

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 :

Soient les nombres complexes

$$z_A = 1 + i \quad z_B = 3 + i \quad z_C = 1 + 2i$$

$z_D = 3 - 2i$ $w = z_E$ est le nombre
complexe $-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$ de l'exo 5.

$$z_F = 2 \quad z_G = -2$$

1°) $z_{A'} = z_A + z_D$ $z_{B'} = z_B + z_D$ $z_{C'} = z_C + z_D$

Placez (en noir) le triangle ABC et (en bleu)
le triangle $A'B'C'$ et le point D dans un repère.

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

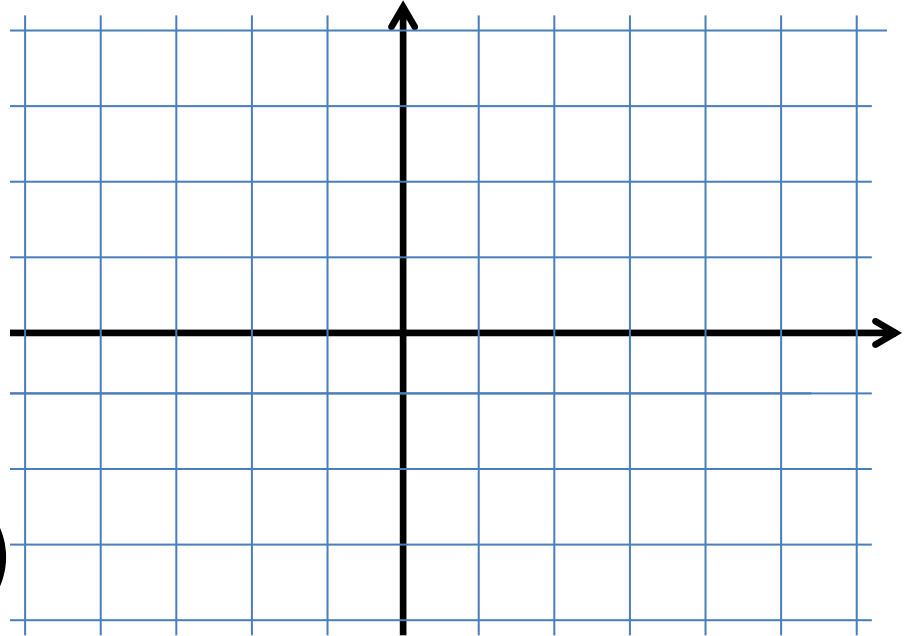
Exercice 8 : 1°)

$$z_A = 1 + i \rightarrow A(1 ; 1)$$

$$z_B = 3 + i \rightarrow B(3 ; 1)$$

$$z_C = 1 + 2i \rightarrow C(1 ; 2)$$

$$z_D = 3 - 2i \rightarrow D(3 ; -2)$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

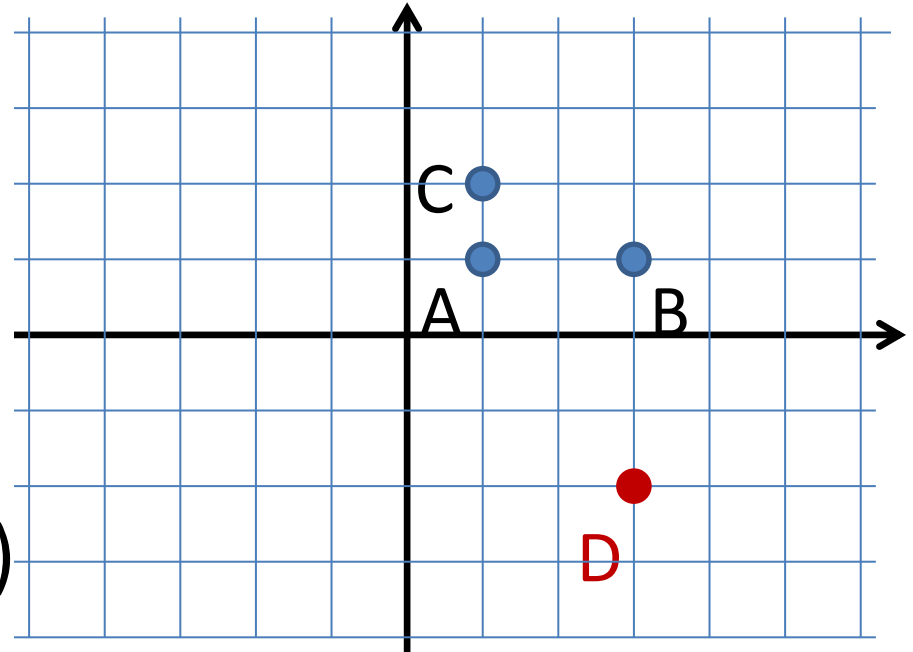
Exercice 8 : 1°)

$$z_A = 1 + i \rightarrow A(1 ; 1)$$

$$z_B = 3 + i \rightarrow B(3 ; 1)$$

$$z_C = 1 + 2i \rightarrow C(1 ; 2)$$

$$z_D = 3 - 2i \rightarrow D(3 ; -2)$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

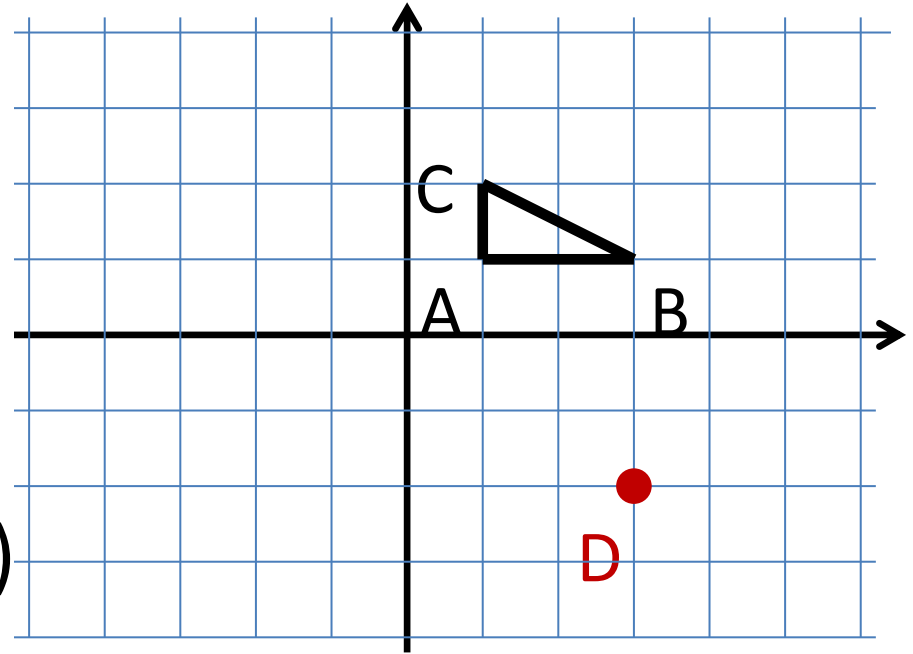
Exercice 8 : 1°)

$$z_A = 1 + i \rightarrow A(1 ; 1)$$

$$z_B = 3 + i \rightarrow B(3 ; 1)$$

$$z_C = 1 + 2i \rightarrow C(1 ; 2)$$

$$z_D = 3 - 2i \rightarrow D(3 ; -2)$$



$$z_{A'} = z_A + z_D = \dots$$

$$z_{B'} = z_B + z_D = \dots$$

$$z_{C'} = z_C + z_D = \dots$$

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

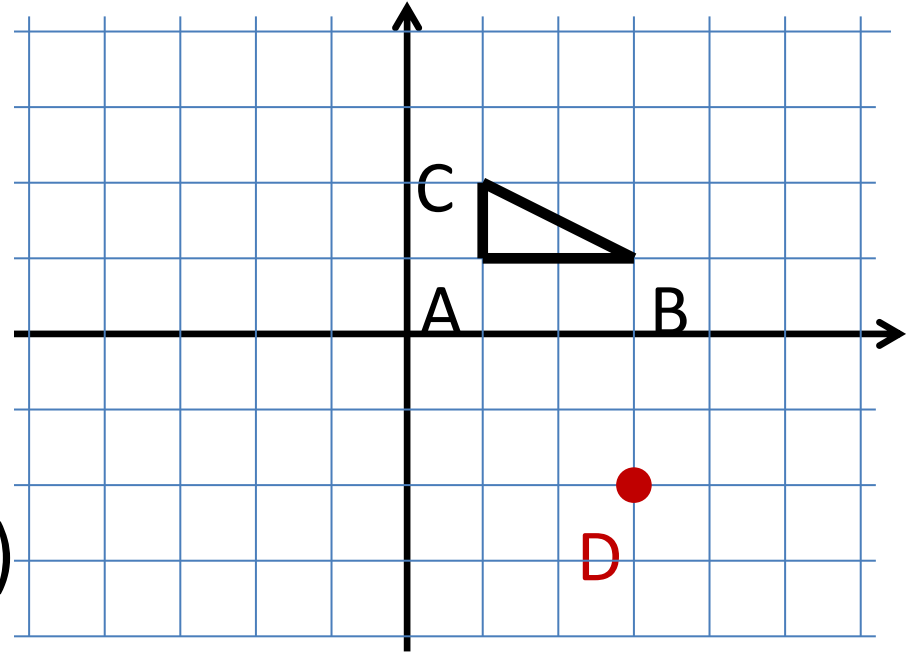
Exercice 8 : 1°)

$$z_A = 1 + i \Rightarrow A(1 ; 1)$$

$$z_B = 3 + i \Rightarrow B(3 ; 1)$$

$$z_C = 1 + 2i \Rightarrow C(1 ; 2)$$

$$z_D = 3 - 2i \Rightarrow D(3 ; -2)$$



$$z_{A'} = z_A + z_D = 1 + i + 3 - 2i = 4 - i \Rightarrow A'(4 ; -1)$$

$$z_{B'} = z_B + z_D = 3 + i + 3 - 2i = 6 - i \Rightarrow B'(6 ; -1)$$

$$z_{C'} = z_C + z_D = 1 + 2i + 3 - 2i = 4 \Rightarrow C'(4 ; 0)$$

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

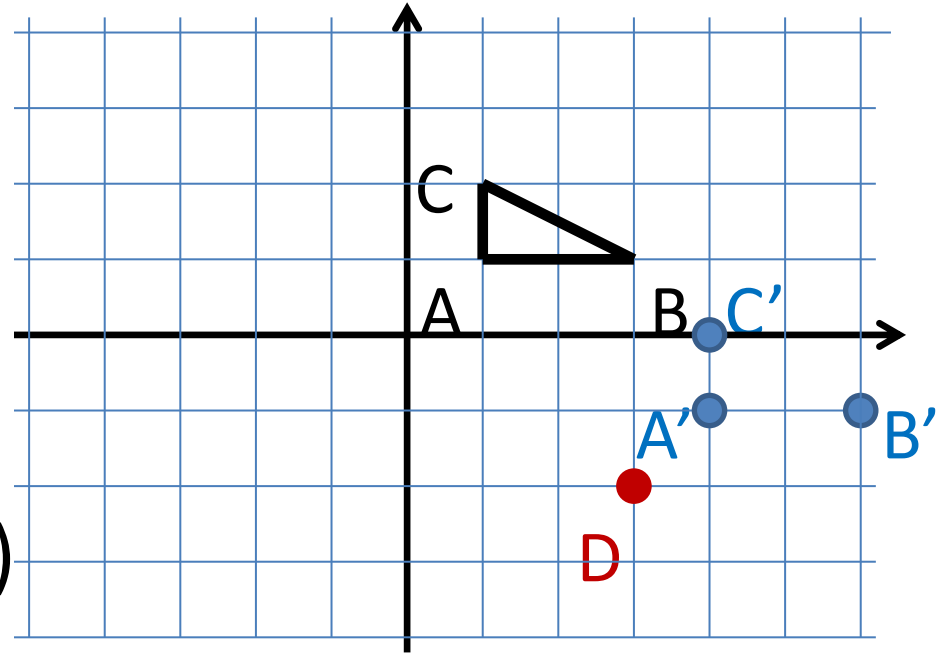
Exercice 8 : 1°)

$$z_A = 1 + i \Rightarrow A(1 ; 1)$$

$$z_B = 3 + i \Rightarrow B(3 ; 1)$$

$$z_C = 1 + 2i \Rightarrow C(1 ; 2)$$

$$z_D = 3 - 2i \Rightarrow D(3 ; -2)$$



$$z_{A'} = z_A + z_D = 1 + i + 3 - 2i = 4 - i \Rightarrow A'(4 ; -1)$$

$$z_{B'} = z_B + z_D = 3 + i + 3 - 2i = 6 - i \Rightarrow B'(6 ; -1)$$

$$z_{C'} = z_C + z_D = 1 + 2i + 3 - 2i = 4 \Rightarrow C'(4 ; 0)$$

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

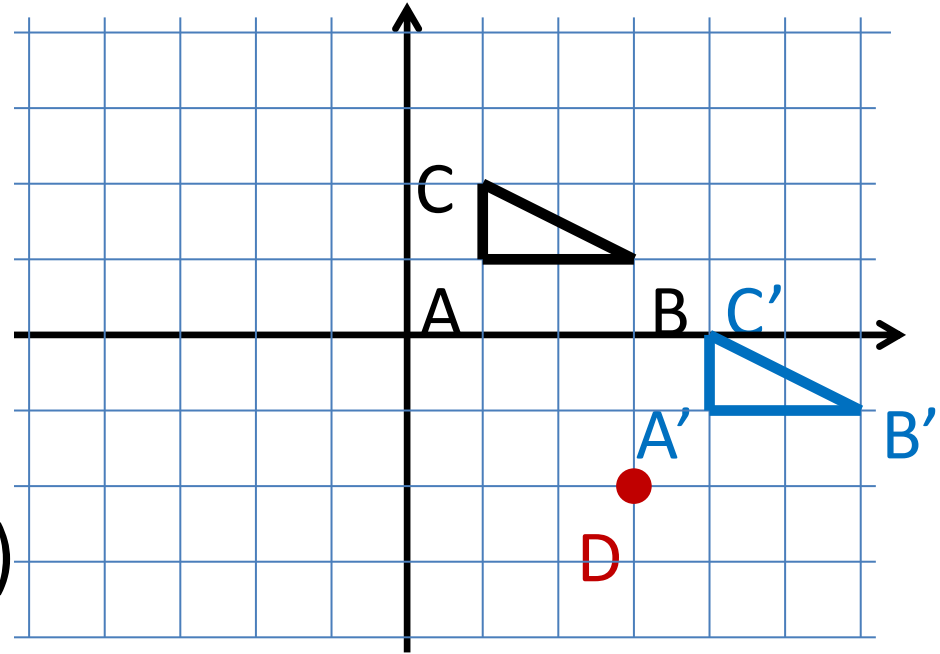
Exercice 8 : 1°)

$$z_A = 1 + i \Rightarrow A(1 ; 1)$$

$$z_B = 3 + i \Rightarrow B(3 ; 1)$$

$$z_C = 1 + 2i \Rightarrow C(1 ; 2)$$

$$z_D = 3 - 2i \Rightarrow D(3 ; -2)$$



$$z_{A'} = z_A + z_D = 1 + i + 3 - 2i = 4 - i \Rightarrow A'(4 ; -1)$$

$$z_{B'} = z_B + z_D = 3 + i + 3 - 2i = 6 - i \Rightarrow B'(6 ; -1)$$

$$z_{C'} = z_C + z_D = 1 + 2i + 3 - 2i = 4 \Rightarrow C'(4 ; 0)$$

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 1°)

$$z_{A'} = z_A + z_D$$

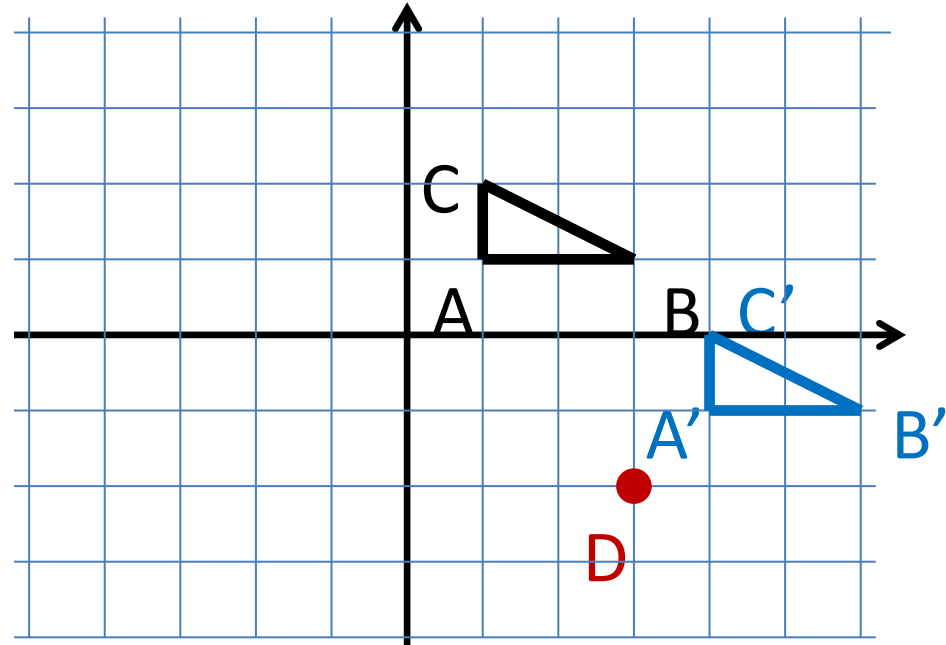
$$z_{B'} = z_B + z_D$$

$$z_{C'} = z_C + z_D$$

Conjecture :

$$z_{M'} = z_M + z_D$$

➡ la transformation géométrique
qui transforme M en M'
est ...



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

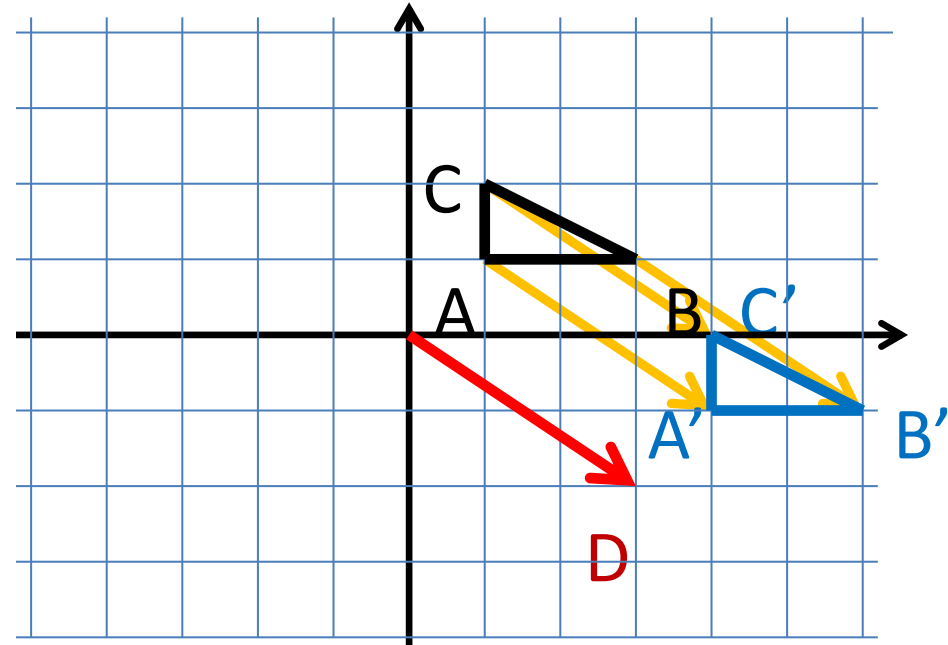
Exercice 8 : 1°)

$$z_{A'} = z_A + z_D$$

$$z_{B'} = z_B + z_D$$

$$z_{C'} = z_C + z_D$$

Conjecture :



$$z_{M'} = z_M + z_D$$

➡ la transformation géométrique
qui transforme M en M'
est la **translation** de vecteur $\vec{OD}$

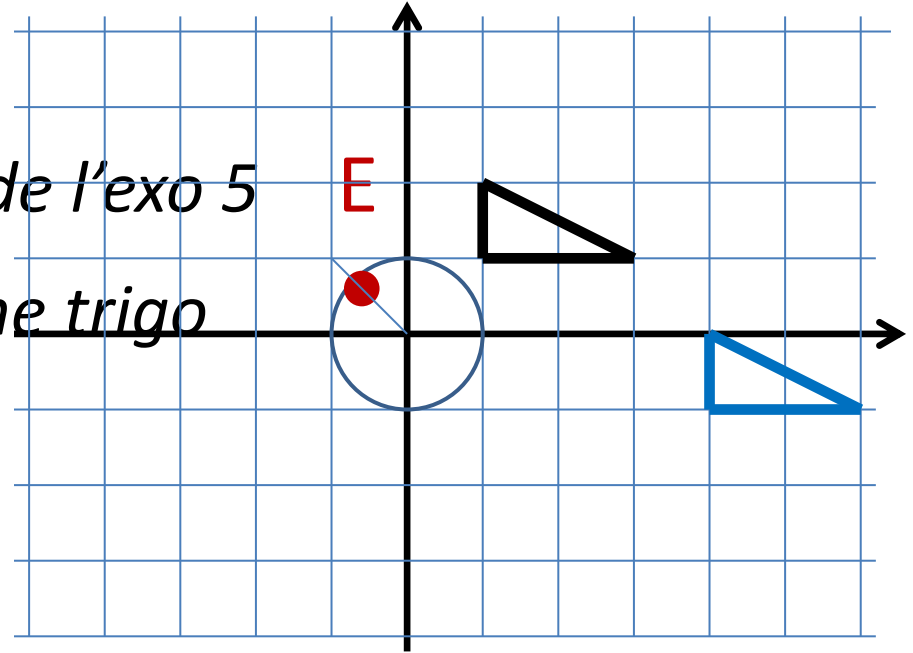
V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2} \text{ de l'exo 5}$$

$$z_E = [1 ; 3\pi/4]$$

forme trigo



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

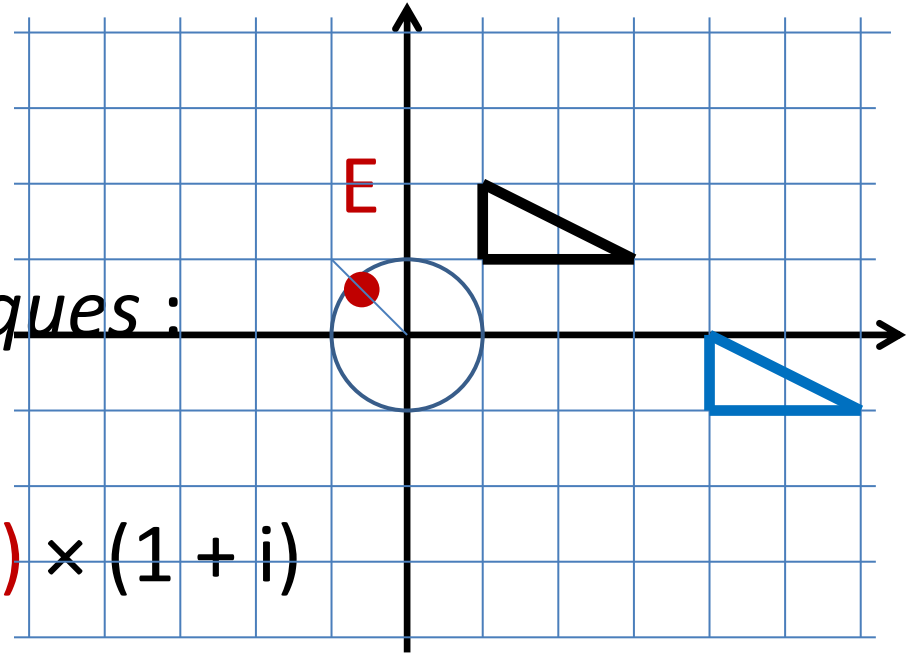
$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

$$z_{A''} = z_E \times z_A$$

$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (1 + i)$$

$$= \dots$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

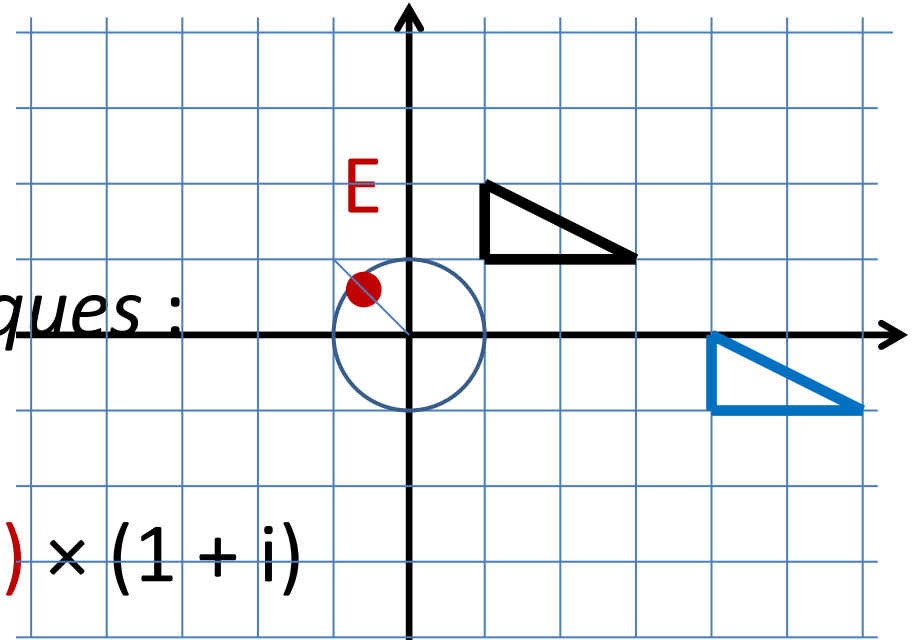
$$z_{A''} = z_E \times z_A$$

$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (1 + i)$$

$$= -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2} + i^2 0,5\sqrt{2}$$

$$= -0,5\sqrt{2} + (-1) 0,5\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2}$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

$$z_{A''} = z_E \times z_A$$

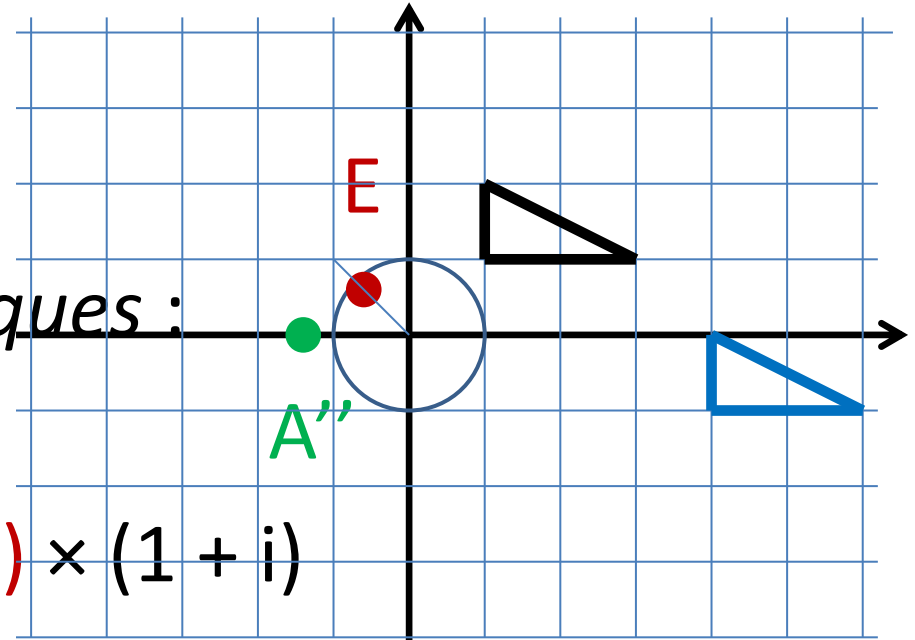
$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (1 + i)$$

$$= -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2} + i^2 0,5\sqrt{2}$$

$$= -0,5\sqrt{2} + (-1) 0,5\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} \approx -1,4 \quad \Rightarrow \quad A''(\approx -1,4 ; 0)$$

$$z_{B''} = z_E \times z_B \quad \text{même méthode} \Rightarrow \text{déterminez } B''$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°) $z_E = [1 ; 3\pi/4]$

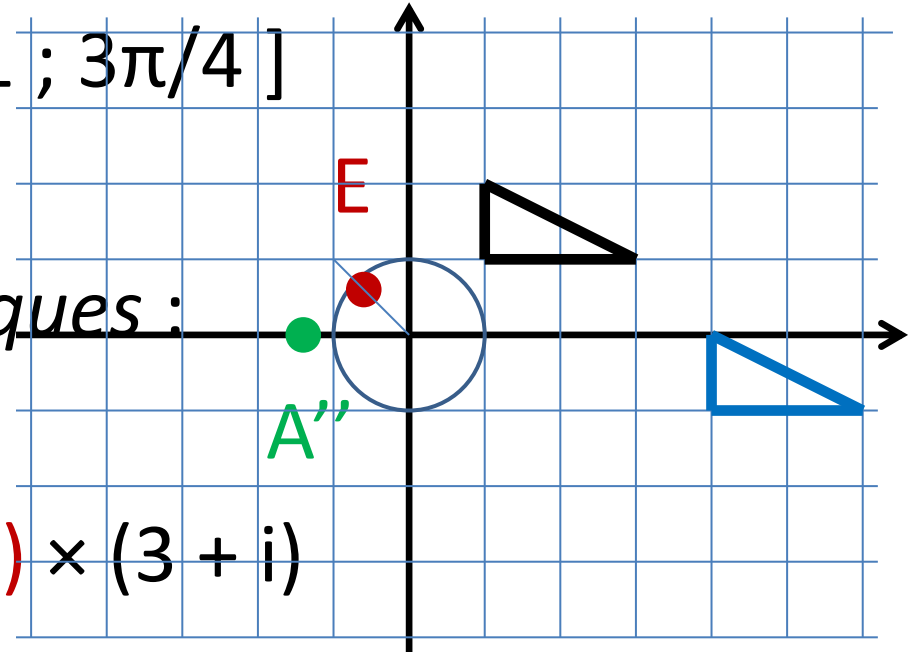
$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

$$z_{B''} = z_E \times z_C$$

$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (3 + i)$$

= ...



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°) $z_E = [1 ; 3\pi/4]$

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

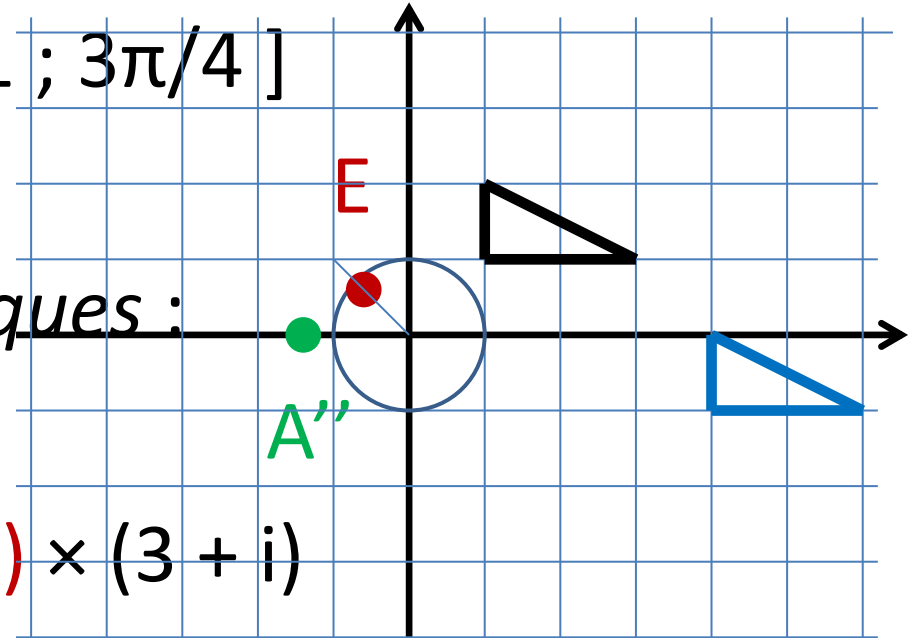
$$z_{B''} = z_E \times z_C$$

$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (3 + i)$$

$$= -1,5\sqrt{2} + i 1,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2} + i^2 0,5\sqrt{2}$$

$$= -1,5\sqrt{2} + i\sqrt{2} + (-1) 0,5\sqrt{2}$$

$$= -2\sqrt{2} + i\sqrt{2}$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°) $z_E = [1 ; 3\pi/4]$

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

$$z_{B''} = z_E \times z_C$$

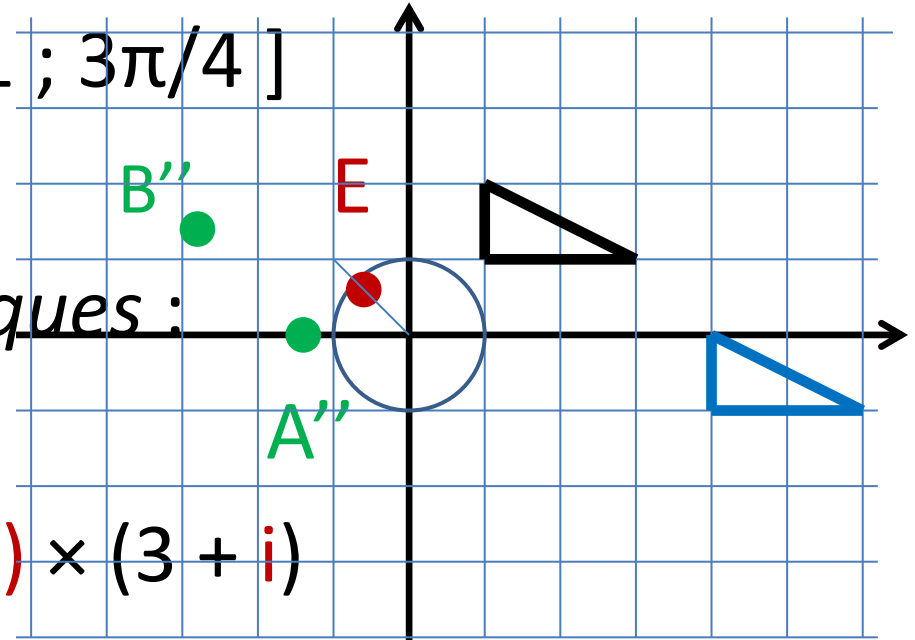
$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (3 + i)$$

$$= -1,5\sqrt{2} + i 1,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2} + i^2 0,5\sqrt{2}$$

$$= -1,5\sqrt{2} + i \sqrt{2} + (-1) 0,5\sqrt{2}$$

$$= -2\sqrt{2} + i \sqrt{2}$$

$$\approx -2,8 + 1,4 i \Rightarrow B''(\approx -2,8 ; \approx 1,4)$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

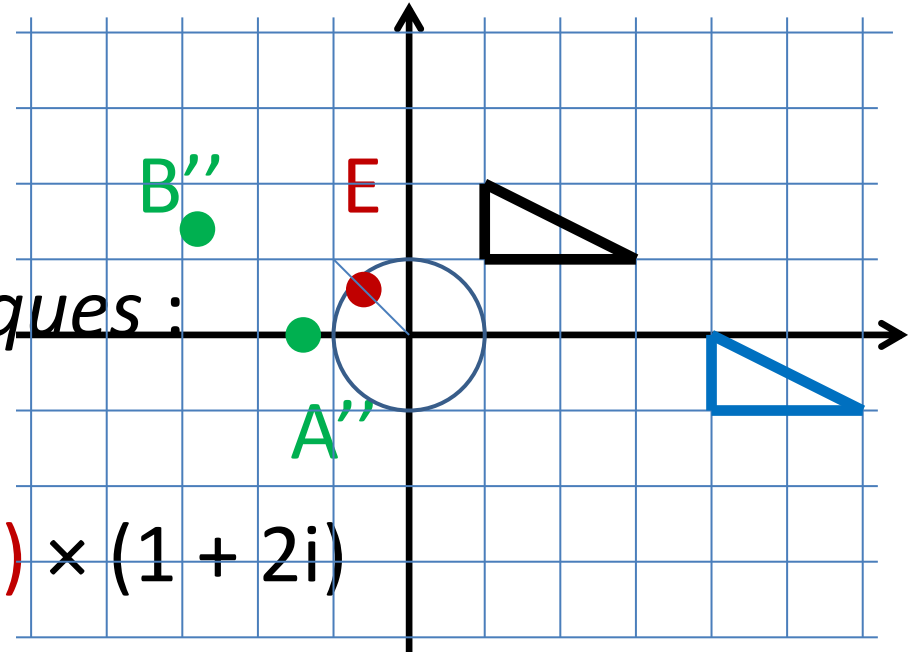
$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

$$z_{C''} = z_E \times z_C$$

$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (1 + 2i)$$

$$= \dots$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

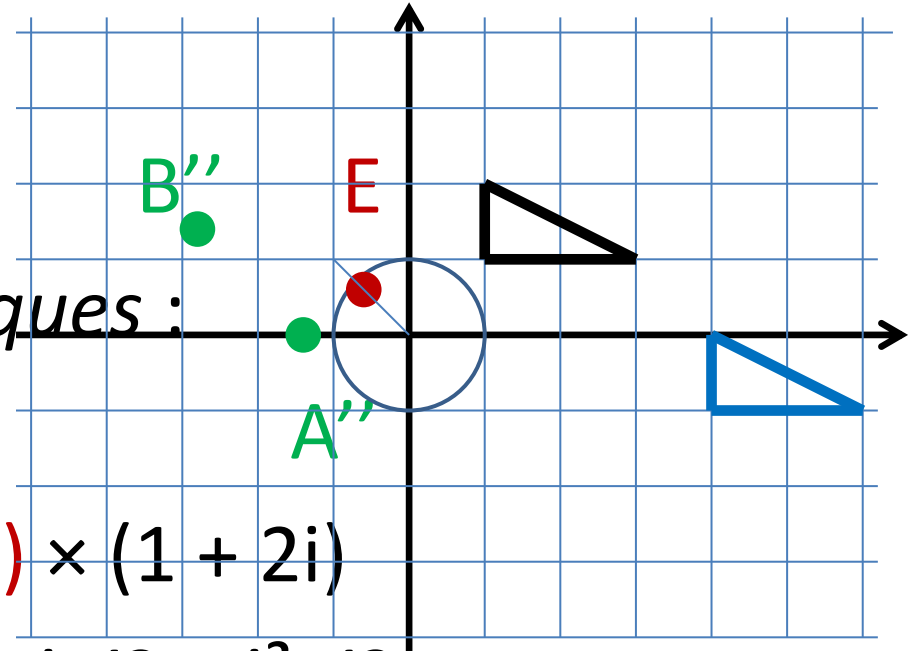
$$z_{C''} = z_E \times z_C$$

$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (1 + 2i)$$

$$= -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2} - i\sqrt{2} + i^2\sqrt{2}$$

$$= -0,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2} + (-1)\sqrt{2}$$

$$= -1,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2}$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

$$z_{C''} = z_E \times z_C$$

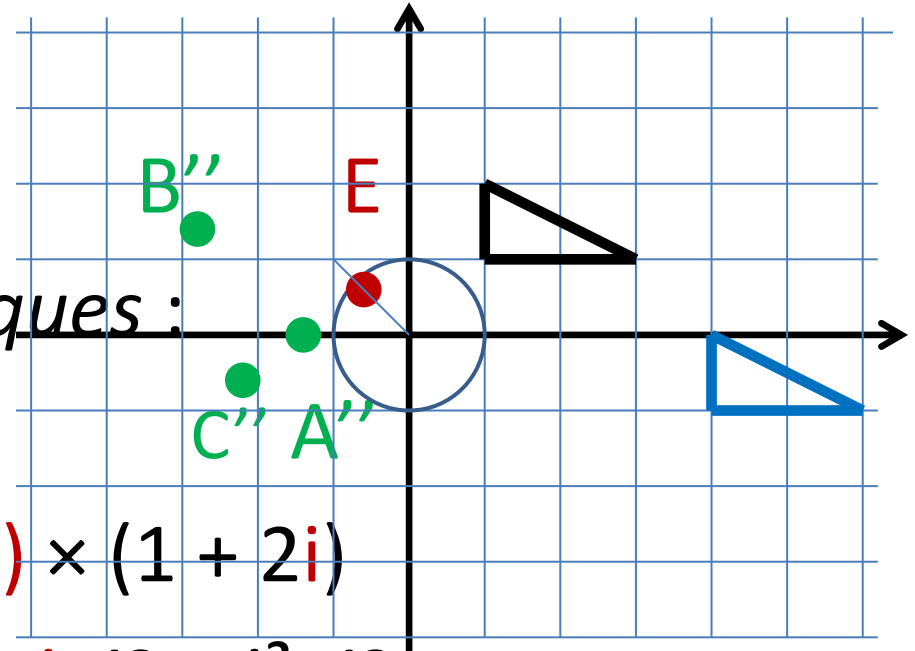
$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (1 + 2i)$$

$$= -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2} - i\sqrt{2} + i^2\sqrt{2}$$

$$= -0,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2} + (-1)\sqrt{2}$$

$$= -1,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2}$$

$$\approx -2,1 - 0,7i \Rightarrow C''(\approx -2,1 ; \approx -0,7)$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°)

$$z_E = -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}$$

avec les formes *algébriques* :

$$z_{C''} = z_E \times z_C$$

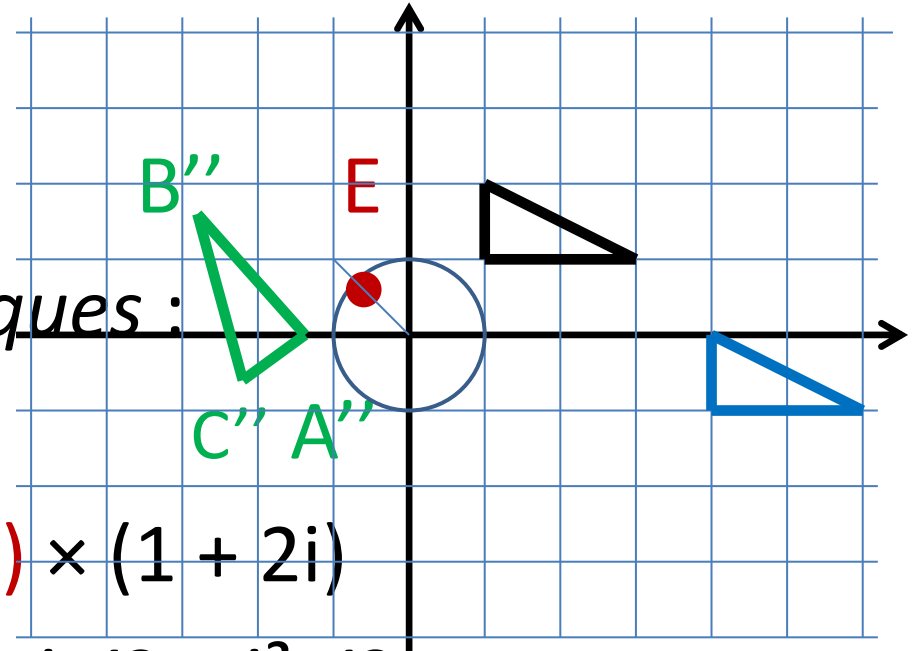
$$= (-0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2}) \times (1 + 2i)$$

$$= -0,5\sqrt{2} + i 0,5\sqrt{2} - i\sqrt{2} + i^2\sqrt{2}$$

$$= -0,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2} + (-1)\sqrt{2}$$

$$= -1,5\sqrt{2} - i 0,5\sqrt{2}$$

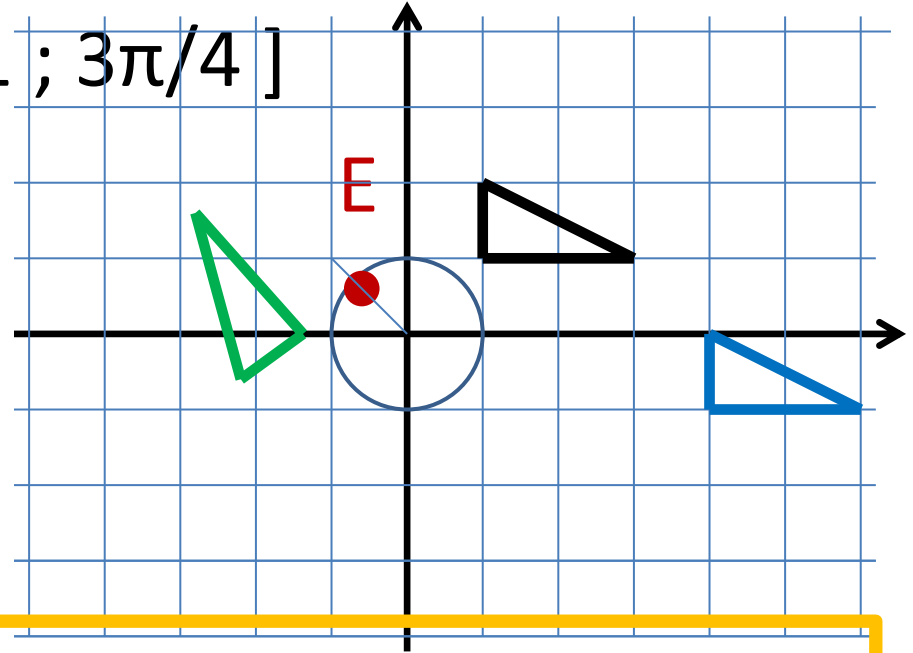
$$\approx -2,1 - 0,7i \Rightarrow C'' (\approx -2,1 ; \approx -0,7)$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°) $z_E = [1 ; 3\pi/4]$

$$z_{M'} = z_E \times z_M$$



z_E a pour module 1

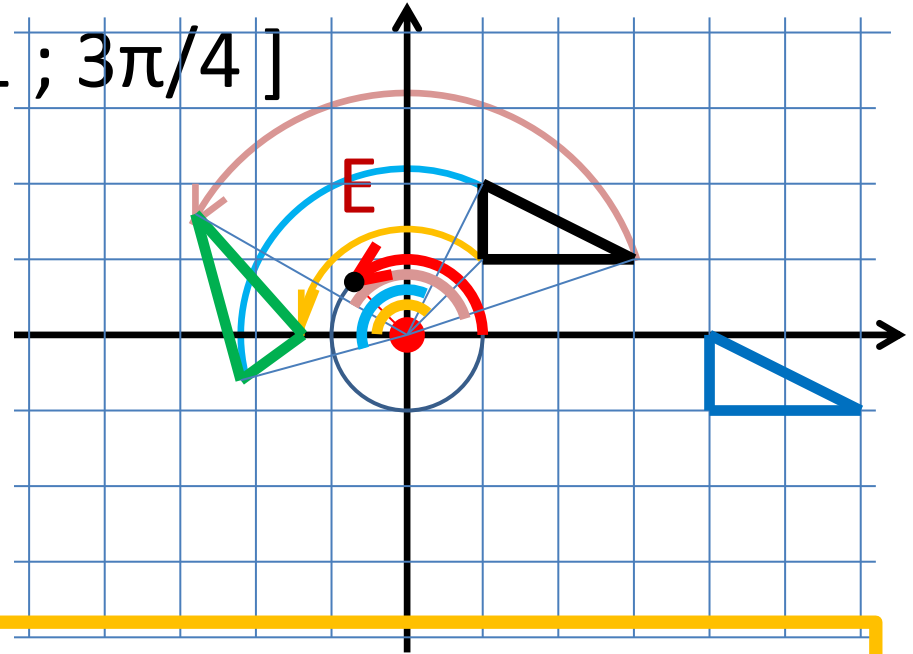
$z_{M'} = z_E \times z_M \Rightarrow$ la transformation géométrique
qui transforme M en M'

est ...

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°) $z_E = [1 ; 3\pi/4]$

$$z_{M'} = z_E \times z_M$$



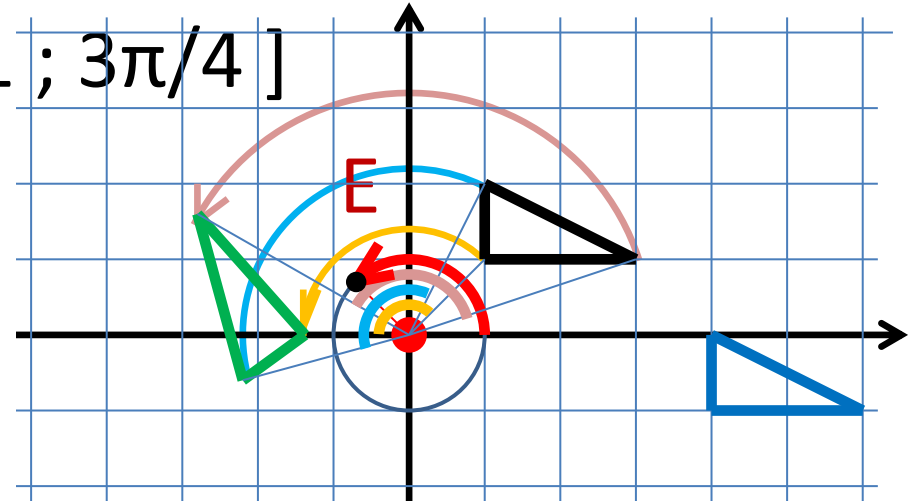
z_E a pour module 1

$z_{M'} = z_E \times z_M \Rightarrow$ la transformation géométrique
qui transforme M en M' est la **rotation**
de centre O et d'angle orienté β_E (argument de z_E)

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 2°) $z_E = [1 ; 3\pi/4]$

$$\begin{aligned} z_{M'} &= z_E \times z_M \\ &= 1 e^{i3\pi/4} \times r e^{i\beta} \\ &= r e^{i(\beta + 3\pi/4)} \end{aligned}$$



➡ même rayon et angle augmenté de $3\pi/4$

z_E a pour module 1

$z_{M'} = z_E \times z_M$ ➡ la transformation géométrique
qui transforme M en M' est la **rotation**
de centre O et d'angle orienté β_E (argument de z_E)

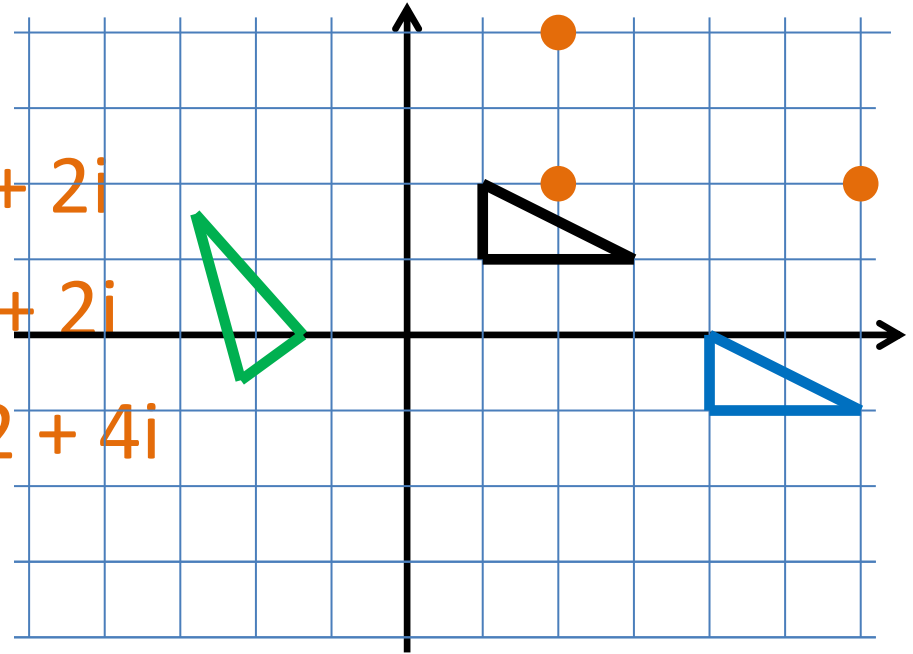
V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 3°)

$$z_F = 2 z_A = 2 (1 + i) = 2 + 2i$$

$$z_G = 2 z_B = 2 (3 + i) = 6 + 2i$$

$$z_H = 2 z_C = 2 (1 + 2i) = 2 + 4i$$



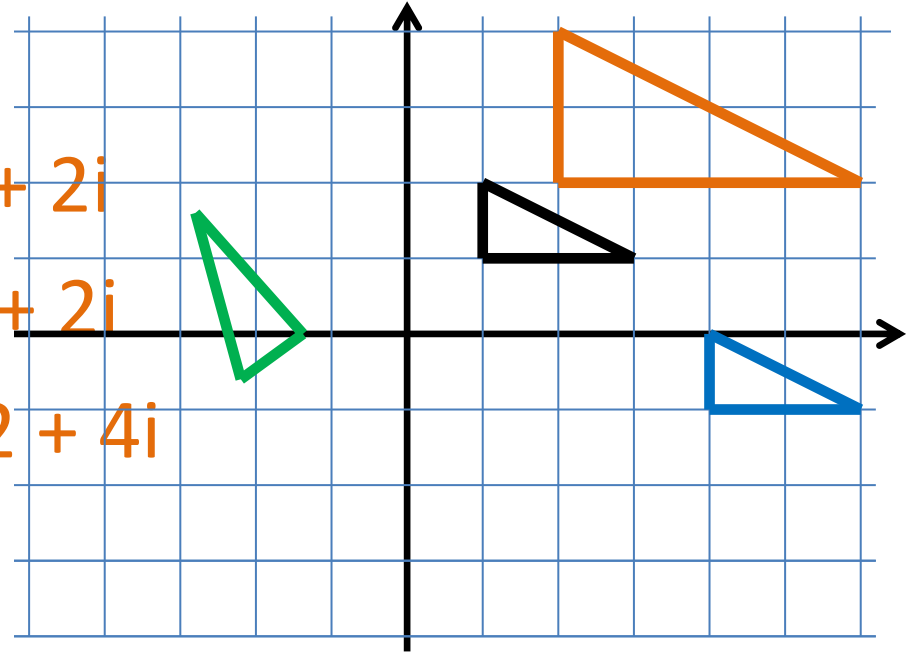
V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 3°)

$$z_F = 2 z_A = 2 (1 + i) = 2 + 2i$$

$$z_G = 2 z_B = 2 (3 + i) = 6 + 2i$$

$$z_H = 2 z_C = 2 (1 + 2i) = 2 + 4i$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 3°)

$$z_F = 2 z_A = 2 (1 + i) = 2 + 2i$$

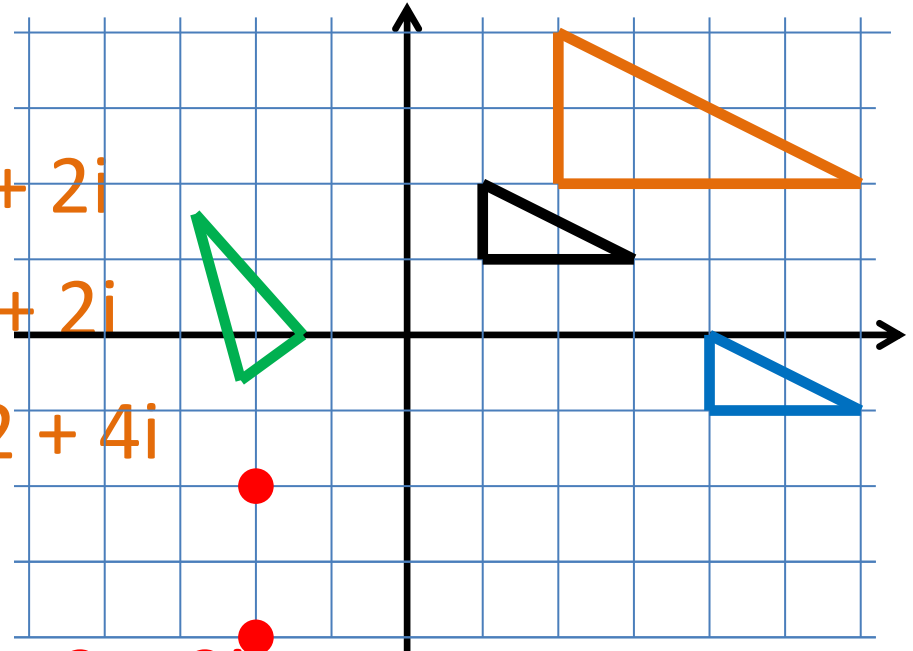
$$z_G = 2 z_B = 2 (3 + i) = 6 + 2i$$

$$z_H = 2 z_C = 2 (1 + 2i) = 2 + 4i$$

$$z_F = - 2 z_A = - 2 (1 + i) = - 2 - 2i$$

$$z_G = - 2 z_B = - 2 (3 + i) = - 6 - 2i$$

$$z_H = - 2 z_C = - 2 (1 + 2i) = - 2 - 4i$$



V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 3°)

$$z_F = 2 z_A = 2 (1 + i) = 2 + 2i$$

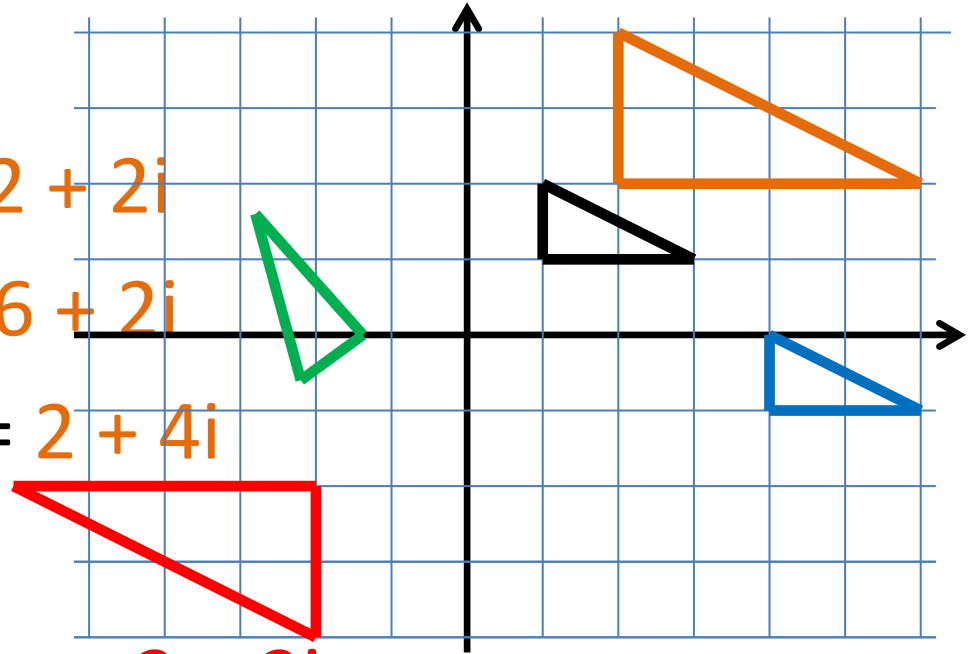
$$z_G = 2 z_B = 2 (3 + i) = 6 + 2i$$

$$z_H = 2 z_C = 2 (1 + 2i) = 2 + 4i$$

$$z_{F'} = - 2 z_A = - 2 (1 + i) = - 2 - 2i$$

$$z_{G'} = - 2 z_B = - 2 (3 + i) = - 6 - 2i$$

$$z_{H'} = - 2 z_C = - 2 (1 + 2i) = - 2 - 4i$$

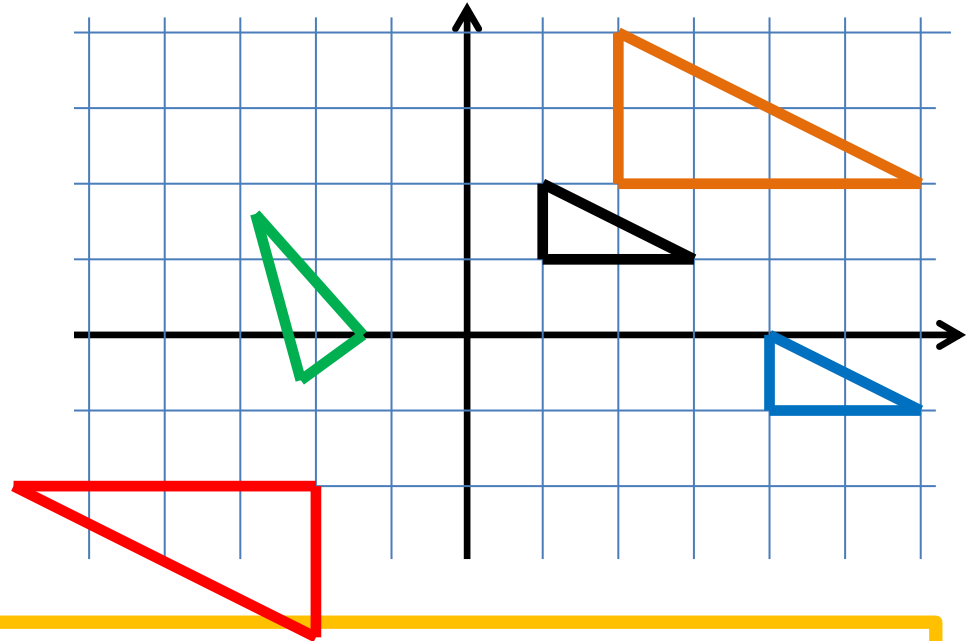


V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 3°)

$$z_{M'} = 2 z_M$$

$$z_{M'} = -2 z_M$$



k est un réel

$z_{M'} = k z_M \Rightarrow$ la transformation géométrique
qui transforme M en M'

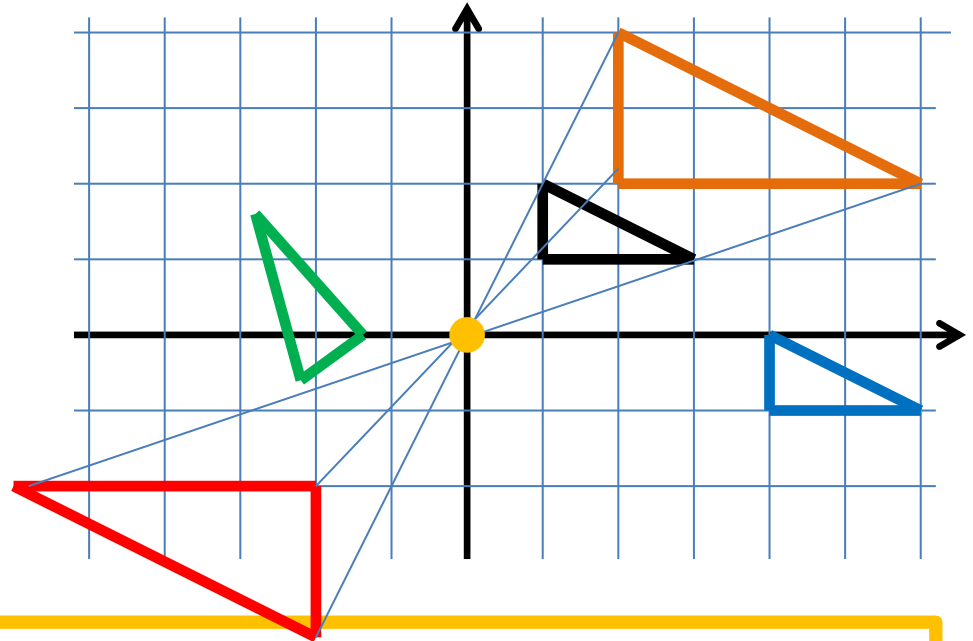
est ...

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 3°)

$$z_{M'} = 2 z_M$$

$$z_{M'} = -2 z_M$$



k est un réel

$z_{M'} = k z_M \Rightarrow$ la transformation géométrique
qui transforme M en M'

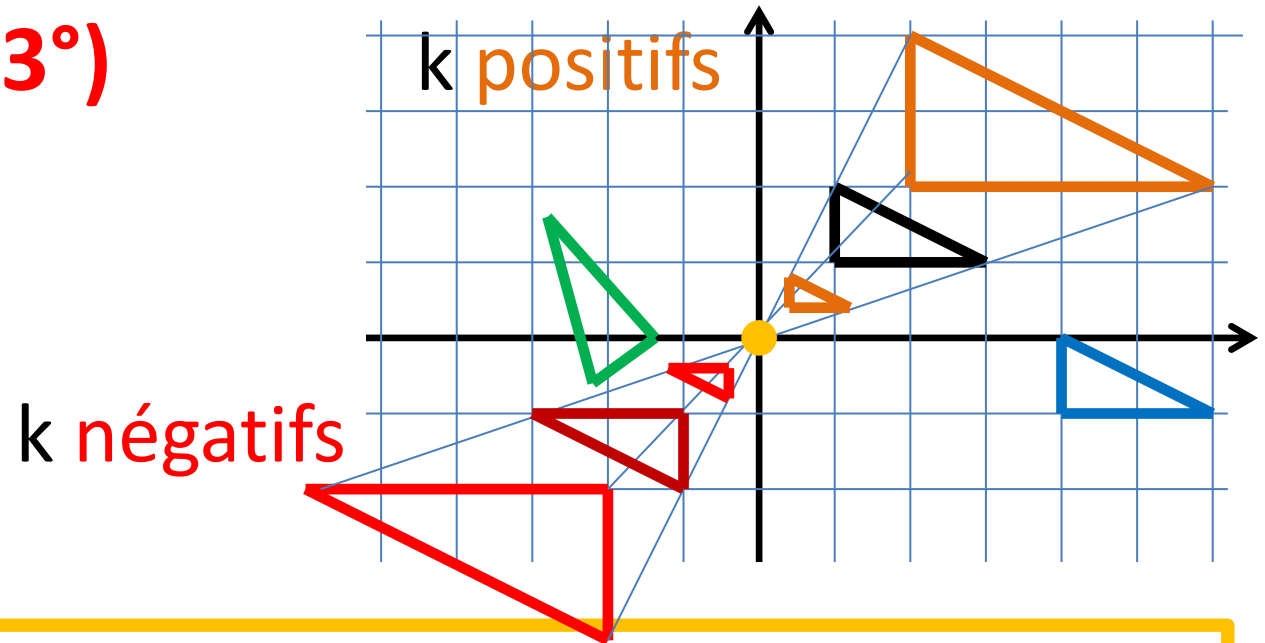
est une **homothétie** de centre O et de rapport k

V Transformations géométriques des points images de nombres complexes.

Exercice 8 : 3°)

$$z_{M'} = 2 z_M$$

$$z_{M'} = -2 z_M$$



k est un réel

$z_{M'} = k z_M \Rightarrow$ la transformation géométrique
qui transforme M en M'

est une **homothétie** de centre O et de rapport k