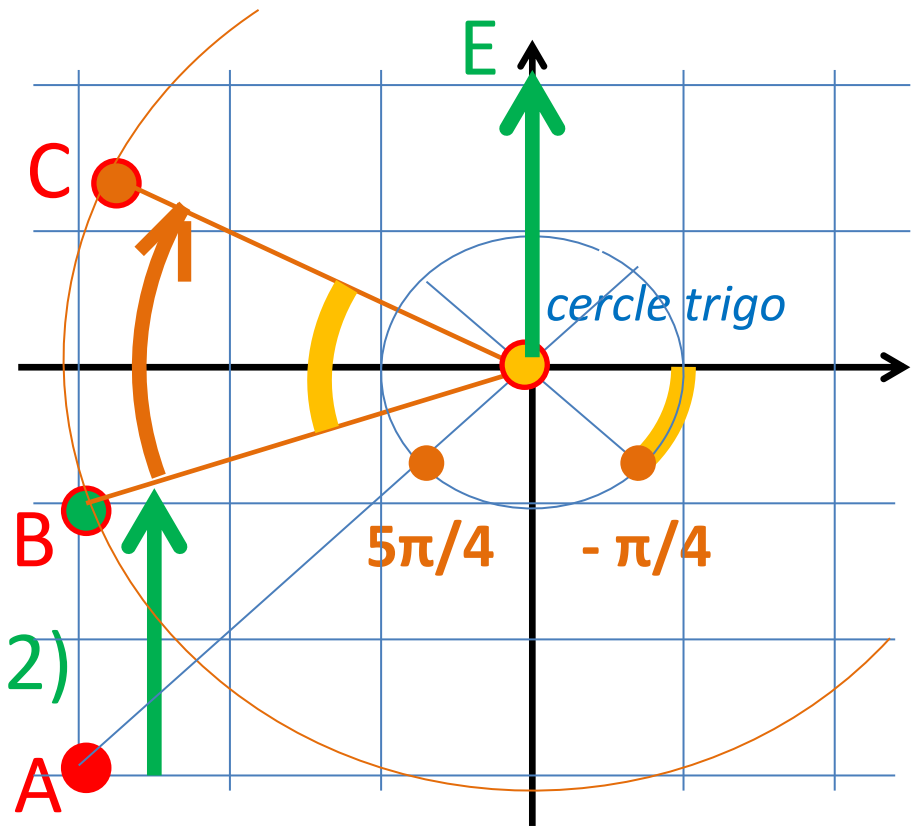
$$z_B = z_A + z_E \quad z_E = 0 + 2i$$

➡ B est le point A

translaté de vecteur $(0 ; 2)$

$$z_C = 1 e^{-i\pi/4} z_B$$

➡ C est le point B qui subit une rotation de centre O et d'angle orienté $-\pi/4$



$$w_D = -0,5 e^{-i\pi/4} (z_A + 2i)$$

$$z_A = -3 - 3i$$

$$= [3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

$$z_B = z_A + z_E \quad z_E = 0 + 2i$$

➡ B est le point A

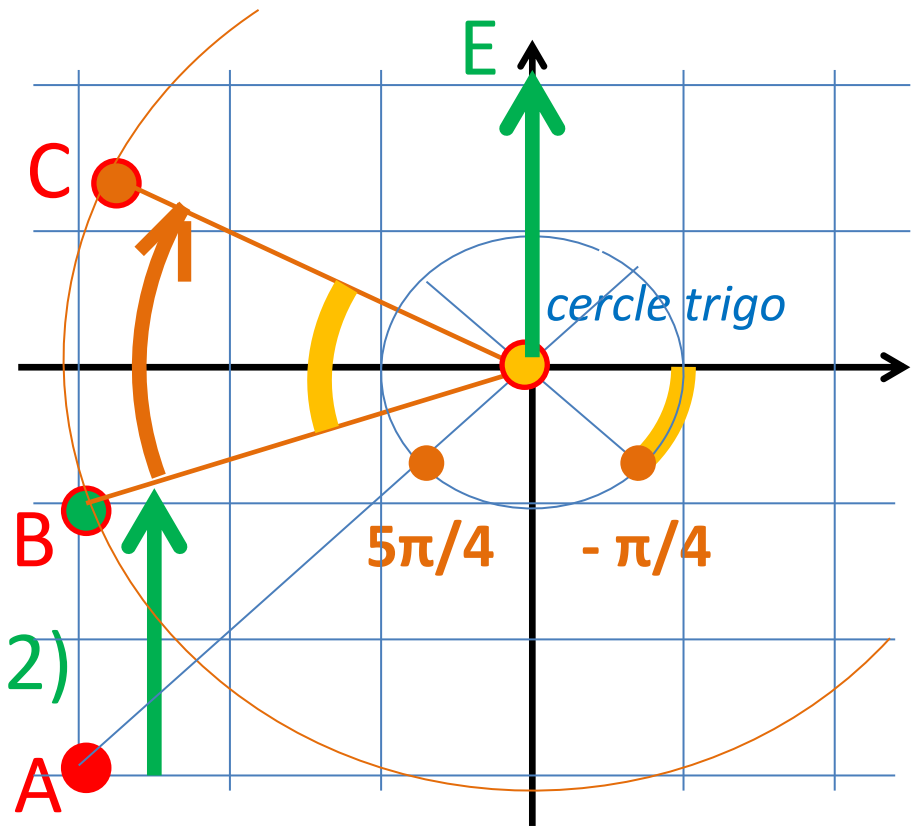
translaté de vecteur $(0 ; 2)$

$$z_C = 1 e^{-i\pi/4} z_B$$

➡ C est le point B qui subit une rotation de centre O et d'angle orienté $-\pi/4$

$$w_D = -0,5 z_C$$

➡ D est le point C qui subit une homothétie de centre O et de rapport $-0,5$



$$w_D = -0,5 e^{-i\pi/4} (z_A + 2i)$$

$$z_A = -3 - 3i$$

$$= [3\sqrt{2} ; 5\pi/4]$$

$$z_B = z_A + z_E \quad z_E = 0 + 2i$$

➡ B est le point A

translaté de vecteur $(0 ; 2)$

$$z_C = 1 e^{-i\pi/4} z_B$$

➡ C est le point B qui subit une rotation de centre O et d'angle orienté $-\pi/4$

$$w_D = -0,5 z_C$$

➡ D est le point C qui subit une homothétie de centre O et de rapport $-0,5$

