II Loi binomiale

Exercice 14 :

On répète **n** fois la même expérience

ayant la probabilité **p** de réussite.

Soit X la variable aléatoire

donnant le nombre **k** de succès.

1er cas : $n = 3$ et $k = 3$

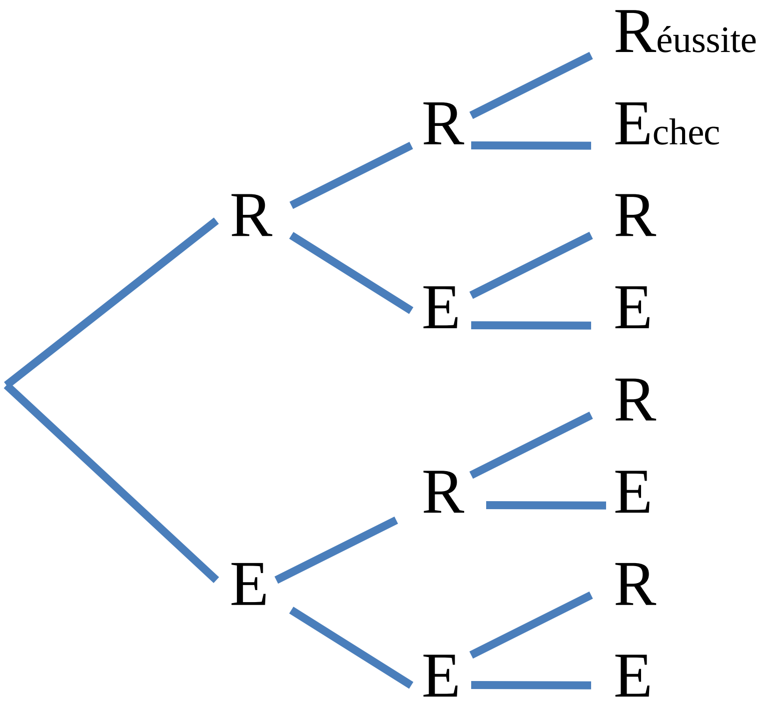
2ème cas : $n = 3$ et $k = 1$

3ème cas : $n = 4$ et $k = 1$

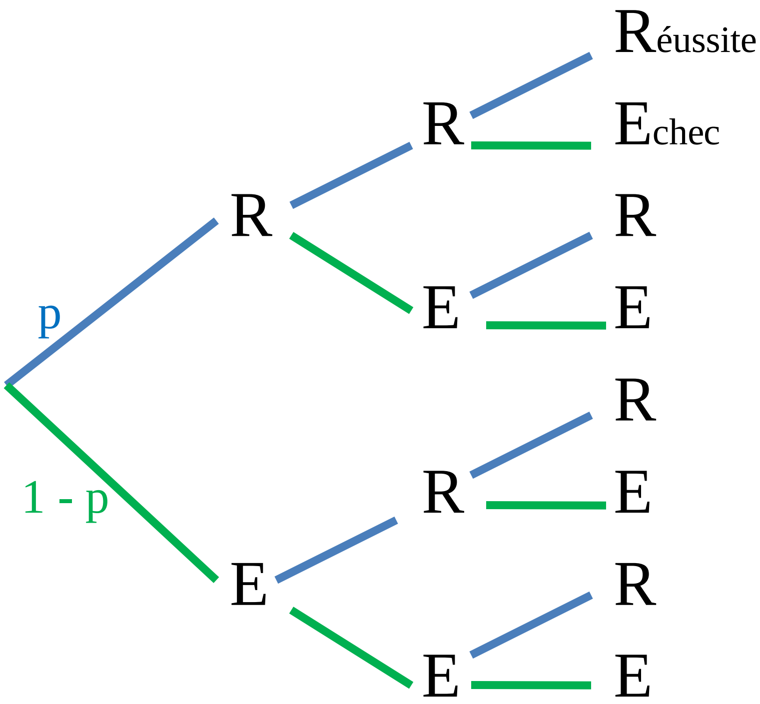
4ème cas : $n = 4$ et $k = 2$

Déterminez dans les 4 cas **$p(X = k)$** et généralisez.

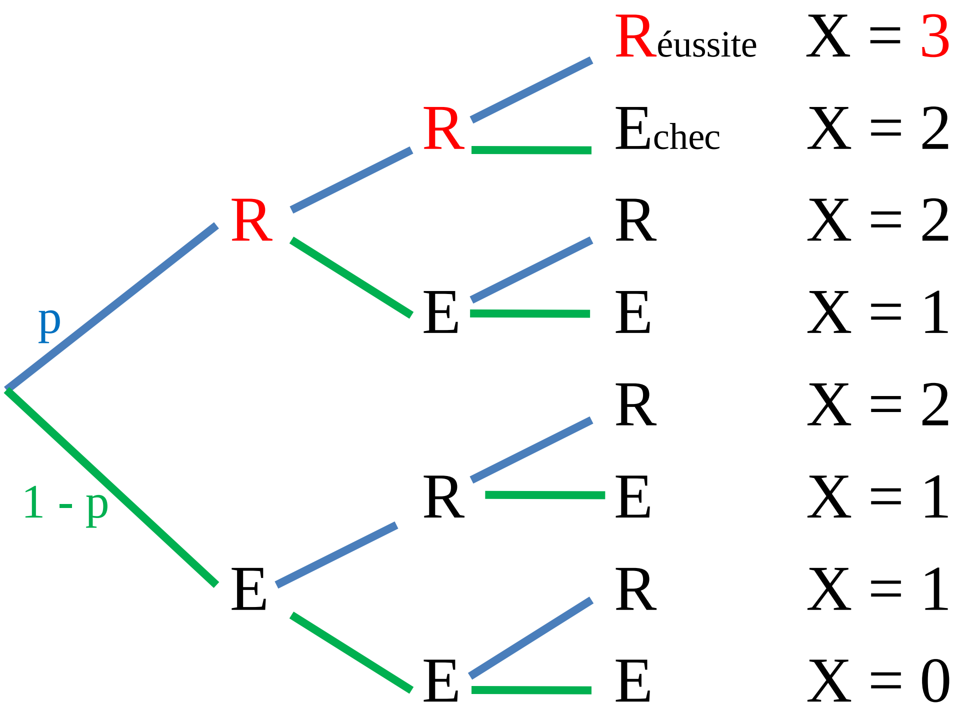
1er cas et 2ème cas : **n = 3** et k = 3 ou **1**



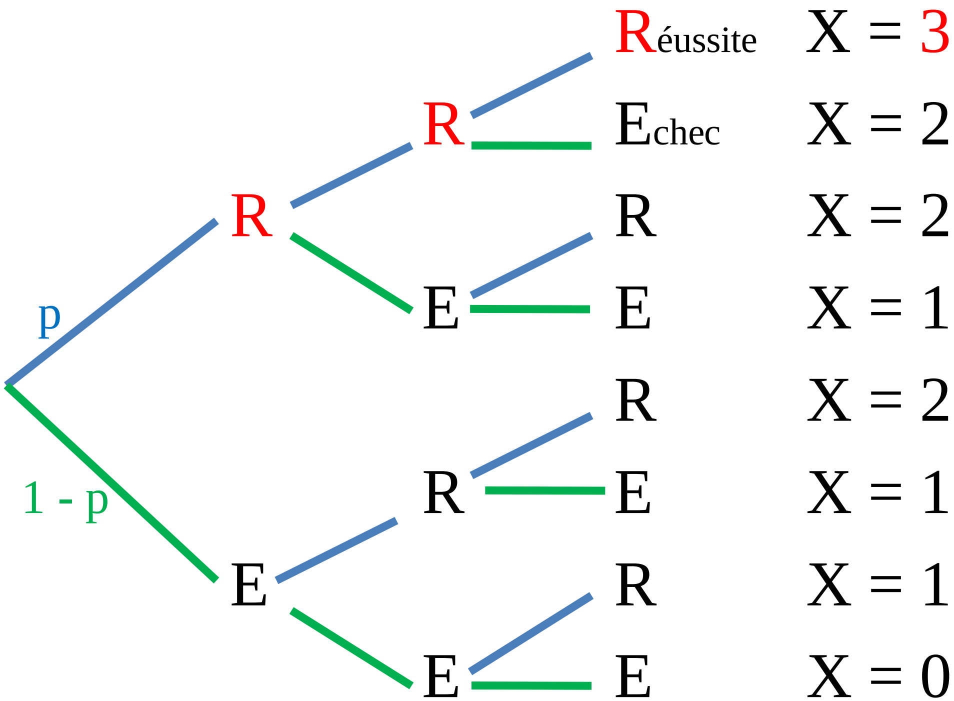
1er cas et 2ème cas : **n = 3** et k = 3 ou **1**



1^{er} cas et $2^{\text{ème}}$ cas : **n = 3** et k = 3 ou **1**

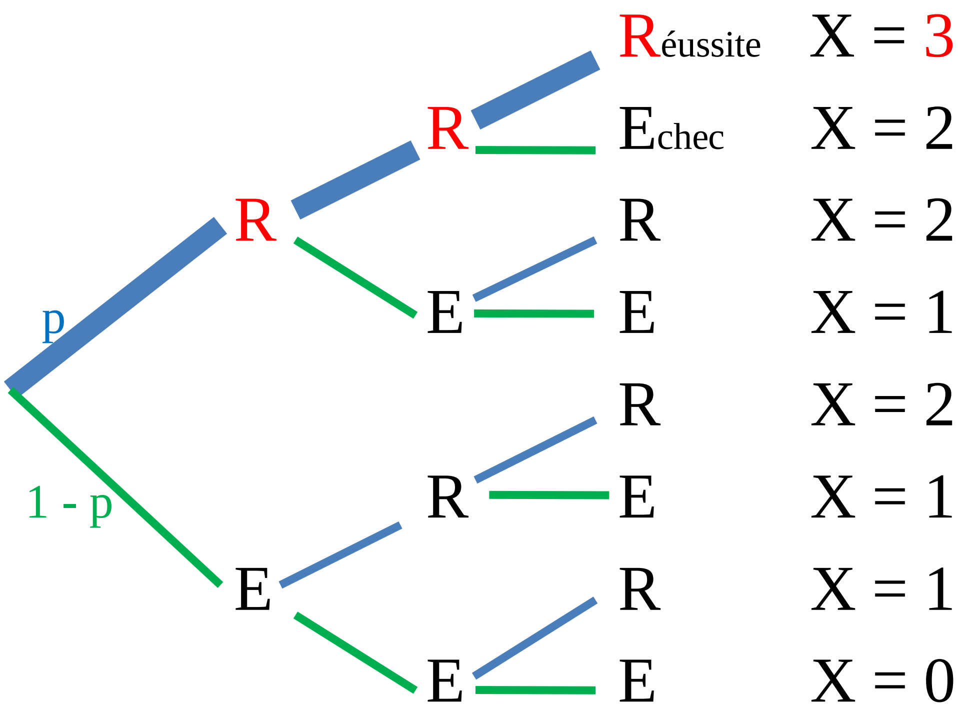


1er cas et 2ème cas : **n = 3** et k = 3 ou **1**



$p\ (X = 3) = \ldots\ ?$

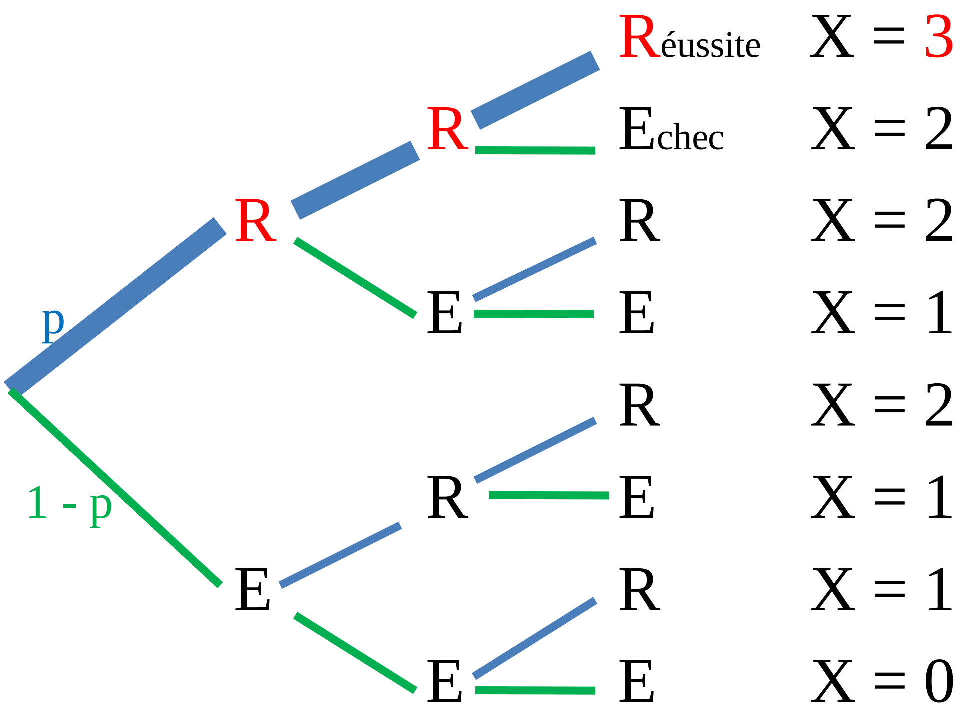
1^{er} cas et $2^{ème}$ cas : $\mathbf{n = 3}$ et $k = 3$ ou **1**



$$p\ (\ X = 3\ ) = p \times p \times p = p^3$$

car les événements sont indépendants donc p(RRR) = p(R) × p(R) × p(R)

1er cas et 2ème cas : **n = 3** et k = 3 ou **1**

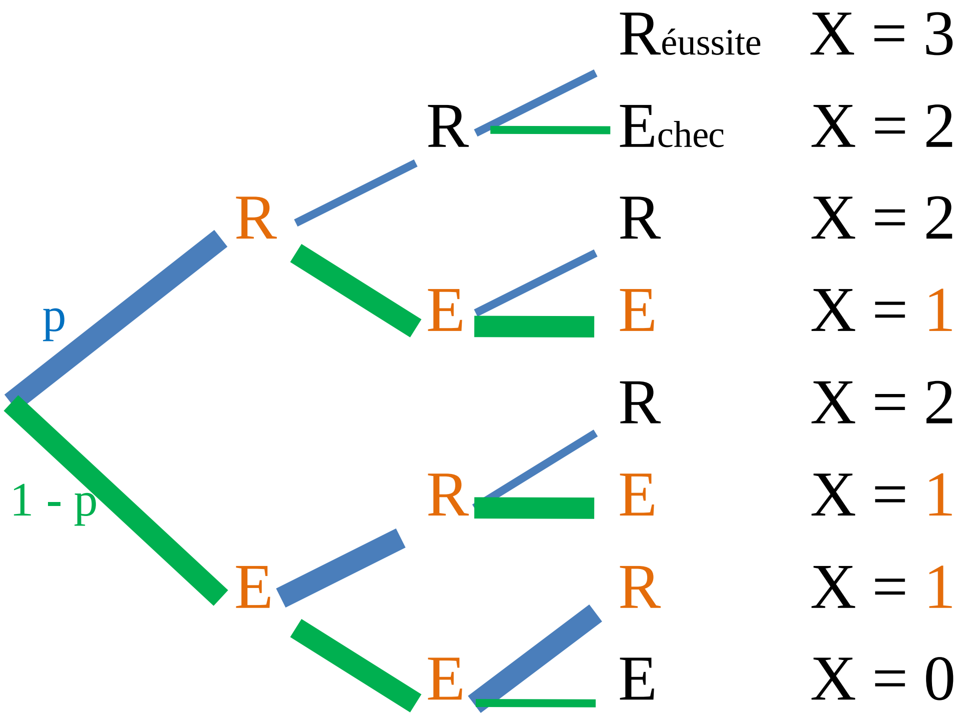


$$p\ (\ X = 3\ ) = p \times p \times p = p^3$$

car les événements sont indépendants donc p(RRR) = p(R) × p(R) × p(R)

$$p\ (\ X = 1\ ) = \ldots\ ?$$

1^{er} cas et $2^{ème}$ cas : **n = 3** et k = 3 ou **1**

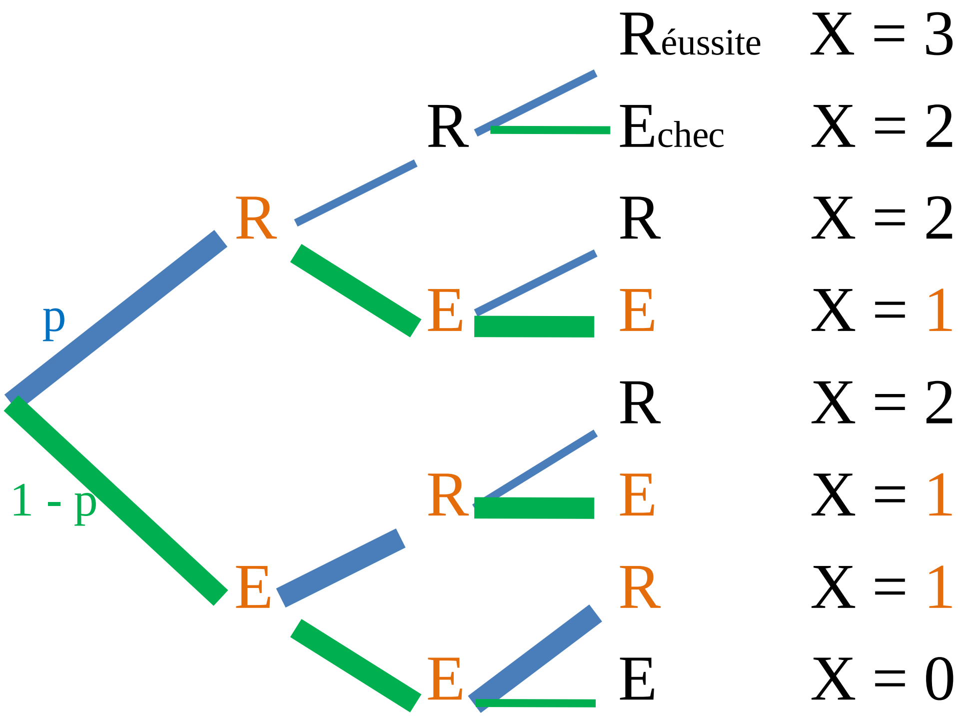


$p (X = 3) = p \times p \times p = \mathbf{p^3}$

car les événements sont indépendants donc $p(RRR) = p(R) \times p(R) \times p(R)$

$p (X = 1) = \ldots ?$

1^er^ cas et 2^ème^ cas : **n = 3** et k = 3 ou **1**



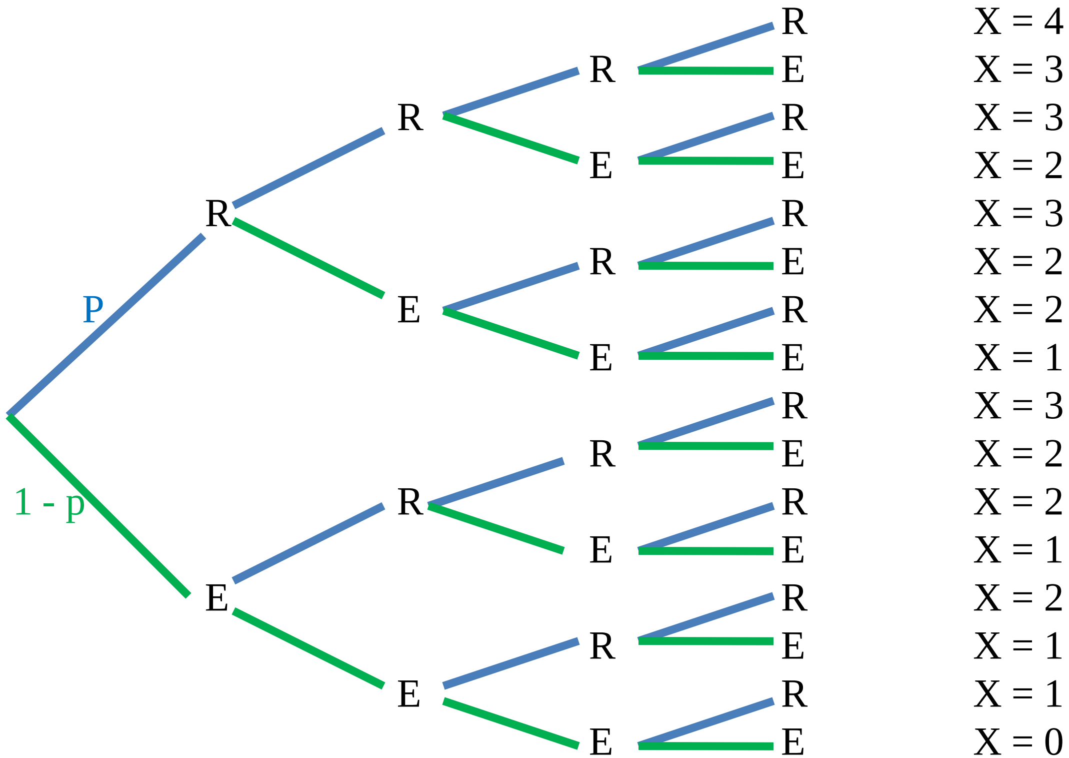
$$p\ (\ X = 3\ ) = p \times p \times p = \mathbf{p^3}$$

car les événements sont indépendants donc p(RRR) = p(R) × p(R) × p(R)

$$p\ (\ X = 1\ ) = p(1–p)(1–p) + (1–p)p(1–p) + (1–p)(1–p)p$$

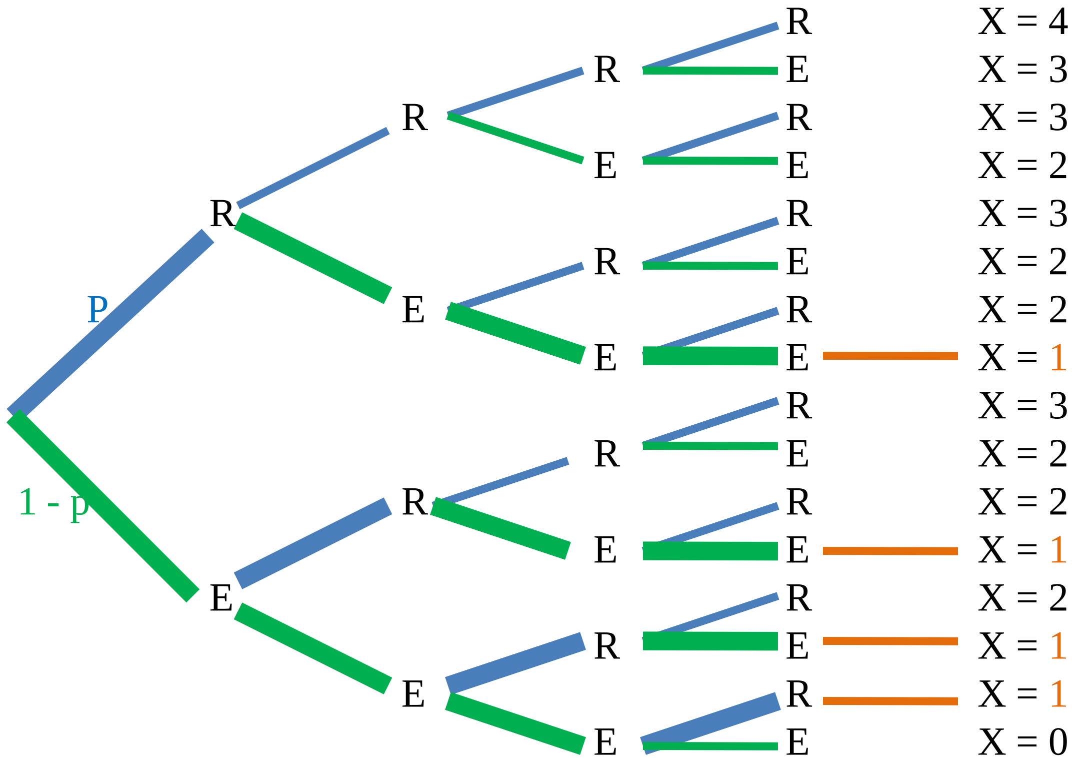
$$= \mathbf{3\ p\ (\ 1 – p\ )^2}$$

3ème cas et 4ème cas : **n = 4** et k = 1 ou **2**



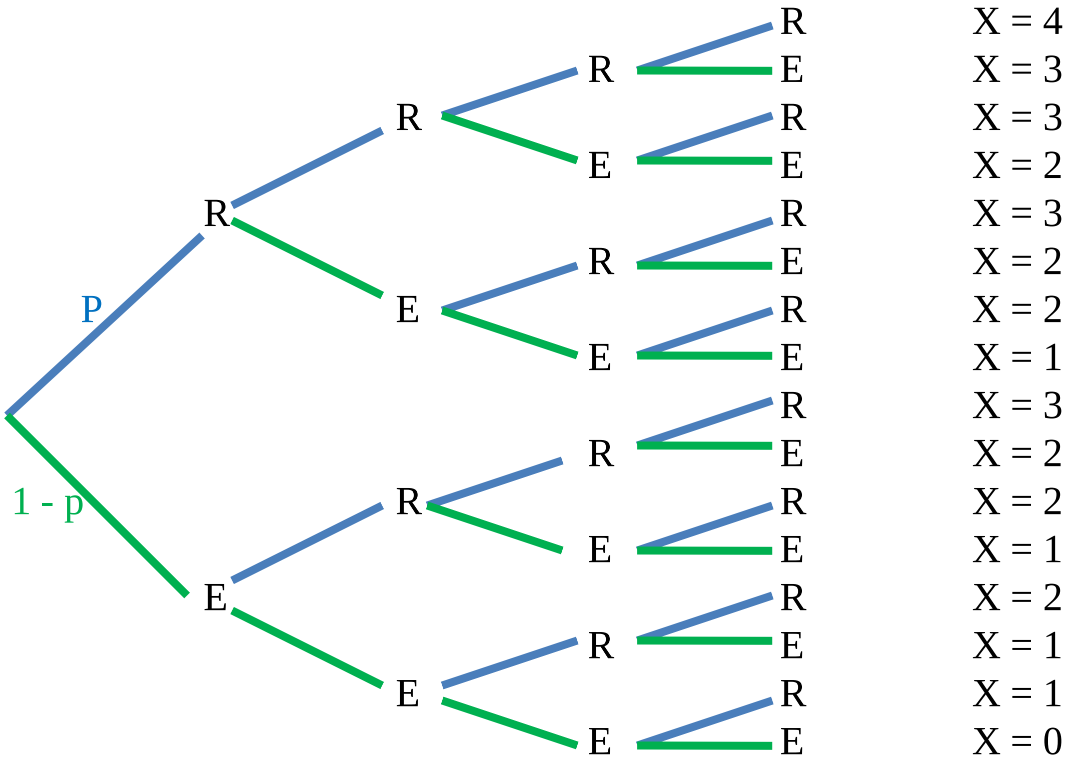
p (X = 1) = … ?

3ème cas et 4ème cas : **n = 4** et k = 1 ou **2**



$$p\,(\,X = 1\,) = 4\,p\,(\,1 - p\,)^3$$

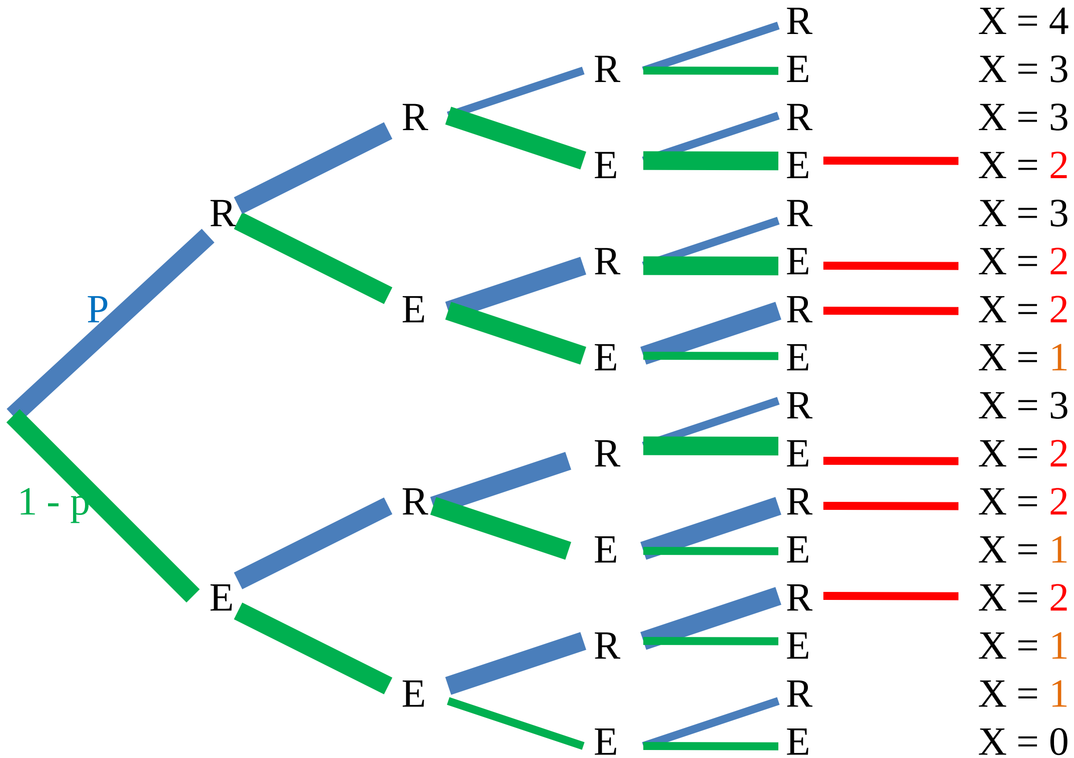
3ème cas et 4ème cas : **n = 4** et k = 1 ou **2**



$$p\,(\,X = 1\,) = 4\,p\,(\,1 - p\,)^3$$

$$p\,(\,X = 2\,) = \ldots\,?$$

$3^{ème}$ cas et $4^{ème}$ cas : **n = 4** et k = 1 ou **2**



$$p\,(\,X = 1\,) = 4\,p\,(\,1 - p\,)^3$$

$$p\,(\,X = 2\,) = 6\,p^2\,(\,1 - p\,)^2$$

Généralisation :

Pour n répétitions de la même expérience

de probabilité p de réussite, et k le nombre de réussites,

$$\boxed{P(X = k) = \ldots}$$

Généralisation :

Pour n répétitions de la même expérience
de probabilité p de réussite, et k le nombre de réussites,

$$\boxed{P(X = k) = (n ; k)\, p^{k} (1 - p)^{n - k}}$$

nombre de chemins de l'arbre donnant k réussites

× probabilité de la réussite $^{\text{nb de réussites}}$

× probabilité de l'échec $^{\text{nb d'échecs}}$

Généralisation :

Pour n répétitions de la même expérience

de probabilité p de réussite, et k le nombre de réussites,

$$\boxed{P(X = k) = (n\ ;\ k)\ p^{k}(1 - p)^{n - k}}$$

nombre de chemins de l'arbre donnant k réussites

× probabilité de la réussite $^{\text{nb de réussites}}$

× probabilité de l'échec $^{\text{nb d'échecs}}$

(n ; k) est le nombre de chemins de l'arbre donnant k réussites.

On le nomme aussi « n^{b} de combinaisons »,

ou « coefficient binomial ».

Généralisation :

Pour n répétitions de la même expérience

de probabilité p de réussite, et k le nombre de réussites,

$$\boxed{P(X = k) = (n ; k)\, p^k (1 - p)^{n-k}}$$

nombre de chemins de l'arbre donnant k réussites

× probabilité de la réussite $^{\text{nb de réussites}}$

× probabilité de l'échec $^{\text{nb d'échecs}}$

(n ; k) est le nombre de chemins de l'arbre donnant k réussites.

On le nomme aussi « n^b de combinaisons »,

ou « coefficient binomial ».

On peut l'écrire C_k^n ou $\binom{n}{k}$

Exercice 15 : E = Echec S = Succès

Déterminez les coefficients binomiaux

(n ; 0)

(n ; 1)

(n ; n – 1)

(n ; n)

Exercice 15 : E = Echec   S = Succès

Déterminez les coefficients binomiaux

(n ; 0) = 1   car il n'y qu'un seul chemin EEEEE

je prends comme exemple n = 5

(n ; 1)

(n ; n – 1)

(n ; n)

Exercice 15 : E = Echec S = Succès

Déterminez les coefficients binomiaux

(n ; 0) = 1 car il n'y qu'un seul chemin EEEEE

je prends comme exemple n = 5

(n ; 1) = n car *l'unique succès* peut être obtenu par SEEEE ESEEE EESEE EEESE EEEES

(n ; n – 1)

(n ; n)

Exercice 15 : E = Echec   S = Succès

Déterminez les coefficients binomiaux

(n ; 0) = 1   car il n'y qu'un seul chemin EEEEE

je prends comme exemple n = 5

(n ; 1) = n   car *l'unique succès* peut être obtenu par SEEEE ESEEE EESEE EEESE EEEES

(n ; n – 1) = n   car *l'unique échec* peut être obtenu par ESSSS SESSS SSESS SSSES SSSSE

(n ; n)

Exercice 15 : E = Echec S = Succès

Déterminez les coefficients binomiaux

(n ; 0) = 1 car il n'y qu'un seul chemin EEEEE

je prends comme exemple n = 5

(n ; 1) = n car *l'unique succès* peut être obtenu par SEEEE ESEEE EESEE EEESE EEEES

(n ; n – 1) = n car *l'unique échec* peut être obtenu par ESSSS SESSS SSESS SSSES SSSSE

(n ; n) = 1 car il n'y qu'un seul chemin SSSSS

Que remarquez-vous ?

Exercice 15 : E = Echec S = Succès

Déterminez les coefficients binomiaux

(n ; 0) = 1 car il n'y qu'un seul chemin EEEEE

je prends comme exemple n = 5

(n ; 1) = n car *l'unique succès* peut être obtenu par SEEEE ESEEE EESEE EEESE EEEES

(n ; n – 1) = n car *l'unique échec* peut être obtenu par ESSSS SESSS SSESS SSSES SSSSE

(n ; n) = 1 car il n'y qu'un seul chemin SSSSS

Exercice 15 : E = Echec S = Succès

Déterminez les coefficients binomiaux

(n ; 0) = 1 car il n'y qu'un seul chemin EEEEE

je prends comme exemple n = 5

(n ; 1) = n car *l'unique succès* peut être obtenu par SEEEE ESEEE EESEE EEESE EEEES

(n ; n – 1) = n car *l'unique échec* peut être obtenu par ESSSS SESSS SSESS SSSES SSSSE

(n ; n) = 1 car il n'y qu'un seul chemin SSSSS

L'*échec* peut être appelé « *Succès* » et inversement.

Exercice 16 :

1°) Coloriez sur 2 arbres (2 ; 1), (2 ; 2) et (3 ; 2).

Que remarquez-vous ?

Quelle serait la conjecture ? Démontrez-la.

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne. Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc...

de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$

de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

1°)

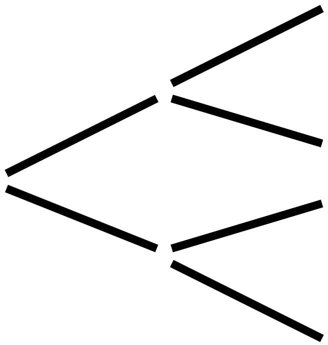
$(2 ; 1)$, $(2 ; 2)$ donc $n = 2$

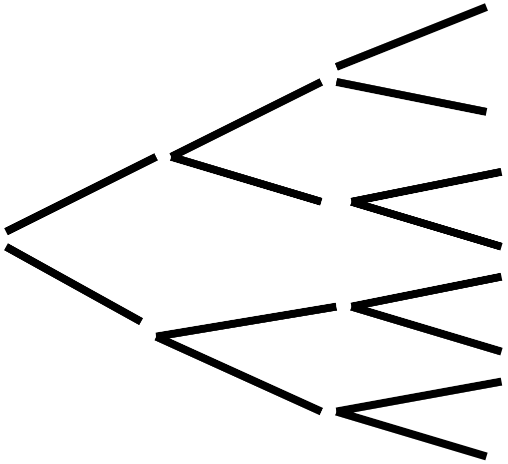
$(3 ; 2)$ donc $n = 3$

1°)

(2 ; 1), (2 ; 2) donc n = 2

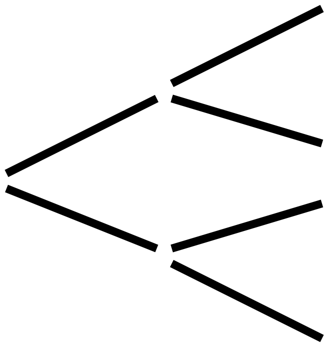
(3 ; 2) donc n = 3

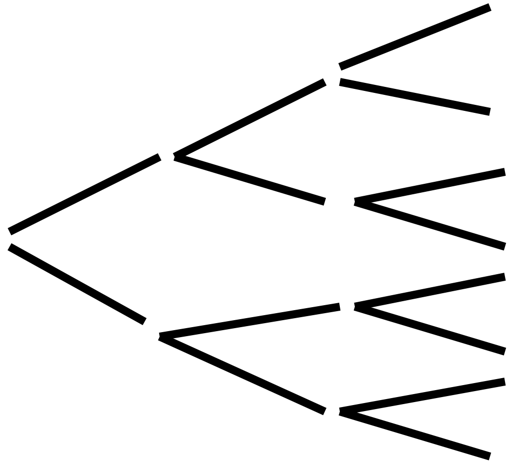




1°)

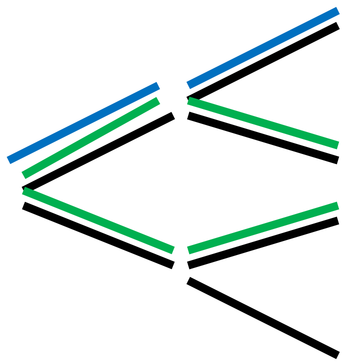
$(2\,;\,1) = \ldots$, $(2\,;\,2) = \ldots$ avec n = 2 $(3\,;\,2) = \ldots$ avec n = 3

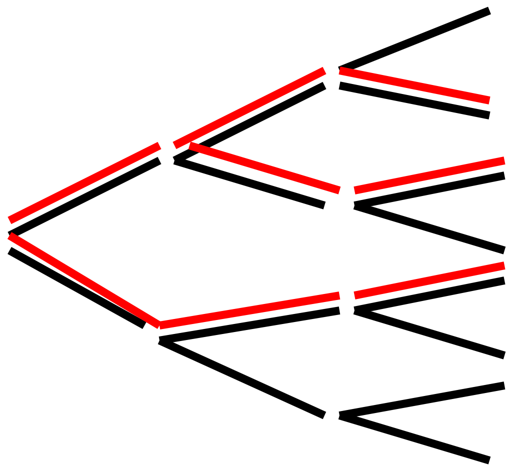




1°)

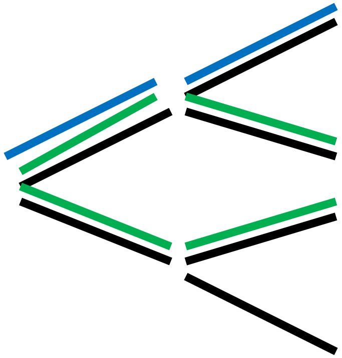
(2 ; 1) = … , (2 ; 2) = … avec n = 2 (3 ; 2) = … avec n = 3

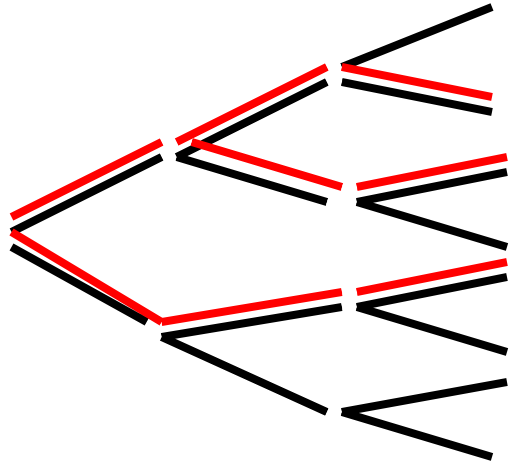




1°)

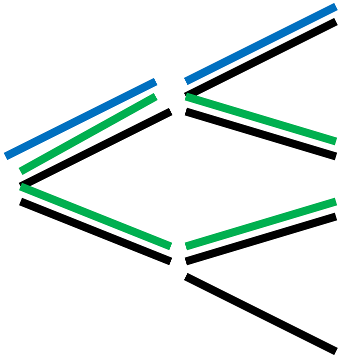
(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2   (3 ; 2) = 3 avec n = 3

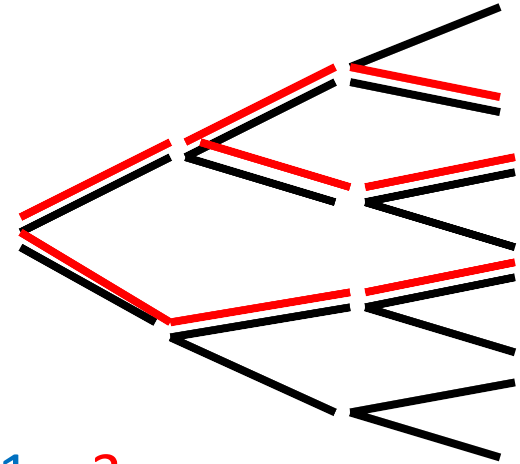




1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3





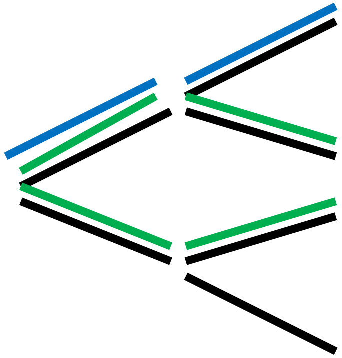
On remarque que 2 + 1 = 3

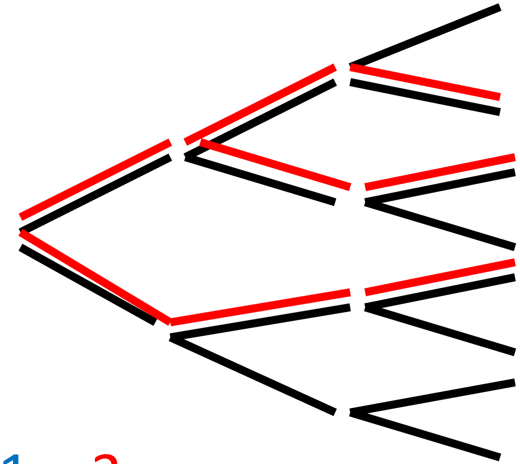
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait ... ?

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3





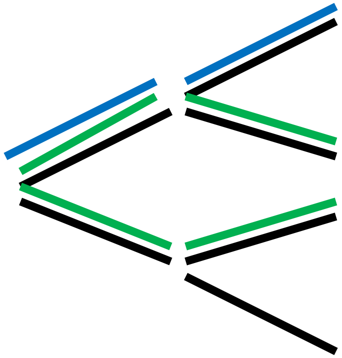
On remarque que 2 + 1 = 3

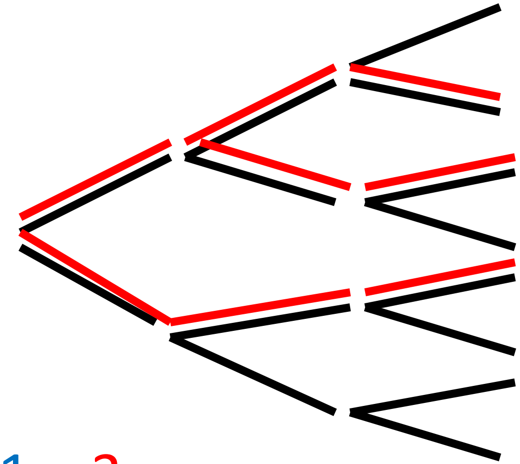
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3





On remarque que 2 + 1 = 3

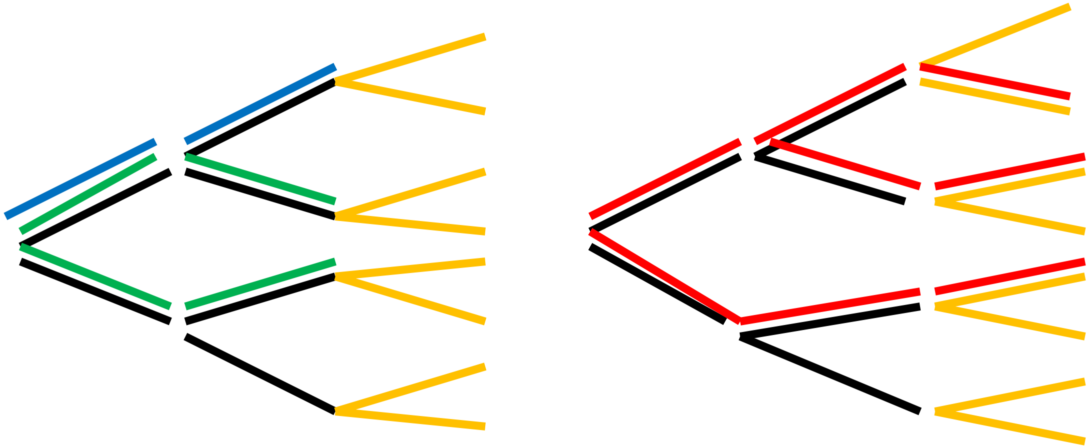
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

Si l'on connaît (n ; k) et (n ; k+1), pour obtenir (n+1 ; k+1) il faut …

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3



On remarque que 2 + 1 = 3

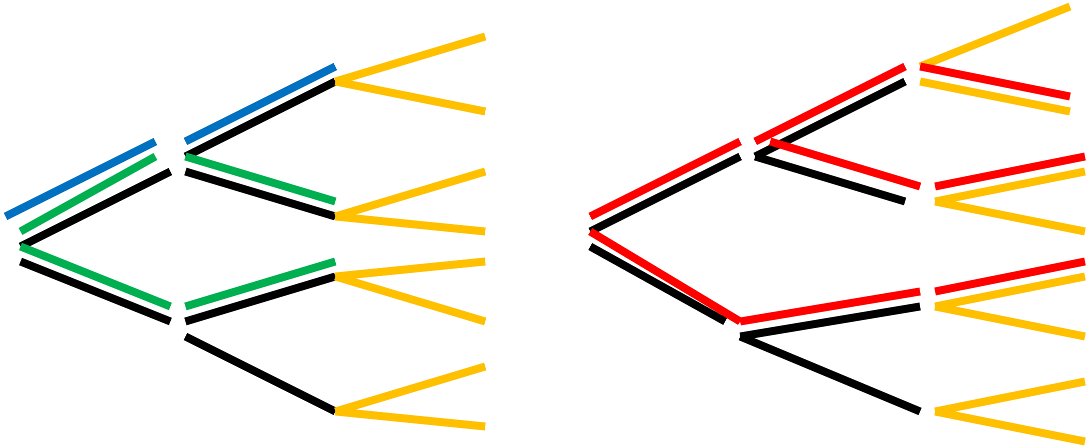
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

Si l'on connaît (n ; k) et (n ; k+1), pour obtenir (n+1 ; k+1) il faut ajouter 1 expérience à n,

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3



On remarque que 2 + 1 = 3

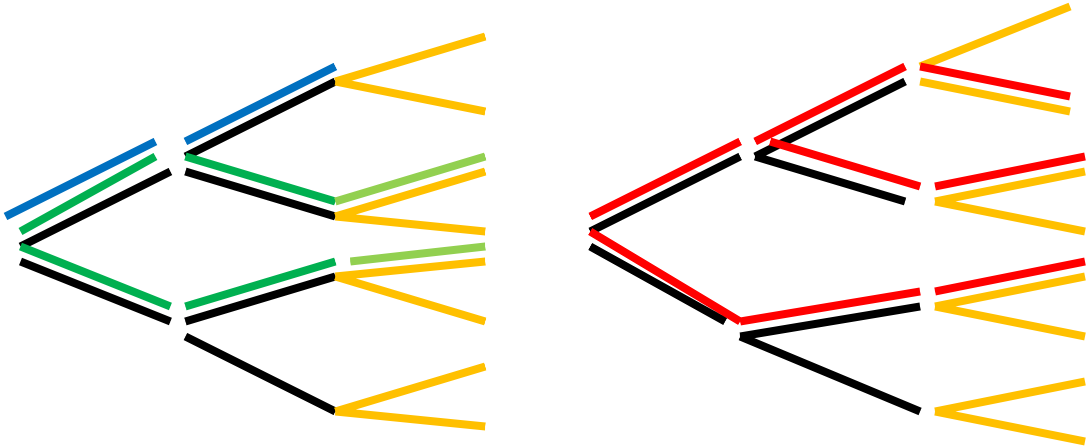
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

Si l'on connaît (n ; k) et (n ; k+1), pour obtenir (n+1 ; k+1) il faut ajouter 1 expérience à n, puis ajouter …

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2   (3 ; 2) = 3 avec n = 3



On remarque que 2 + 1 = 3

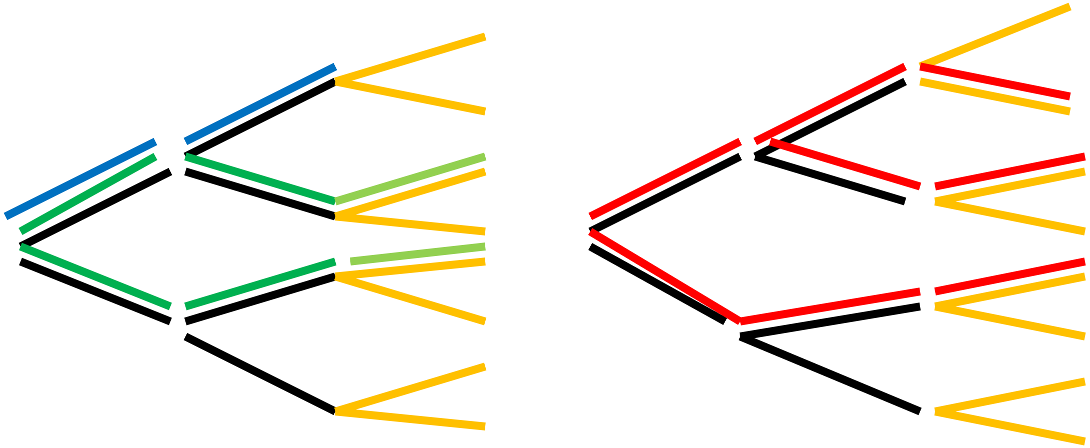
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

Si l'on connaît (n ; k) et (n ; k+1), pour obtenir (n+1 ; k+1) il faut ajouter 1 expérience à n, puis ajouter 1 réussite à chaque k,

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3



On remarque que 2 + 1 = 3

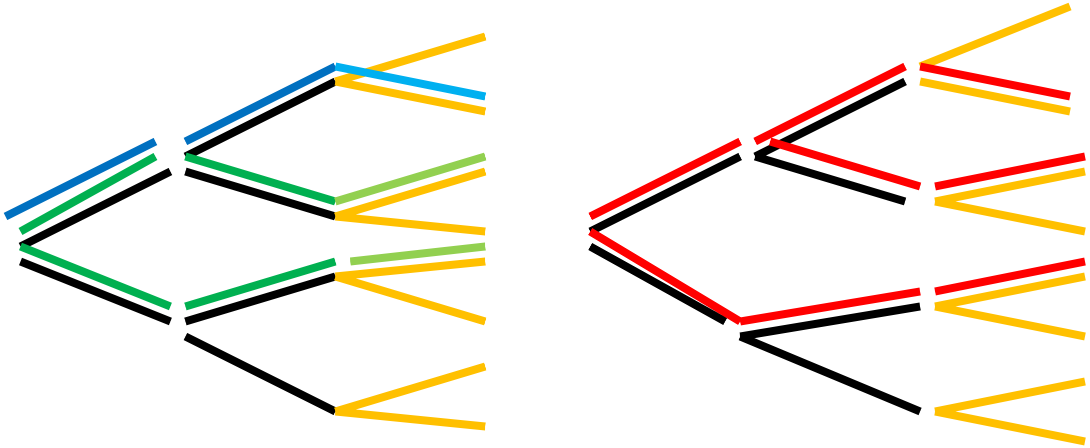
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

Si l'on connaît (n ; k) et (n ; k+1), pour obtenir (n+1 ; k+1) il faut ajouter 1 expérience à n, puis ajouter 1 réussite à chaque k, et ajouter …

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3



On remarque que 2 + 1 = 3

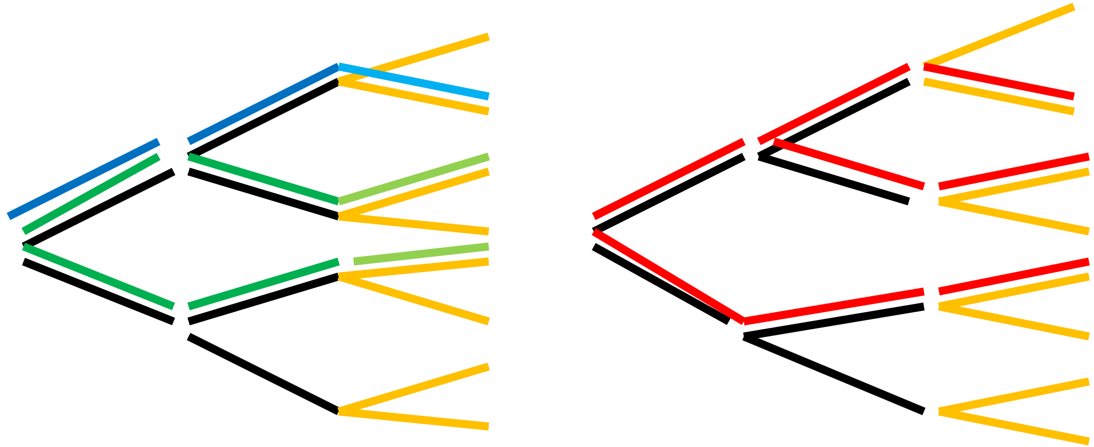
(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

Si l'on connaît (n ; k) et (n ; k+1), pour obtenir (n+1 ; k+1) il faut ajouter 1 expérience à n, puis ajouter 1 réussite à chaque k, et ajouter 1 échec à chaque k+1.

1°)

(2 ; 1) = 2, (2 ; 2) = 1 avec n = 2 (3 ; 2) = 3 avec n = 3



On remarque que 2 + 1 = 3

(2 ; 1) + (2 ; 2) = (3 ; 2)

La conjecture serait (n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1) ?

Si l'on connaît (n ; k) et (n ; k+1), pour obtenir (n+1 ; k+1) il faut ajouter 1 expérience à n, puis ajouter **1** réussite à **chaque** k, et ajouter **1** échec à **chaque** k+1.

Ces ajouts n'ont pas changé le nombre de branches,

donc (n+1 ; k+1) = **1** × (n ; k) + **1** × (n ; k+1)

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne. Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

2°) On place dans un tableau

2°) On place dans un tableau n en ligne,

tentatives 0						
1						
2						
3						
4						
5						

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.

succès / *tentatives*	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que (n ; 0) = 1

	succès 0	1	2	3	4	5
tentatives 0						
1						
2						
3						
4						
5						

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que (n ; 0) = 1

succès / *tentatives*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1					
2	1					
3	1					
4	1					
5	1					

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que (n ; 0) = (n ; n) = 1

succès / *tentatives*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1					
2	1					
3	1					
4	1					
5	1					

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que (n ; 0) = (n ; n) = 1

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1		1			
3	1			1		
4	1				1	
5	1					1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.

Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n\,;0) = (n\,;n) = 1$

$(n\,;1) = n$

succès / *tentatives*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1		1			
3	1			1		
4	1				1	
5	1					1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n\,;0) = (n\,;n) = 1$

$(n\,;1) = n$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3		1		
4	1	4			1	
5	1	5				1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.

Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(\,n\,;0\,) = (\,n\,;n\,) = 1$

$(\,n\,;1\,) = (\,n\,;n-1\,) = n$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3		1		
4	1	4			1	
5	1	5				1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(\ n\ ;\ 0\ ) = (\ n\ ;\ n\ ) = 1$

$(\ n\ ;\ 1\ ) = (\ n\ ;\ n-1\ ) = n$

succès / *tentatives*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4		4	1	
5	1	5			5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.

Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$(n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1)$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4		4	1	
5	1	5			5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n\,;0) = (n\,;n) = 1$

$(n\,;1) = (n\,;n-1) = n$

$(n\,;k) + (n\,;k+1) = \boxed{(n+1\,;k+1)}$

	succès 0	1	2	3	4	5
tentatives 0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4		4	1	
5	1	5			5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$\boxed{(n ; k)} + \boxed{(n ; k+1)} = \boxed{(n+1 ; k+1)}$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4		4	1	
5	1	5			5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que (n ; 0) = (n ; n) = 1

(n ; 1) = (n ; n – 1) = n

$\boxed{(n ; k)} + \boxed{(n ; k+1)} = \boxed{(n+1 ; k+1)}$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4		4	1	
5	1	5			5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$\boxed{(n ; k)} + \boxed{(n ; k+1)} = \boxed{(n+1 ; k+1)}$

succès	0	1	2	3	4	5
tentatives 0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5			5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$\boxed{(n ; k)} + \boxed{(n ; k+1)} = \boxed{(n+1 ; k+1)}$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5			5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$\boxed{(n ; k)} + \boxed{(n ; k+1)} = \boxed{(n+1 ; k+1)}$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10		5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n\,;0) = (n\,;n) = 1$

$(n\,;1) = (n\,;n-1) = n$

$\boxed{(n\,;k)} + \boxed{(n\,;k+1)} = \boxed{(n+1\,;k+1)}$

	succès 0	1	2	3	4	5
tentatives 0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$(n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1)$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$(n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1)$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.

Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n - 1) = n$

$(n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1)$

tentatives \ *succès*	0	1	2	3	4	5
0						
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

2°) On place dans un tableau n en ligne, et k en colonne.
Appliquez la conjoncture pour remplir le tableau.

On sait que $(n ; 0) = (n ; n) = 1$

$(n ; 1) = (n ; n-1) = n$

$(n ; k) + (n ; k+1) = (n+1 ; k+1)$

Est appelé ***Triangle de Pascal***

1					
1	**1**				
1	**2**	**1**			
1	**3**	**3**	**1**		
1	**4**	**6**	**4**	**1**	
1	**5**	**10**	**10**	**5**	**1**

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc… de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

On sait que $(a + b)^1 = a + b$ $\quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0 a^n + k_1 a^{n-1} b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ?

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$(a + b)^0 = 1 = 1\, a^0\, b^0$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$(a + b)^0 = 1 = 1\, a^0\, b^0$

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. k de $a^3\, b^5$ provient de ...

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. k de $a^3\, b^5$ provient de

$$(a + b) (\ldots + k\, a^{\cdots}\, b^{\cdots} + k\, a^{\cdots}\, b^{\cdots} + \ldots)$$

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. k de $a^3\, b^5$ provient de

$$(a + b) (\dots + k\, a^2\, b^5 + k\, a^3\, b^4 + \dots)$$

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. (... ; ...) de $a^3\, b^5$ provient de

$$(a + b) (\dots + (\dots ; \dots)\, a^2\, b^5 + (\dots ; \dots)\, a^3\, b^4 + \dots)$$

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0 a^n + k_1 a^{n-1} b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. $(8 ; 5)$ de $a^3 b^5$ provient de

$$(a + b) (\ldots + (7 ; 5) a^2 b^5 + (7 ; 4) a^3 b^4 + \ldots)$$

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. (8 ; 5) de $a^3\, b^5$ provient de

$$(a + b) (\ldots + (7 ; 5)\, a^2\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^4 + \ldots)$$

$$(8 ; 5)\, a^3\, b^5 = a\, (7 ; 5)\, a^2\, b^5 + b\, (7 ; 4)\, a^3\, b^4$$

$\Leftrightarrow$ ...

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0 a^n + k_1 a^{n-1} b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. (8 ; 5) de $a^3 b^5$ provient de

$$(a + b) (\dots + (7 ; 5)\, a^2 b^5 + (7 ; 4)\, a^3 b^4 + \dots)$$

$$(8 ; 5)\, a^3 b^5 = a\, (7 ; 5)\, a^2 b^5 + b\, (7 ; 4)\, a^3 b^4$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5)\, a^3 b^5 = (7 ; 5)\, a^{2+1} b^5 + (7 ; 4)\, a^3 b^{4+1}$$

$\Leftrightarrow$ ...

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \dots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. $(8 ; 5)$ de $a^3\, b^5$ provient de

$$(a + b) (\dots + (7 ; 5)\, a^2\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^4 + \dots)$$

$$(8 ; 5)\, a^3\, b^5 = a\, (7 ; 5)\, a^2\, b^5 + b\, (7 ; 4)\, a^3\, b^4$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5)\, a^3\, b^5 = (7 ; 5)\, a^{2+1}\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^{4+1}$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5)\, a^3\, b^5 = (7 ; 5)\, a^3\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^5$$

$\Leftrightarrow$ ...

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a+b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a+b)^1 = 1a + 1b$ $(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. $(8 ; 5)$ de $a^3\, b^5$ provient de

$$(a+b)(\ldots + (7 ; 5)\, a^2\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^4 + \ldots)$$

$$(8 ; 5)\, a^3\, b^5 = a\,(7 ; 5)\, a^2\, b^5 + b\,(7 ; 4)\, a^3\, b^4$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5)\, a^3\, b^5 = (7 ; 5)\, a^{2+1}\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^{4+1}$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5)\, a^3\, b^5 = (7 ; 5)\, a^3\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^5$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5) = (7 ; 5) + (7 ; 4)$$

généralisation : ...

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0\, a^n + k_1\, a^{n-1}\, b^1 + \ldots$ de $(a + b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a + b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. $(8 ; 5)$ de $a^3\, b^5$ provient de

$$(a + b) (\ldots + (7 ; 5)\, a^2\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^4 + \ldots)$$

$$(8 ; 5)\, a^3\, b^5 = a\, (7 ; 5)\, a^2\, b^5 + b\, (7 ; 4)\, a^3\, b^4$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5)\, a^3\, b^5 = (7 ; 5)\, a^{2+1}\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^{4+1}$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5)\, a^3\, b^5 = (7 ; 5)\, a^3\, b^5 + (7 ; 4)\, a^3\, b^5$$

$$\Leftrightarrow (8 ; 5) = (7 ; 5) + (7 ; 4)$$

généralisation : $\mathbf{(n + 1 ; k + 1) = (n ; k + 1) + (n ; k)}$

3°) On cherche les coefficients k_0, k_1, etc... de la forme développée $k_0 a^n + k_1 a^{n-1} b^1 + \dots$ de $(a+b)^n$.

Où seraient-ils dans le tableau ? Démontrez la conjecture.

On sait que $(a+b)^1 = 1a + 1b$ $\quad (a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

Exemple : le coeff. $(8;5)$ de $a^3 b^5$ provient de

$$(a+b)(\dots + (7;5)\,a^2 b^5 + (7;4)\,a^3 b^4 + \dots)$$

$$(8;5)\,a^3 b^5 = a\,(7;5)\,a^2 b^5 + b\,(7;4)\,a^3 b^4$$

$$\Longleftrightarrow (8;5)\,a^3 b^5 = (7;5)\,a^{2+1} b^5 + (7;4)\,a^3 b^{4+1}$$

$$\Longleftrightarrow (8;5)\,a^3 b^5 = (7;5)\,a^3 b^5 + (7;4)\,a^3 b^5$$

$$\Longleftrightarrow (8;5) = (7;5) + (7;4)$$

généralisation : $(n+1;k+1) = (n;k+1) + (n;k)$

1		
1	1	
1	2	1
1	3	3
1	4	6
1	5	10

Application :

Quelle est la forme développée de $(a + b)^7$?

Application :

Quelle est la forme développée de $(a + b)^7$?

1							
1	1						
1		1					
1			1				
1				1			
1					1		
1						1	
1							1

Application :

Quelle est la forme développée de $(a + b)^7$?

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4		4	1			
1	5			5	1		
1	6				6	1	
1	7					7	1

Application :

Quelle est la forme développée de $(a + b)^7$?

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

Application :

Quelle est la forme développée de $(a+b)^7$?

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

$$(a+b)^7 = 1\,a^7 + 7\,a^6\,b + 21\,a^5\,b^2 + 35\,a^4\,b^3$$

$$+ 35\,a^3\,b^4 + 21\,a^2\,b^5 + 7\,a\,b^6 + 1\,b^7$$

Application :

Je lance 6 pièces de monnaies. Combien y a-t-il de possibilités d’obtenir 3 Pile ?

Application :

Je lance 6 pièces de monnaies. Combien y a-t-il de possibilités d’obtenir 3 Pile ?

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

Application :

Je lance 6 pièces de monnaies. Combien y a-t-il de possibilités d'obtenir 3 Pile ?

	succès 0	1	2	3	4	5	6	7
tentatives 0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

Application :

Je lance 6 pièces de monnaies. Combien y a-t-il de possibilités d'obtenir 3 Pile ?

succès	0	1	2	3	4	5	6	7
tentatives 0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

Application :

Je lance 6 pièces de monnaies. Combien y a-t-il de possibilités d'obtenir 3 Pile ?

	succès 0	1	2	$\boxed{3}$	4	5	6	7
tentatives 0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
$\boxed{6}$	1	6	15	$\boxed{20}$	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

Réponse :

20 possibilités

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C’est une …

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C’est une (et une seule, non répétée)

expérience aléatoire de paramètre **p**

à …

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C’est une (et une seule, non répétée)

expérience aléatoire de paramètre **p**

à 2 issues (Succès de probabilité p, et Echec),

à variable aléatoire X ne prenant que les valeurs …

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C’est une (et une seule, non répétée)

expérience aléatoire de paramètre **p**

à 2 issues (Succès de probabilité p, et Echec),

à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs

1 (Succès) et 0 (Echec).

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C’est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire de paramètre **p**

à 2 issues (Succès de probabilité p, et Echec),

à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs
1 (Succès) et 0 (Echec).

II Loi binomiale

C’est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques.

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C'est une (et une seule, non répétée)

expérience aléatoire de paramètre **p**

à 2 issues (Succès de probabilité p, et Echec),

à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs

1 (Succès) et 0 (Echec).

II Loi binomiale

C'est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques.

Si la variable aléatoire suit une *loi binomiale*

de paramètre **n** et **p**

alors $P(X = k) = \dots$

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C’est une (et une seule, non répétée)
expérience aléatoire de paramètre **p**
à 2 issues (Succès de probabilité p, et Echec),
à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs
1 (Succès) et 0 (Echec).

II Loi binomiale

C’est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques.
Si la variable aléatoire suit une *loi binomiale*
de paramètre **n** et **p**

alors $P(X = k) = (n ; k)\, p^{k} (1 - p)^{n-k}$

(n ; k) est le nombre de chemins de l’arbre donnant k réussites.

Rappel : Epreuve de Bernoulli

C'est une (et une seule, non répétée) expérience aléatoire de paramètre **p**

à 2 issues (Succès de probabilité p, et Echec),

à variable aléatoire X ne prenant que les deux valeurs 1 (Succès) et 0 (Echec).

II Loi binomiale

C'est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques.

Si la variable aléatoire suit une *loi binomiale* de paramètre **n** et **p**

alors $$P(X = k) = (n\,;\,k)\,p^{k}(1-p)^{n-k}$$

(n ; k) est le nombre de chemins de l'arbre donnant k réussites.

Son espérance est alors **E(X) = np**

Exercice 17 :

Déterminez

à 0,01% près

la probabilité d’obtenir 5 fois le chiffre 4 en lançant 7 fois un dé équilibré.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Probabilité d'1 succès en 1 tentative : $p = 1/6$

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Probabilité d'1 succès en 1 tentative : $p = 1/6$

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 1/6$ car :

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Probabilité d'1 succès en 1 tentative : $p = 1/6$

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 1/6$ car :

on répète 7 fois la même expérience de Bernoulli

⇒ $P(X = 5) = \dots$

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Probabilité d'1 succès en 1 tentative : $p = 1/6$

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 1/6$ car :

on répète 7 fois la même expérience de Bernoulli

$$\Rightarrow \quad P(X = 5) = (7\,;\,5)\, p^{5}\,(1-p)^{7-5}$$

$(7\,;\,5)$ = nombre de branches de l'arbre ayant 5 succès.

qui doit être trouvé grâce au triangle de Pascal.

$$P(X = 5) = (7\,;5)\, p^{5} (1-p)^{7-5}$$

$(7\,;5)$ = nombre de branches de l'arbre ayant 5 succès.

qui doit être trouvé grâce au triangle de Pascal.

succès	0	1	2	3	4	5	6	7
tentatives 0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

… branches

dans l'arbre

$P(X = 5) = (7 ; 5)\ p^5 (1 - p)^{7-5}$

$(7 ; 5) =$ nombre de branches de l'arbre ayant 5 succès.

qui doit être trouvé grâce au triangle de Pascal.

succès	0	1	2	3	4	5	6	7
tentatives 0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

21 branches

dans l'arbre

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Probabilité d'1 succès en 1 tentative : $p = 1/6$

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 1/6$ car :

on répète 7 fois la même expérience de Bernoulli

$\Rightarrow$ $P(X = 5) = (7\,;5)\, p^5 (1 - p)^{7-5}$

$(7\,;5)$ = nombre de branches de l'arbre ayant 5 succès.

qui doit être trouvé grâce au triangle de Pascal.

$(7\,;5) = 21$

$\Rightarrow$ $P(X = 5) =$ ...

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Probabilité d'1 succès en 1 tentative : $p = 1/6$

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 1/6$ car :

on répète 7 fois la même expérience de Bernoulli

$\Rightarrow$ $P(X = 5) = (7 ; 5)\, p^5 (1 - p)^{7-5}$

$(7 ; 5)$ = nombre de branches de l'arbre ayant 5 succès.

qui doit être trouvé grâce au triangle de Pascal.

$(7 ; 5) = 21$

$\Rightarrow$ $P(X = 5) = 21 \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx \ldots$

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès.

Probabilité d'1 succès en 1 tentative : $p = 1/6$

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 1/6$ car :

on répète 7 fois la même expérience de Bernoulli

$\Rightarrow$ $P(X = 5) = (7 ; 5)\, p^{5} (1 - p)^{7-5}$

$(7 ; 5)$ = nombre de branches de l'arbre ayant 5 succès.

qui doit être trouvé grâce au triangle de Pascal.

$(7 ; 5) = 21$

$\Rightarrow$ $P(X = 5) = 21 \left(\frac{1}{6}\right)^{5} \left(\frac{5}{6}\right)^{2} \approx$ **0,19 %**