

Exercice 12 révisions sur le produit scalaire

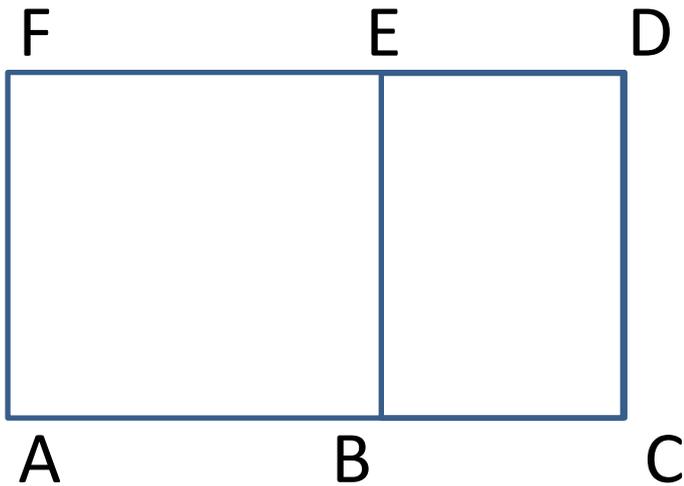
Soient un rectangle ACDF, et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

- 1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.
- 2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.
- 3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].
Démontrez que A, D et H sont alignés.

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

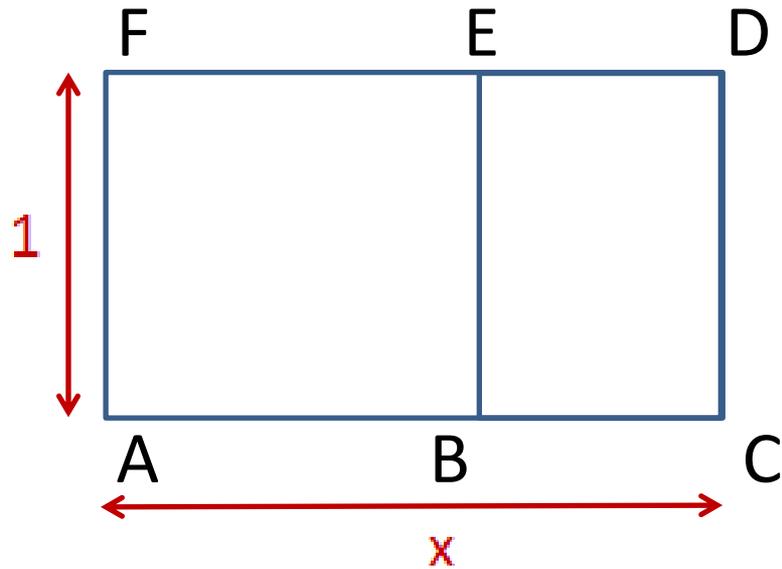
1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.



Exercice 120 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

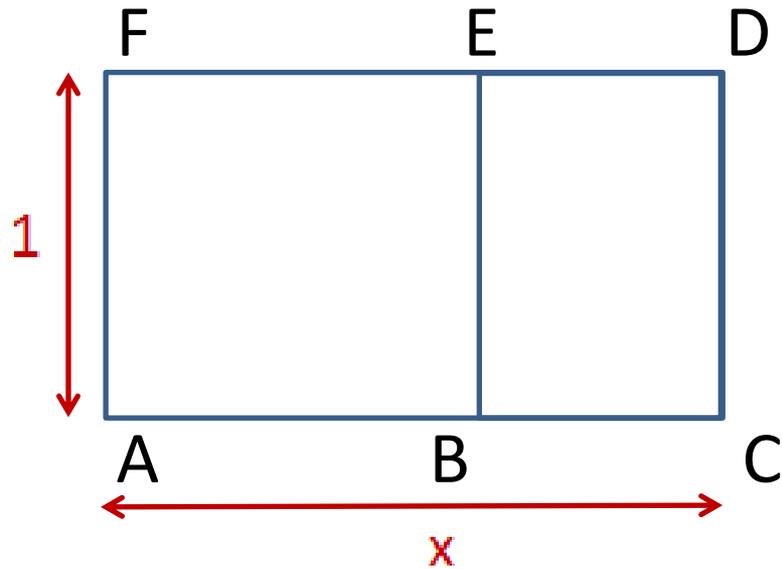
1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.



Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.

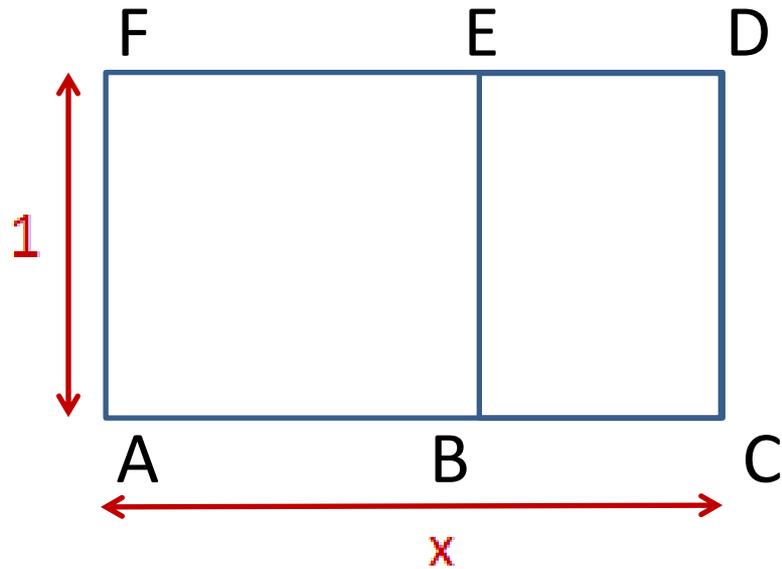


$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC}$$

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.

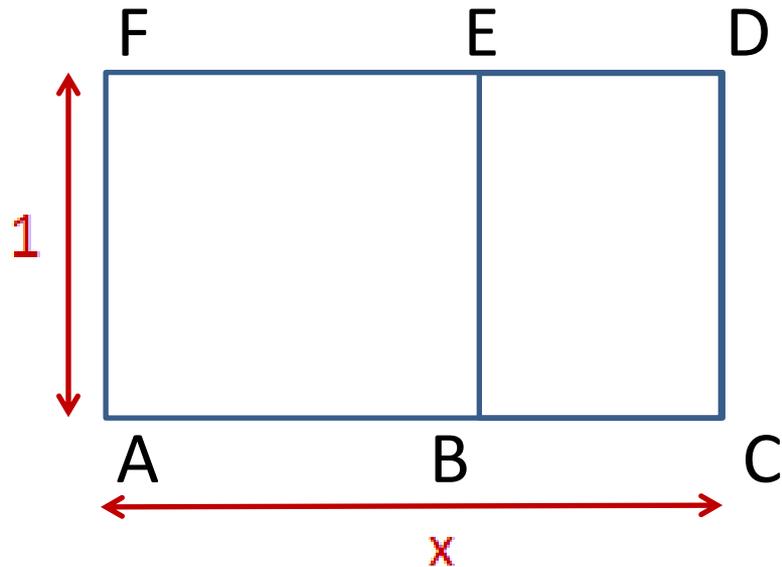


$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.

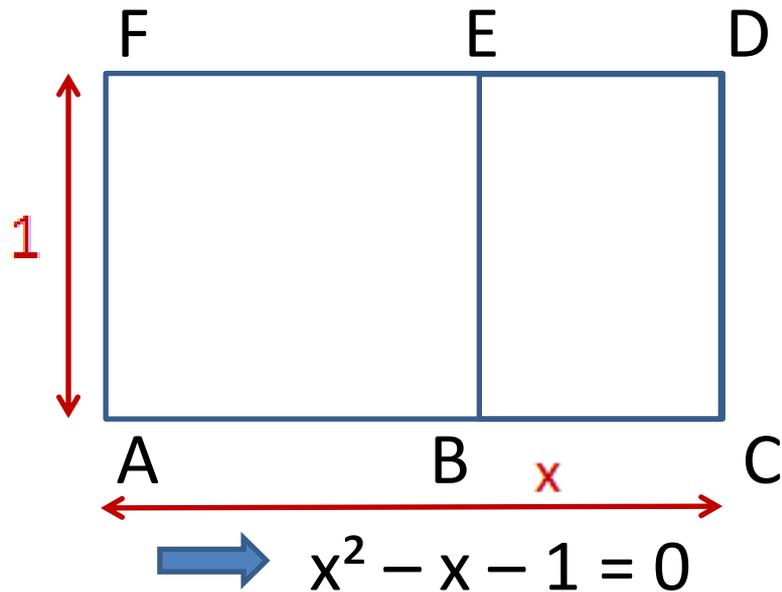


$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$
$$\Rightarrow x(x-1) = 1$$

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.

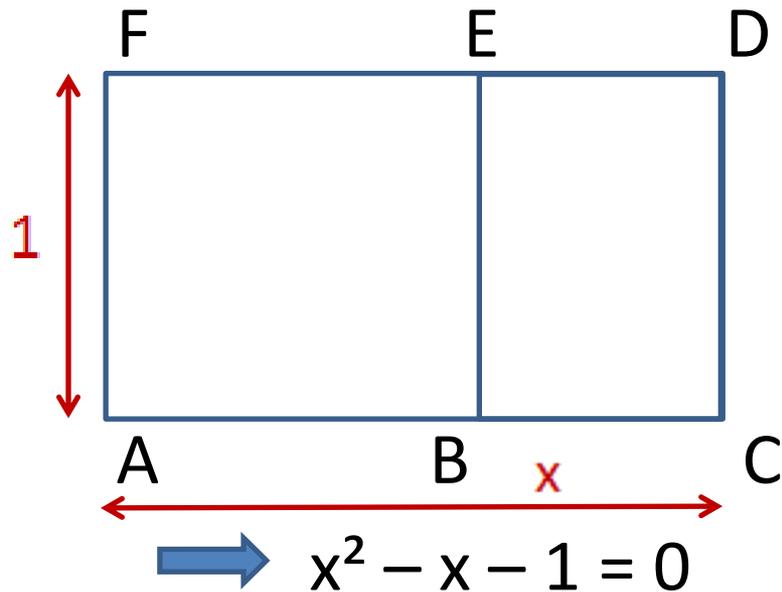


$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$
$$\Rightarrow x(x-1) = 1$$

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.



$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

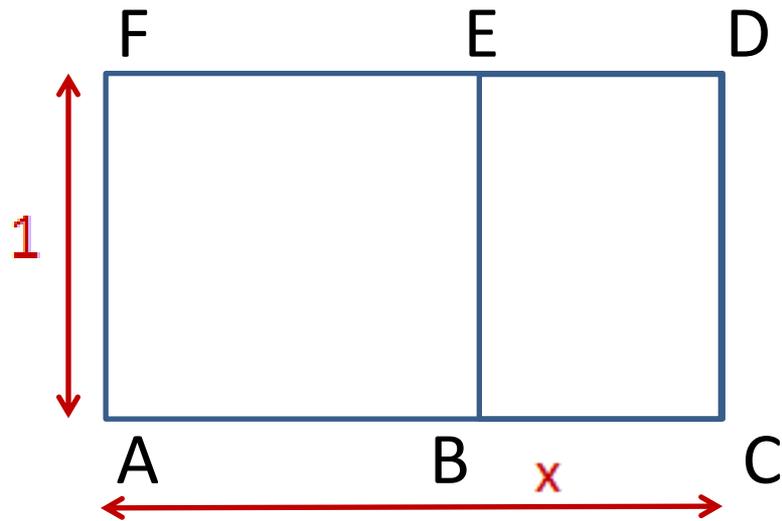
$$\Rightarrow x(x-1) = 1$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 5$$

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.



→ $x^2 - x - 1 = 0$

→ deux racines

$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

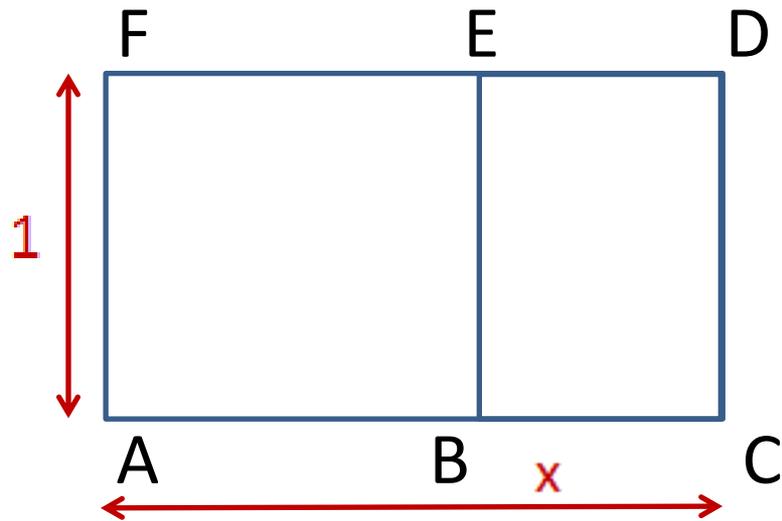
→ $x(x-1) = 1$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 5 > 0$$

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.



→ $x^2 - x - 1 = 0$

→ deux racines

$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

→ $x(x-1) = 1$

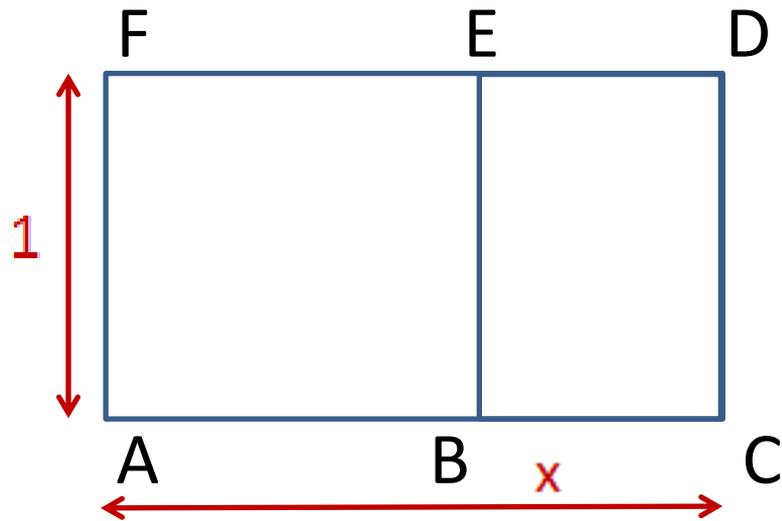
$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 5 > 0$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Exercice 12 Soient un rectangle ACDF,

et à l'intérieur le carré ABEF. $AF = 1$ et $AC = x$

1°) Déterminez x pour que le rectangle BCDE ait la même forme (le même rapport longueur/largeur) que ACDF.



$$\frac{AC}{AF} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

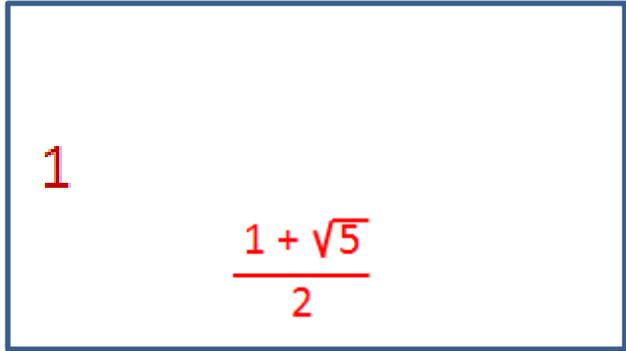
$$\Rightarrow x(x-1) = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

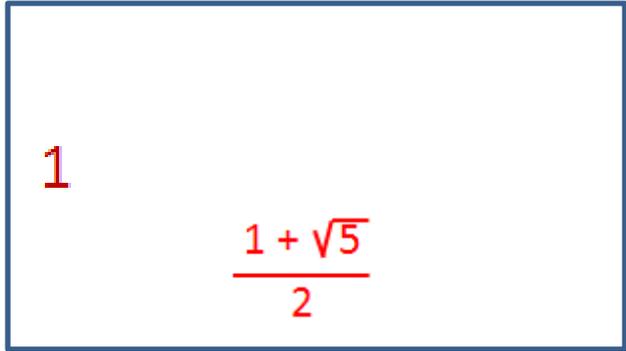
\Rightarrow deux racines

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

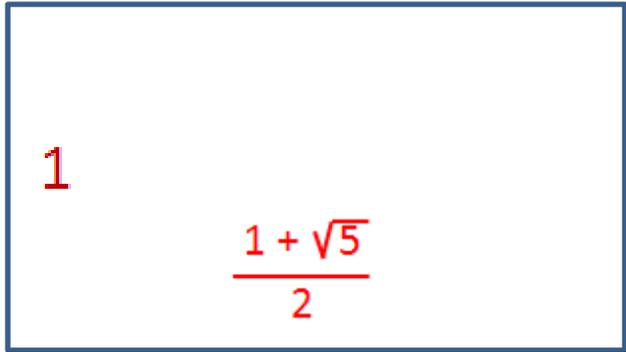
$x_1 > 0$ et $x_2 < 0$ \Rightarrow rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$



rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$



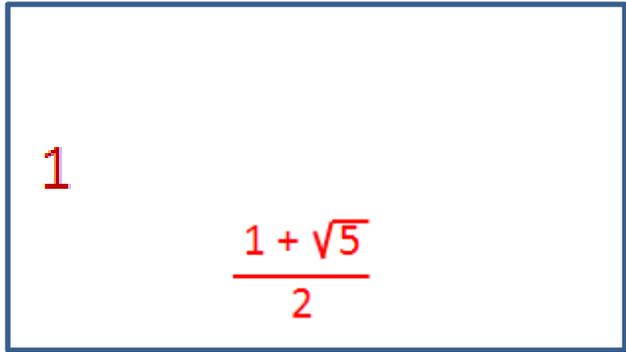
rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**



rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**

Les rectangles de proportion $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
sont appelés **rectangles d'or**

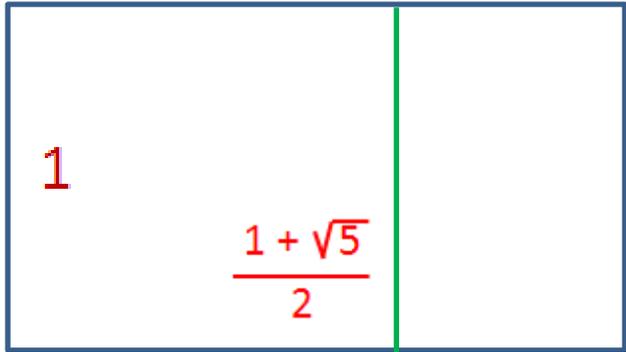


rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**

Les rectangles de proportion $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
sont appelés **rectangles d'or**

Ce sont les rectangles qui sont choisis par la majorité des humains, car, même sans le remarquer, l'œil apprécie les propriétés géométriques :



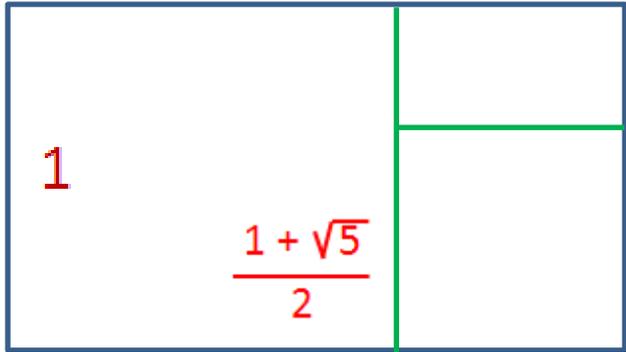
rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**

Les rectangles de proportion $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
sont appelés **rectangles d'or**

Ce sont les rectangles qui sont choisis par la majorité des humains, car, même sans le remarquer, l'œil apprécie les propriétés géométriques :

présence **d'autres rectangles de même proportion** et de carrés (question 1°)



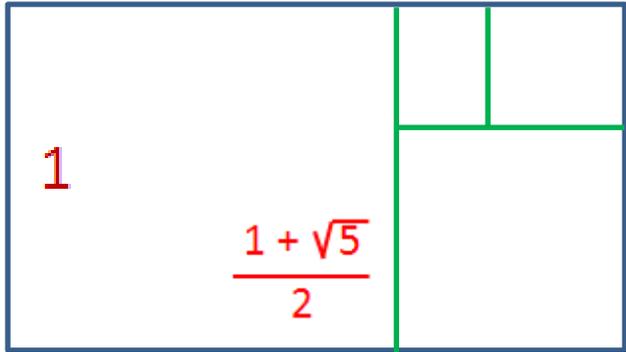
rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**

Les rectangles de proportion $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
sont appelés **rectangles d'or**

Ce sont les rectangles qui sont choisis par la majorité des humains, car, même sans le remarquer, l'œil apprécie les propriétés géométriques :

présence **d'autres rectangles de même proportion** et de carrés (question 1°)



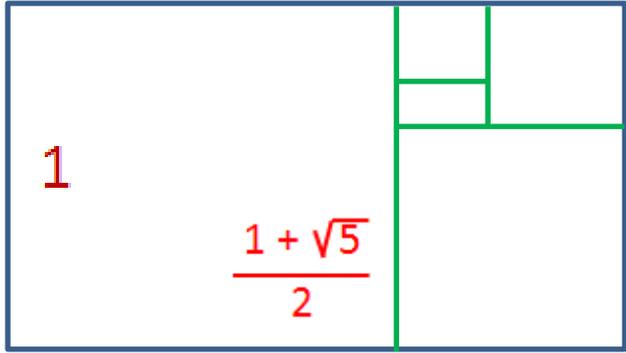
rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**

Les rectangles de proportion $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
sont appelés **rectangles d'or**

Ce sont les rectangles qui sont choisis par la majorité des humains, car, même sans le remarquer, l'œil apprécie les propriétés géométriques :

présence **d'autres rectangles de même proportion** et de carrés (question 1°)



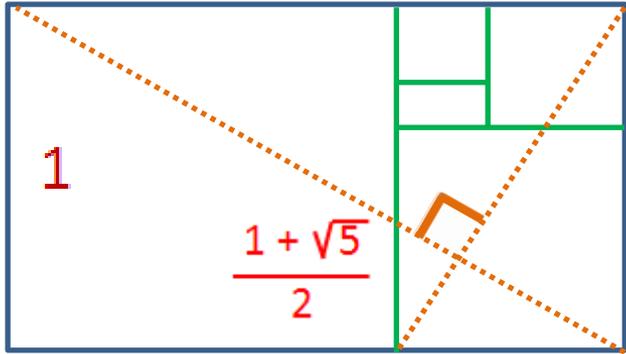
rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**

Les rectangles de proportion $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
sont appelés **rectangles d'or**

Ce sont les rectangles qui sont choisis par la majorité des humains, car, même sans le remarquer, l'œil apprécie les propriétés géométriques :

présence **d'autres rectangles de même proportion** et de carrés (question 1°)



rectangle $1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

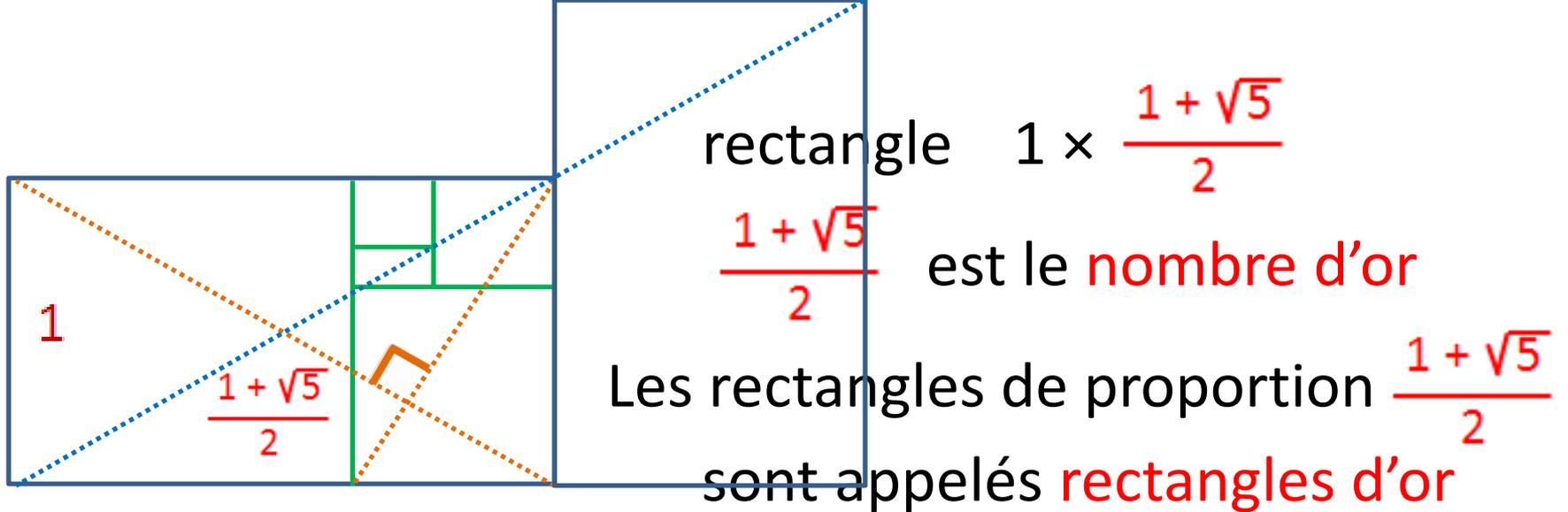
$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est le **nombre d'or**

Les rectangles de proportion $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
sont appelés **rectangles d'or**

Ce sont les rectangles qui sont choisis par la majorité des humains, car, même sans le remarquer, l'œil apprécie les propriétés géométriques :

présence **d'autres rectangles de même proportion** et de carrés (question 1°)

angles droits (question 2°)



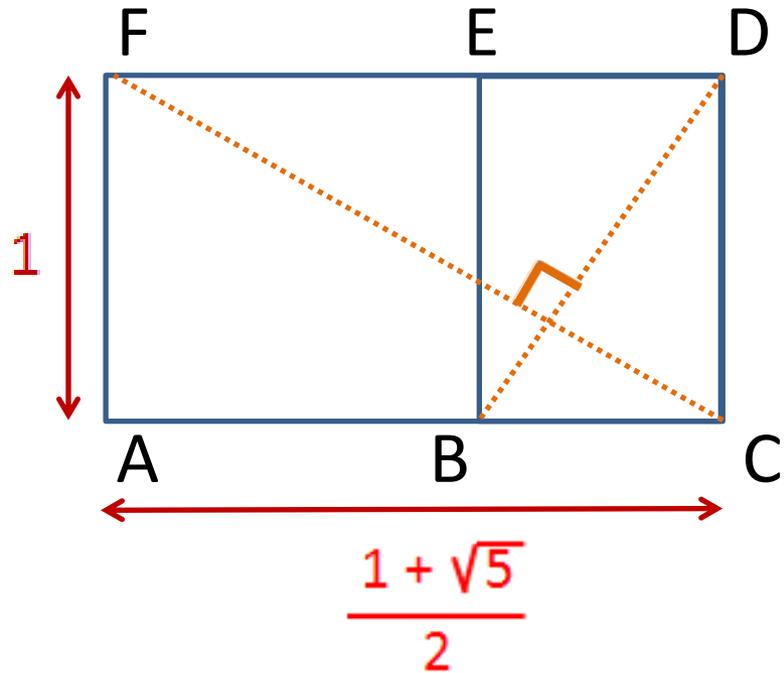
Ce sont les rectangles qui sont choisis par la majorité des humains, car, même sans le remarquer, l'œil apprécie les propriétés géométriques :

présence **d'autres rectangles de même proportion** et de carrés (question 1°)

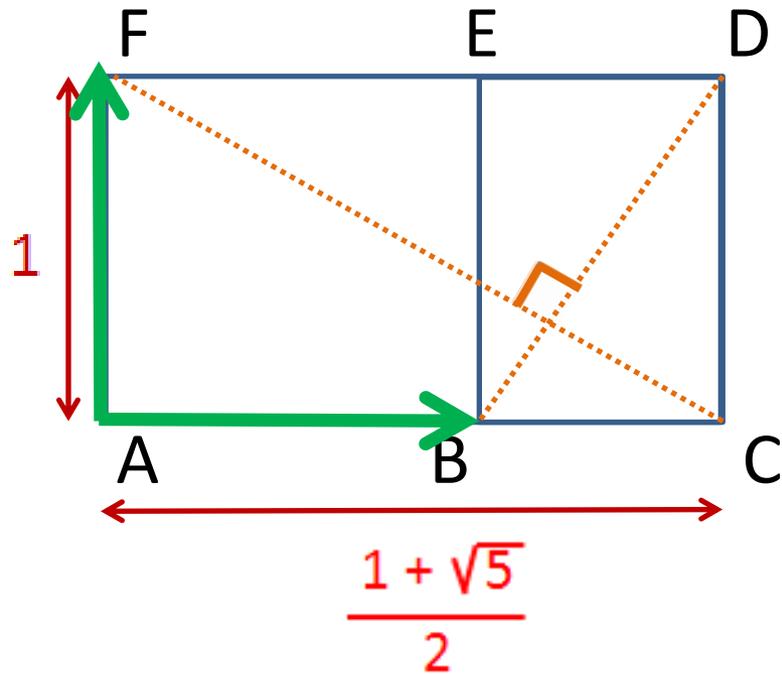
angles droits (question 2°)

alignements de points (question 3°)

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.

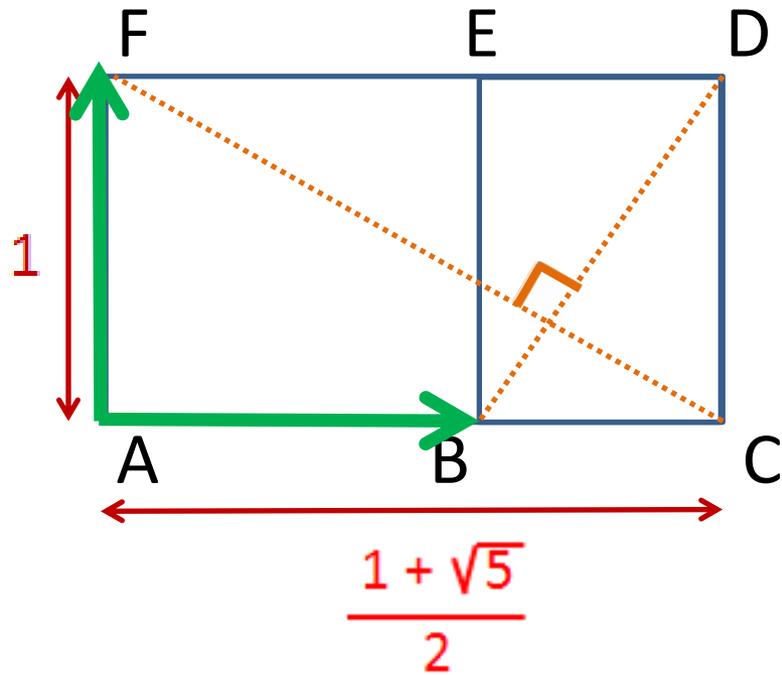


Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x				
y				

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.

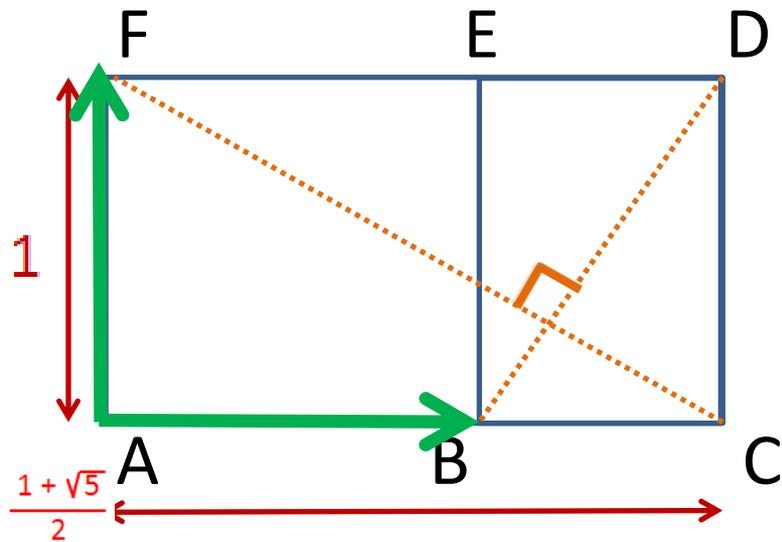


Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x	0	$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



$$\vec{FC} = (\dots ; \dots)$$

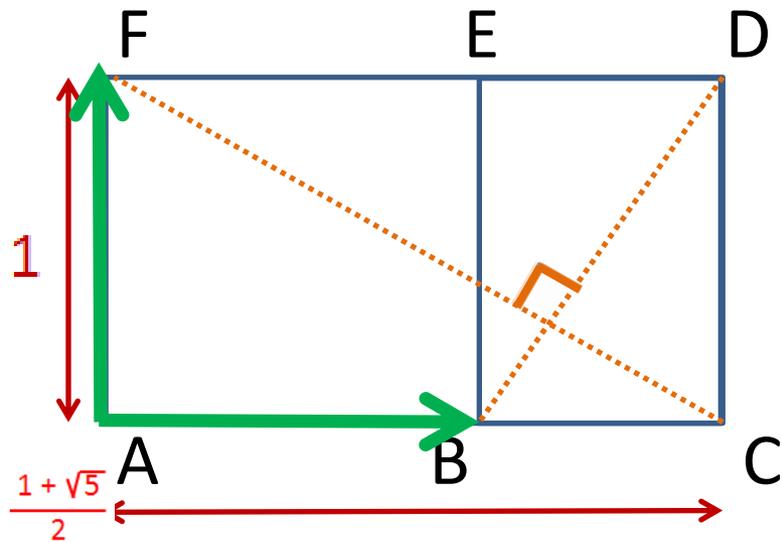
Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

$$\vec{BD} = (\dots ; \dots)$$

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

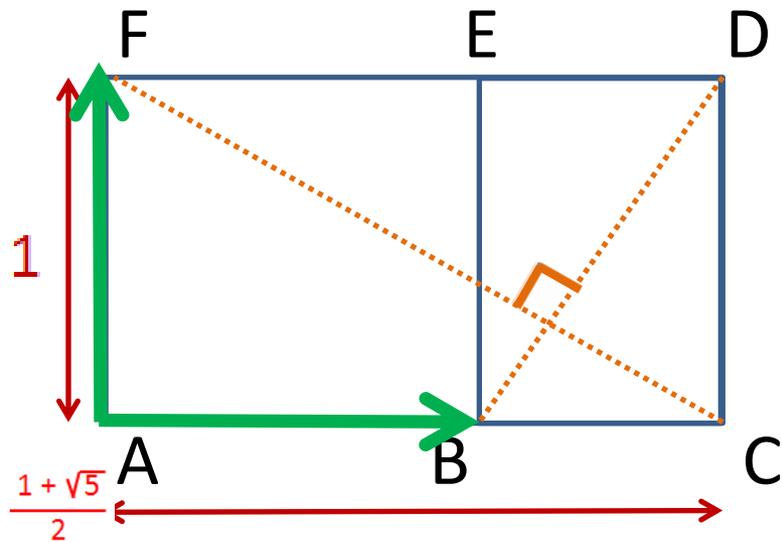
	F	C	B	D
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

$$\vec{FC} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -1 \right)$$

$$\vec{BD} = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right)$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1+\sqrt{5}-2}{2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

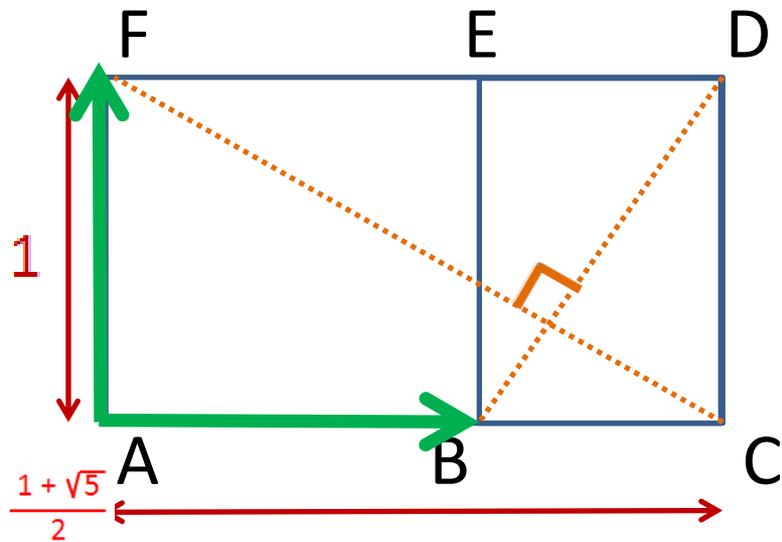
$$\vec{FC} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -1 \right)$$

$$\vec{BD} = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{FC} \cdot \vec{BD} = x x' + y y'$

$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + (-1) \times 1$$

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

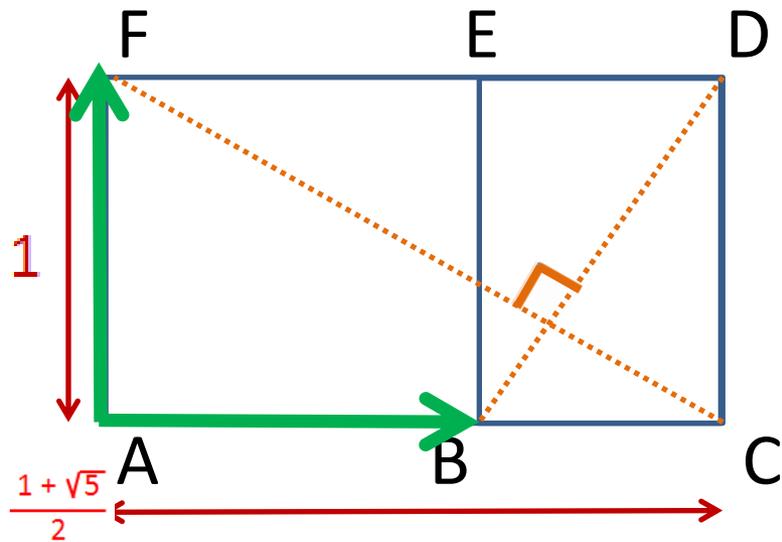
$$\vec{FC} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -1 \right)$$

$$\vec{BD} = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{FC} \cdot \vec{BD} = x x' + y y'$

$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + (-1) \times 1 = \frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4} - 1 = 0$$

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

$$\vec{FC} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -1 \right)$$

$$\vec{BD} = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right)$$

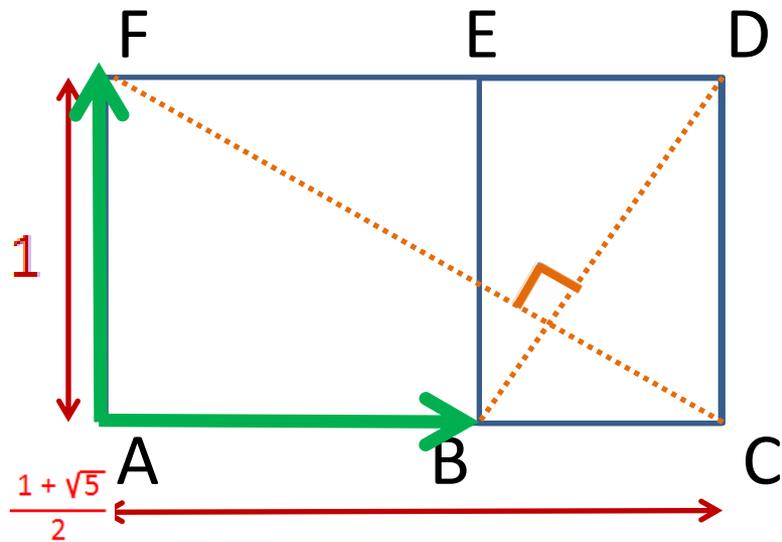
le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{FC} \cdot \vec{BD} = x x' + y y'$

$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + (-1) \times 1 = \frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4} - 1 = 0$$

$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = FC \times BD \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = 0$$

2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

$$\vec{FC} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -1 \right)$$

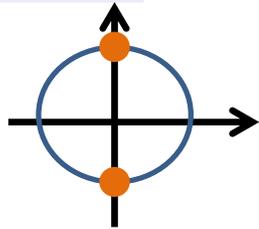
$$\vec{BD} = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{FC} \cdot \vec{BD} = x x' + y y'$

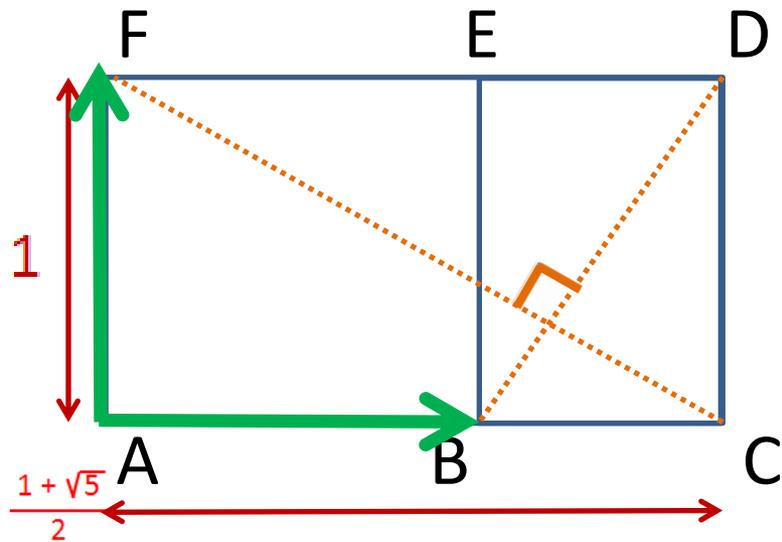
$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + (-1) \times 1 = \frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4} - 1 = 0$$

$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = FC \times BD \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = 0 \Rightarrow \beta = \pi/2 + k\pi$$



2°) Démontrez alors que (FC) et (BD) sont perpendiculaires.



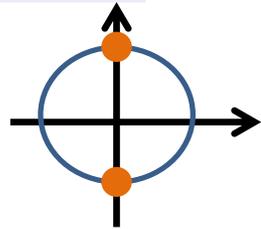
Soit le repère orthonormé

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

	F	C	B	D
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
y	1	0	0	1

$$\vec{FC} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -1 \right)$$

$$\vec{BD} = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right)$$



le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{FC} \cdot \vec{BD} = x x' + y y'$

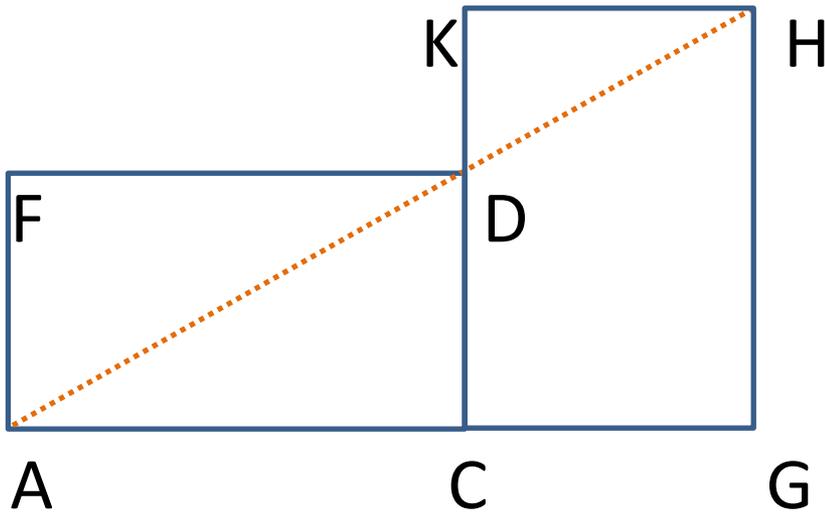
$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + (-1) \times 1 = \frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4} - 1 = 0$$

$$\vec{FC} \cdot \vec{BD} = FC \times BD \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = 0 \Rightarrow \beta = \pi/2 + k\pi \Rightarrow (FC) \perp (BD)$$

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

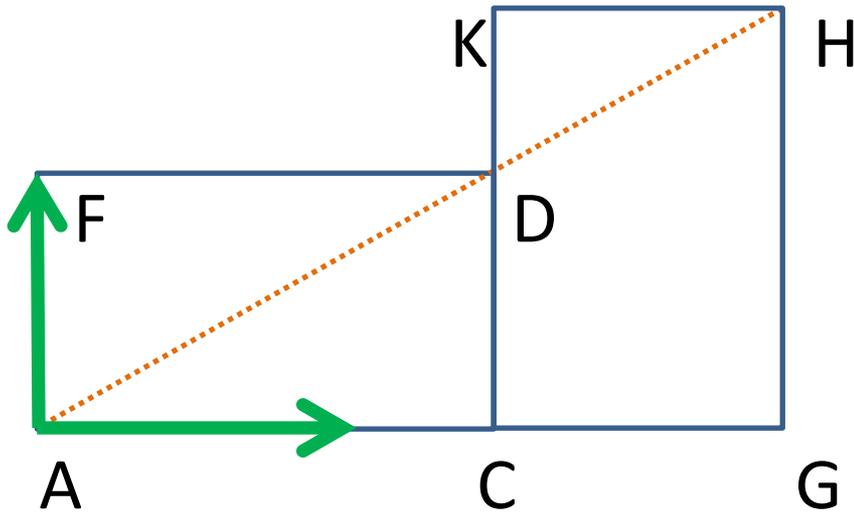
Démontrez que A, D et H sont alignés.



3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

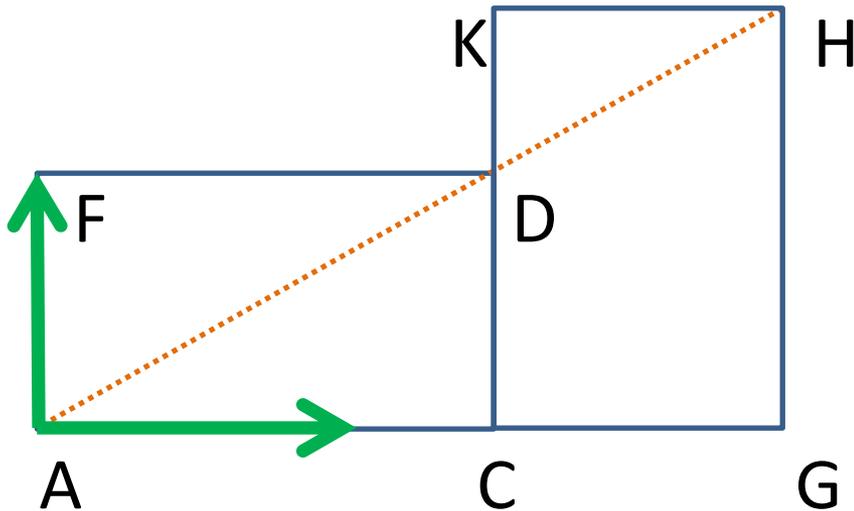


	A	D	H
x			
y			

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



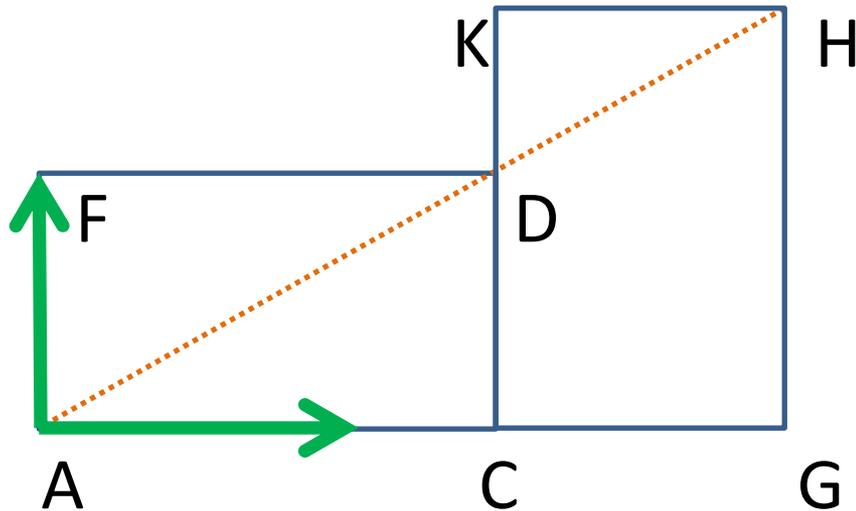
	A	D	H
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
y	0	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



	A	D	H
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
y	0	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

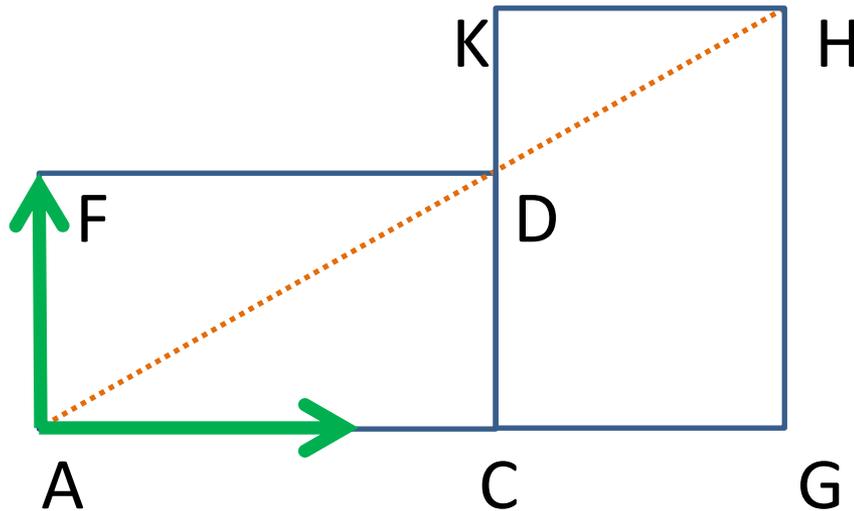
$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right)$$

$$\vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



	A	D	H
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
y	0	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

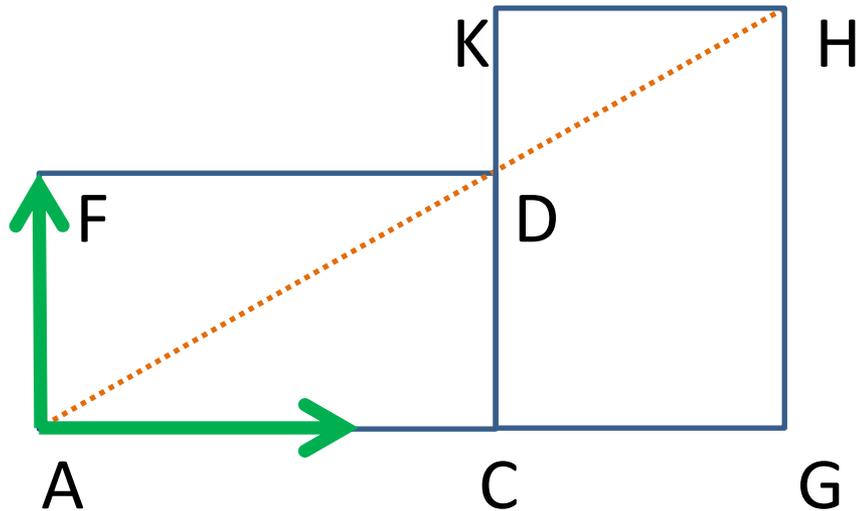
le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



	A	D	H
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
y	0	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

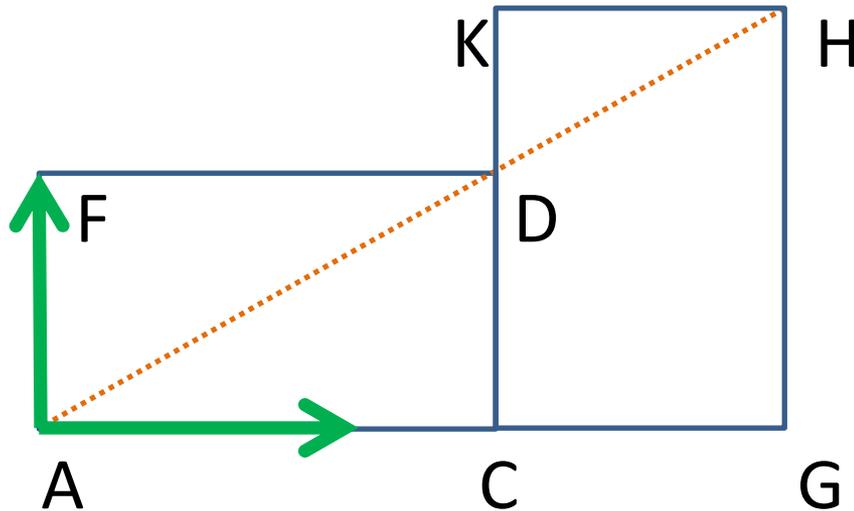
le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{3+\sqrt{5}+3\sqrt{5}+5}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



	A	D	H
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
y	0	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

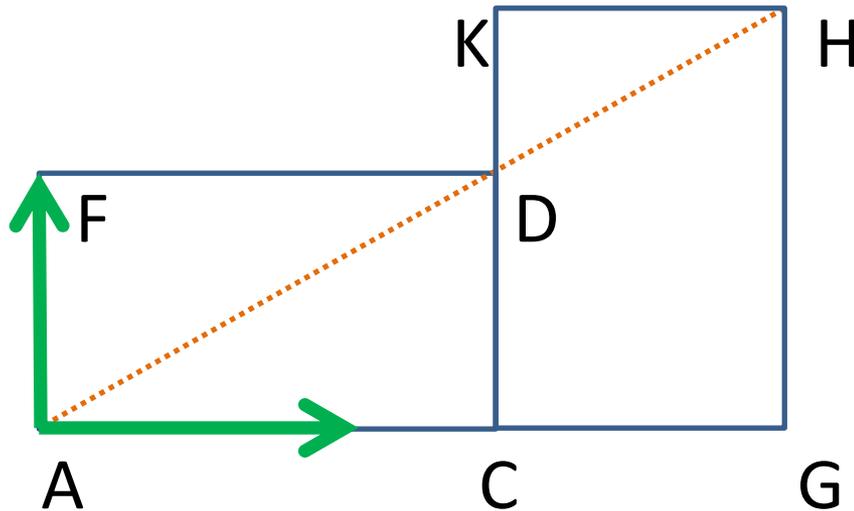
le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{8+4\sqrt{5}}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



	A	D	H
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
y	0	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

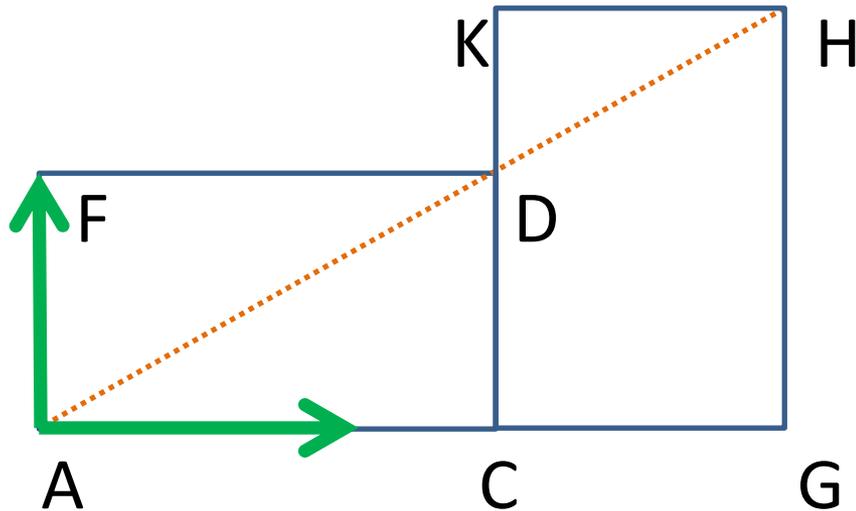
le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{4+2\sqrt{5}}{2} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

3°) On ajoute alors à l'extérieur de ACDF un rectangle CGHK de même forme, avec D sur [CK].

Démontrez que A, D et H sont alignés.

Avec le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$



	A	D	H
x	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
y	0	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} ; \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} ; \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + 1^2}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + 1^2 = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} + \frac{4}{4} = \frac{10+2\sqrt{5}}{4} = \frac{5+\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$||\vec{AH}|| = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$||\vec{AH}|| = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 &= \frac{9+6\sqrt{5}+5}{4} + \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} \\ &= \frac{20+8\sqrt{5}}{4} = \frac{10+4\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$||\vec{AH}|| = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH}$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$||\vec{AH}|| = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y' = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{2}}}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y' = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{2}}}$$

$$= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + \sqrt{5})(10 + 4\sqrt{5})}}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y' = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \beta &= \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{2}}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + \sqrt{5})(10 + 4\sqrt{5})}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{50 + 10\sqrt{5} + 20\sqrt{5} + 20}} \end{aligned}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y' = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \beta &= \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{2}}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + \sqrt{5})(10 + 4\sqrt{5})}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{50 + 10\sqrt{5} + 20\sqrt{5} + 20}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{25 + 30\sqrt{5} + 45}} \end{aligned}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y' = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \beta &= \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{2}}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + \sqrt{5})(10 + 4\sqrt{5})}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{50 + 10\sqrt{5} + 20\sqrt{5} + 20}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{25 + 30\sqrt{5} + 45}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + 3\sqrt{5})^2}} \end{aligned}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y' = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \beta &= \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{2}}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + \sqrt{5})(10 + 4\sqrt{5})}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{50 + 10\sqrt{5} + 20\sqrt{5} + 20}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{25 + 30\sqrt{5} + 45}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + 3\sqrt{5})^2}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{5 + 3\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y' = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = AD \times AH \times \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \beta &= \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{2}}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + \sqrt{5})(10 + 4\sqrt{5})}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{50 + 10\sqrt{5} + 20\sqrt{5} + 20}} \\ &= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{25 + 30\sqrt{5} + 45}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{(5 + 3\sqrt{5})^2}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{5 + 3\sqrt{5}} = 1 \end{aligned}$$

$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

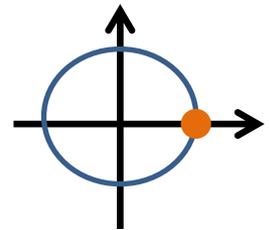
$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$||\vec{AH}|| = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}} = 1$$



$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

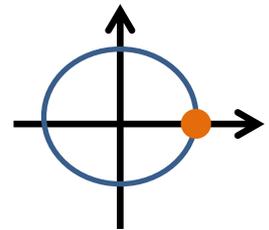
le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$||\vec{AH}|| = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}} = 1$$

$$\cos \beta = 1 \Rightarrow \beta = 0$$



$$\vec{AD} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; 1 \right) \quad \vec{AH} = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{AH} = x x' + y y'$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} + 1 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AH} = AD \times AH \times \cos \beta$$

le repère est orthonormé $\Rightarrow ||\vec{AD}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$||\vec{AD}|| = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$$

$$||\vec{AH}|| = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AH}}{AD \times AH} = \frac{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} \times \sqrt{\frac{10+4\sqrt{5}}{2}}} = 1$$

$\cos \beta = 1 \Rightarrow \beta = 0 \Rightarrow A, D$ et H alignés

