

IV Forme exponentielle des nombres complexes.

Exercice 7 :

z_C et z_D sont les nombres complexes de l'exo 5.

1°) Déterminez la forme trigonométrique de $z_E = z_C \times z_D$

2°) Avec celles de z_C et z_D , que remarquez-vous ? Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

3°) On admet que la propriété est vraie. Proposez pour tout nombre complexe une formule algébrique qui permettrait d'en déduire la forme trigonométrique d'un produit de deux nombres complexes.

4°) Soit le nombre complexe z solution de l'équation

$$2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

Donnez les trois formes de z , z^2 , $-2iz^2$ et $1/z$

Exercice 7 :

$$z_C = 3 - i\sqrt{3} \quad z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$$

1°) Déterminez la forme trigonométrique de $z_C \times z_D$

1ère méthode :

	z_C	z_D	$z_C \times z_D$
forme algébrique			
forme trigonométrique			

On détermine la forme trigonométrique en ...

Exercice 7 :

$$z_C = 3 - i\sqrt{3} \quad z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$$

1°) Déterminez la forme trigonométrique de $z_C \times z_D$

1ère méthode :

	z_C	z_D	$z_C \times z_D$
forme algébrique			
forme trigonométrique			



On détermine le **produit** en utilisant les **formes algébriques**, produit que l'on **transforme** en forme trigonométrique.

Exercice 7 :

$$z_C = 3 - i\sqrt{3} \quad z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$$

1°) Déterminez la forme trigonométrique de $z_C \times z_D$

2^{ème} méthode :

	z_C	z_D	$z_C \times z_D$
forme algébrique			
forme trigonométrique			

On détermine les formes trigonométriques, puis on détermine leur produit.

Mais on ne sait pas faire (*pour le moment*) un produit de deux formes trigonométriques.

Exercice 7 :

$$z_C = 3 - i\sqrt{3} \quad z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$$

1°) Déterminez la forme trigonométrique
de $z_E = z_C \times z_D$

$$z_E = z_C \times z_D = (3 - i\sqrt{3})(-4 - 4i\sqrt{3})$$

= ... *forme algébrique du produit*

que l'on transformera en *forme trigonométrique*

Exercice 7 :

$$z_C = 3 - i\sqrt{3} \quad z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$$

1°) Déterminez la forme trigonométrique
de $z_E = z_C \times z_D$

$$\begin{aligned} z_E = z_C \times z_D &= (3 - i\sqrt{3})(-4 - 4i\sqrt{3}) \\ &= -12 + 4\sqrt{3}i - 12\sqrt{3}i + 12i^2 \\ &= \dots \end{aligned}$$

Exercice 7 :

$$z_C = 3 - i\sqrt{3} \quad z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$$

1°) Déterminez la forme trigonométrique
de $z_E = z_C \times z_D$

$$\begin{aligned} z_E = z_C \times z_D &= (3 - i\sqrt{3})(-4 - 4i\sqrt{3}) \\ &= -12 + 4\sqrt{3}i - 12\sqrt{3}i + 12i^2 \\ &= -12 - 8\sqrt{3}i + 12(-1) \\ &= -24 - 8\sqrt{3}i \end{aligned}$$

que l'on transforme en *forme trigonométrique*
(idem exo 5)

E (- 24 ; - 8 $\sqrt{3}$) coordonnées cartésiennes

z_E de forme algébrique **$z_E = - 24 - 8 \sqrt{3} i$**

E (- 24 ; - 8 $\sqrt{3}$) coordonnées cartésiennes

z_E de **forme algébrique** **$z_E = - 24 - 8 \sqrt{3} i$**

$$\begin{aligned} r = | z_E | &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(- 24)^2 + (- 8 \sqrt{3})^2} = \sqrt{576 + 192} \\ &= \sqrt{768} = \mathbf{16\sqrt{3}} \end{aligned}$$

E (- 24 ; - 8 $\sqrt{3}$) coordonnées cartésiennes

z_E de **forme algébrique** **$z_E = - 24 - 8 \sqrt{3} i$**

$$\begin{aligned} r = | z_E | &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(- 24)^2 + (- 8 \sqrt{3})^2} = \sqrt{576 + 192} \\ &= \sqrt{768} = \mathbf{16\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\beta = \arg(z_E)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = a/r = - 24 / 16\sqrt{3} \\ \quad \quad \quad = - 3 / 2\sqrt{3} = - \sqrt{3}/2 \\ \sin \beta = b/r = - 8 \sqrt{3} / 16\sqrt{3} \\ \quad \quad \quad = 1/\sqrt{2} = - 1/2 \end{array} \right.$$

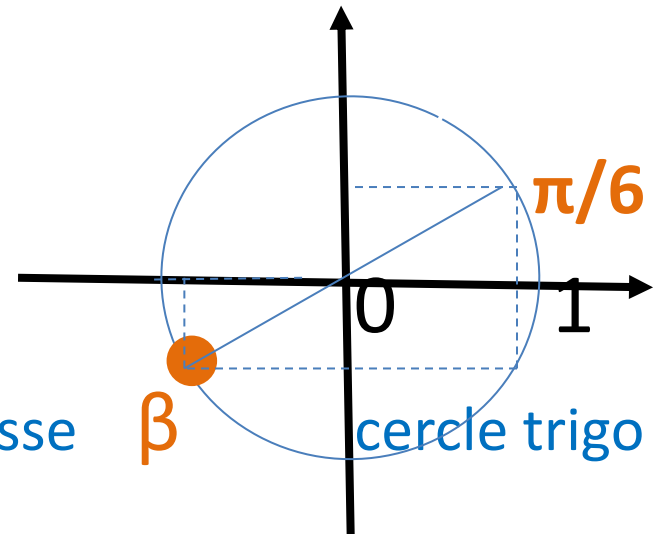
E (- 24 ; - 8 $\sqrt{3}$) coordonnées cartésiennes

z_E de **forme algébrique** **$z_E = - 24 - 8 \sqrt{3} i$**

$$r = | z_E | = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(- 24)^2 + (- 8 \sqrt{3})^2} = \sqrt{576 + 192} \\ = \sqrt{768} = \mathbf{16\sqrt{3}}$$

$$\beta = \arg(z_E)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = a/r = - 24 / 16\sqrt{3} \\ \quad \quad \quad = - 3 / 2\sqrt{3} = - \sqrt{3}/2 \text{ abscisse } \beta \\ \sin \beta = b/r = - 8 \sqrt{3} / 16\sqrt{3} \\ \quad \quad \quad = - 1/2 \text{ ordonnée } \end{array} \right. \Rightarrow \beta = -5\pi/6 + k2\pi$$



$E (- 24 ; - 8 \sqrt{3})$ coordonnées cartésiennes

$E (\text{rayon } 16\sqrt{3} ; \text{angle } -5\pi/6 \text{ rad})$ coordonnées polaires

z_E de forme algébrique $z_E = - 24 - 8 \sqrt{3} i$

$$r = | z_E | = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-24)^2 + (-8\sqrt{3})^2} = \sqrt{576 + 192} \\ = \sqrt{768} = 16\sqrt{3}$$

$$\beta = \arg(z_E)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = a/r = - 24 / 16\sqrt{3} \end{array} \right.$$

$$= - 3 / 2\sqrt{3} = - \sqrt{3}/2 \text{ abscisse } \beta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \beta = b/r = - 8 \sqrt{3} / 16\sqrt{3} \end{array} \right.$$

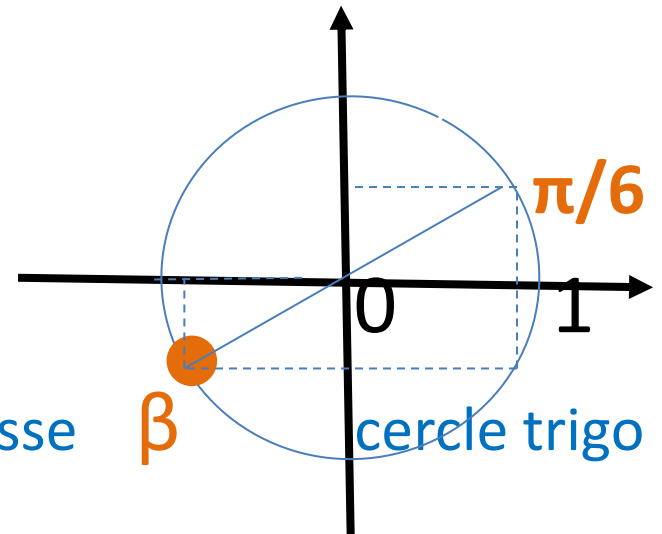
$$= - 1/2 = - 1/2 \text{ ordonnée } \Rightarrow \beta = -5\pi/6 + k2\pi$$

$$z_E = - 24 - 8 \sqrt{3} i$$

forme algébrique

$$z_E = [16\sqrt{3} ; -5\pi/6]$$

forme trigonométrique



2°) Avec celles de z_C et z_D , que remarquez-vous ?
Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

$$z_E = z_C \times z_D \quad \text{formes algébriques}$$

$$-24 - 8\sqrt{3}i = (3 - i\sqrt{3})(-4 - 4i\sqrt{3})$$

formes trigonométriques

$$[16\sqrt{3} ; -5\pi/6] = [2\sqrt{3} ; -\pi/6] \times [8 ; -2\pi/3]$$

Conjecture :

?

2°) Avec celles de z_C et z_D , que remarquez-vous ?
Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

$$z_E = z_C \times z_D \quad \text{formes algébriques}$$

$$-24 - 8\sqrt{3}i = (3 - i\sqrt{3})(-4 - 4i\sqrt{3})$$

formes trigonométriques

$$[16\sqrt{3} ; -5\pi/6] = [2\sqrt{3} ; -\pi/6] \times [8 ; -2\pi/3]$$

$$16\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times 8$$

Conjecture :

?

2°) Avec celles de z_C et z_D , que remarquez-vous ?
Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

$$z_E = z_C \times z_D \quad \text{formes algébriques}$$

$$-24 - 8\sqrt{3}i = (3 - i\sqrt{3})(-4 - 4i\sqrt{3})$$

formes trigonométriques

$$[16\sqrt{3} ; -5\pi/6] = [2\sqrt{3} ; -\pi/6] \times [8 ; -2\pi/3]$$

$$16\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times 8$$

$$\text{et } -5\pi/6 = (-\pi/6) + (-2\pi/3) = (-\pi/6) + (-4\pi/6)$$

Conjecture :

?

2°) Avec celles de z_C et z_D , que remarquez-vous ?
Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

$$z_E = z_C \times z_D \quad \text{formes algébriques}$$

$$-24 - 8\sqrt{3}i = (3 - i\sqrt{3})(-4 - 4i\sqrt{3})$$

formes trigonométriques

$$[16\sqrt{3} ; -5\pi/6] = [2\sqrt{3} ; -\pi/6] \times [8 ; -2\pi/3]$$

$$16\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times 8$$

$$\text{et } -5\pi/6 = (-\pi/6) + (-2\pi/3) = (-\pi/6) + (-4\pi/6)$$

$$\begin{aligned} \text{Conjecture : } [r_1 ; \beta_1] \times [r_2 ; \beta_2] \\ = [r_1 \times r_2 ; \beta_1 + \beta_2] ? \end{aligned}$$

3°) On admet que la propriété est vraie. Proposez pour tout nombre complexe une **formule algébrique** qui permettrait d'en déduire la forme trigonométrique d'un **produit** de deux nombres complexes.

$$[r_1; \beta_1] \times [r_2; \beta_2] = [r_1 \times r_2; \beta_1 + \beta_2] \text{ est vraie.}$$

Il faut trouver une formule pour un n^b complexe z_1 qui comporte r_1 et β_1 sans qu'ils se mélangent pour que $z_1 \times z_2$ donne $r_1 \times r_2$ et $\beta_1 + \beta_2$

le produit $z_1 \times z_2$ donne le produit $r_1 \times r_2$

$$\Rightarrow z_1 = \dots$$

3°) On admet que la propriété est vraie. Proposez pour tout nombre complexe une **formule algébrique** qui permettrait d'en déduire la forme trigonométrique d'un **produit** de deux nombres complexes.

$$[r_1; \beta_1] \times [r_2; \beta_2] = [r_1 \times r_2; \beta_1 + \beta_2] \text{ est vraie.}$$

Il faut trouver une formule pour un n^b complexe z_1 qui comporte r_1 et β_1 sans qu'ils se mélangent pour que $z_1 \times z_2$ donne $r_1 \times r_2$ et $\beta_1 + \beta_2$

le produit $z_1 \times z_2$ donne le produit $r_1 \times r_2$
 $z_1 = r_1 \times f(\beta_1)$

le produit $z_1 \times z_2$ donne la somme $\beta_1 + \beta_2$
 $z_1 = \dots$

3°) On admet que la propriété est vraie. Proposez pour tout nombre complexe une **formule algébrique** qui permettrait d'en déduire la forme trigonométrique d'un **produit** de deux nombres complexes.

$$[r_1 ; \beta_1] \times [r_2 ; \beta_2] = [r_1 \times r_2 ; \beta_1 + \beta_2] \text{ est vraie.}$$

Il faut trouver une formule pour un n^b complexe z_1 qui comporte r_1 et β_1 sans qu'ils se mélangent pour que $z_1 \times z_2$ donne $r_1 \times r_2$ et $\beta_1 + \beta_2$

le produit $z_1 \times z_2$ donne le produit $r_1 \times r_2$
 $z_1 = r_1 \times f(\beta_1)$

le produit $z_1 \times z_2$ donne la somme $\beta_1 + \beta_2$
 $z_1 = r_1 \times a^\beta$

$[\mathbf{r}_1 ; \beta_1] \times [\mathbf{r}_2 ; \beta_2] = [\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 ; \beta_1 + \beta_2]$ est vraie.

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne le produit $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times f(\beta_1)$$

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne la somme $\beta_1 + \beta_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times a^\beta$$

Pour garder le côté **imaginaire** d'un nombre complexe : il faut ...

$[\mathbf{r}_1 ; \beta_1] \times [\mathbf{r}_2 ; \beta_2] = [\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 ; \beta_1 + \beta_2]$ est vraie.

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne le produit $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times f(\beta_1)$$

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne la somme $\beta_1 + \beta_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times a^\beta$$

Pour garder le côté **imaginaire** d'un nombre complexe : il faut introduire i

Dans $\mathbf{r}_1$? ...

$[\mathbf{r}_1 ; \beta_1] \times [\mathbf{r}_2 ; \beta_2] = [\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 ; \beta_1 + \beta_2]$ est vraie.

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne le produit $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times f(\beta_1)$$

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne la somme $\beta_1 + \beta_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times a^\beta$$

Pour garder le côté **imaginaire** d'un nombre complexe : il faut introduire i

Dans $\mathbf{r}_1$? Non car $i \mathbf{r}_1 \times i \mathbf{r}_2$ donnerait $-1 \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2$

$\Rightarrow$ dans β

$[\mathbf{r}_1 ; \beta_1] \times [\mathbf{r}_2 ; \beta_2] = [\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 ; \beta_1 + \beta_2]$ est vraie.

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne le produit $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times f(\beta_1)$$

le produit $\mathbf{z}_1 \times \mathbf{z}_2$ donne la somme $\beta_1 + \beta_2$

$$\Rightarrow \mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 \times a^\beta$$

Pour garder le côté **imaginaire** d'un nombre complexe : il faut introduire i

Dans $\mathbf{r}_1$? Non car $i \mathbf{r}_1 \times i \mathbf{r}_2$ donnerait $-1 \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2$

$$\Rightarrow \text{dans } \beta \quad (\mathbf{r}_1 \times a^{i\beta}) \times (\mathbf{r}_2 \times a^{i\beta'}) = \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 a^{i(\beta+\beta')}$$

$[r_1; \beta_1] \times [r_2; \beta_2] = [r_1 \times r_2; \beta_1 + \beta_2]$ est vraie.

le produit $z_1 \times z_2$ donne le produit $r_1 \times r_2$

$$\Rightarrow z_1 = r_1 \times f(\beta_1)$$

le produit $z_1 \times z_2$ donne la somme $\beta_1 + \beta_2$

$$\Rightarrow z_1 = r_1 \times a^\beta$$

Pour garder le côté **imaginaire** d'un nombre complexe : il faut introduire i

Dans r_1 ? Non car $i r_1 \times i r_2$ donnerait $-1 r_1 r_2$

$$\Rightarrow \text{dans } \beta \quad (r_1 \times e^{i\beta}) \times (r_2 \times e^{i\beta'}) = r_1 r_2 e^{i(\beta+\beta')}$$

Ecriture exponentielle d'un nombre complexe :

$$z = a + bi = [r; \beta] = r e^{i\beta}$$

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i (6 + 3z)$$

$\Leftrightarrow \dots$

à résoudre pour trouver la *forme algébrique*

(idem algèbre de 4^{ème} + exo 1)

que l'on transformera en *forme trigonométrique*

(idem exo 5)

et *forme exponentielle*

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow 2z + 3iz = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 3i) = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z = \dots$$

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow 2z + 3iz = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 3i) = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-25 - 5i}{2 + 3i} = a + bi$$

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow 2z + 3iz = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 3i) = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-25 - 5i}{2 + 3i} = a + bi$$

$$4^\circ) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow 2z + 3iz = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 3i) = -25 - 5i$$

$$-25 - 5i \quad (-25 - 5i)(2 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-25 - 5i}{2 + 3i} = \frac{(-25 - 5i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)}$$

= ...

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow 2z + 3iz = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 3i) = -25 - 5i$$

$$-25 - 5i \quad (-25 - 5i)(2 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-25 - 5i}{2 + 3i} = \frac{(-25 - 5i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)}$$

$$\frac{-50 + 75i - 10i + 15i^2}{4 - 9i^2}$$

$$= \frac{-50 + 65i + 15}{4 - 9i^2}$$

$$4 - 9i^2$$

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow 2z + 3iz = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 3i) = -25 - 5i$$

$$-25 - 5i \quad (-25 - 5i)(2 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-25 - 5i}{2 + 3i} = \frac{(-25 - 5i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)}$$

$$\frac{-50 + 65i + 15(-1)}{4 - 9(-1)}$$

$$= \frac{-65 + 65i}{13}$$

$$= -5 + 5i$$

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow 2z + 3iz = -25 - 5i$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 3i) = -25 - 5i$$

$$-25 - 5i \quad (-25 - 5i)(2 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-25 - 5i}{2 + 3i} = \frac{(-25 - 5i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)}$$

$$\frac{-50 + 65i + 15(-1)}{4 - 9(-1)} = \frac{-65 + 65i}{13}$$

$$= \frac{-65 + 65i}{13}$$

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 25 = i - 6i - 3iz$$

$$\Leftrightarrow \dots$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow z &= \frac{-25 - 5i}{2 + 3i} = \frac{(-25 - 5i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)} \\ &= \frac{-50 + 65i + 15(-1) - 65 + 65i}{4 - 9(-1)} = \frac{-65 + 65i}{13} \\ &= -5 + 5i \quad \text{forme algébrique} \end{aligned}$$

$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

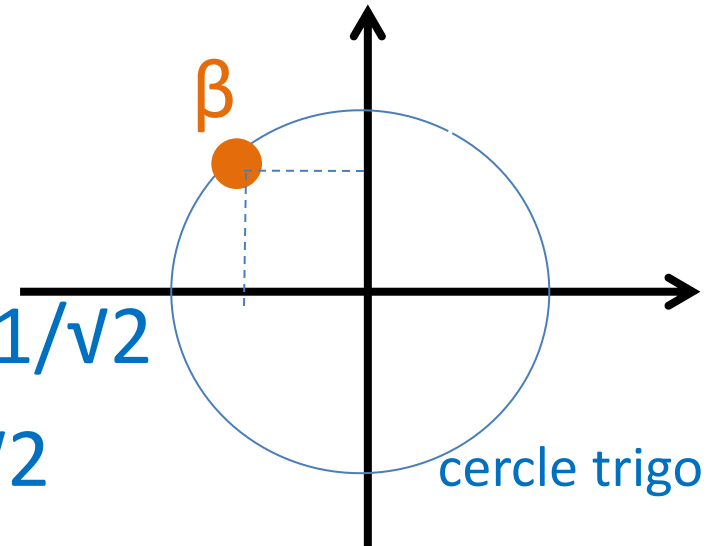
$$r = |z|$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = a/r = -5/(5\sqrt{2}) = -1/\sqrt{2} \\ \sin \beta = b/r = 5/(5\sqrt{2}) = 1/\sqrt{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = a/r = -5/(5\sqrt{2}) = -1/\sqrt{2} \\ \sin \beta = b/r = 5/(5\sqrt{2}) = 1/\sqrt{2} \end{array} \right.$$



$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

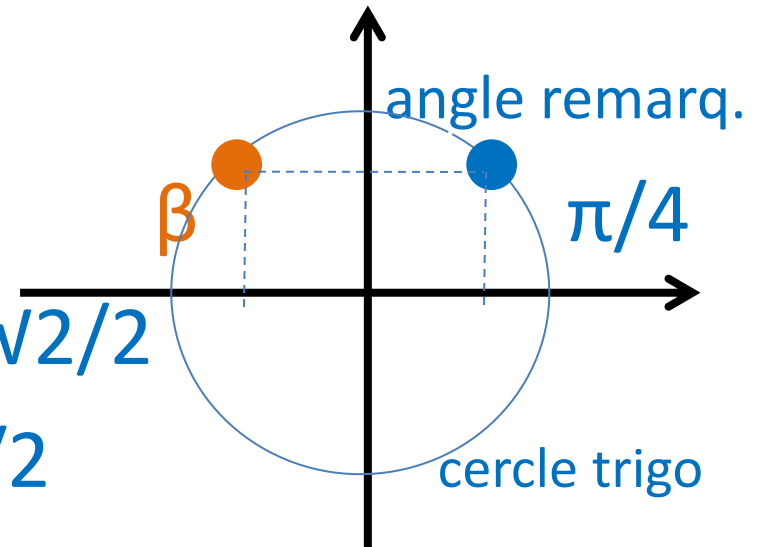
z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

$$r = |z|$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z)$$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = -5/(5\sqrt{2}) = -\sqrt{2}/2 \\ \sin \beta = b/r = 5/(5\sqrt{2}) = \sqrt{2}/2 \end{cases}$$



$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

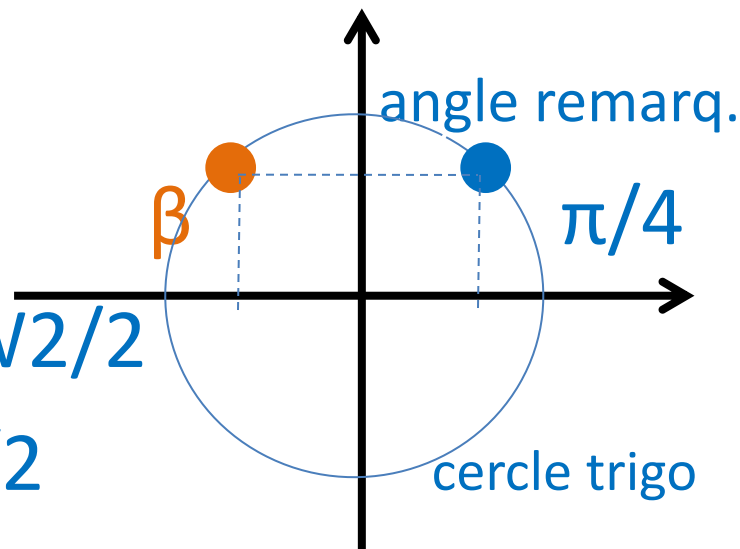
$$r = |z|$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z)$$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = -5/(5\sqrt{2}) = -\sqrt{2}/2 \\ \sin \beta = b/r = 5/(5\sqrt{2}) = \sqrt{2}/2 \end{cases}$$

$$\text{donc } \beta = 3\pi/4 + k2\pi$$



$$4^{\circ}) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

$$r = |z|$$

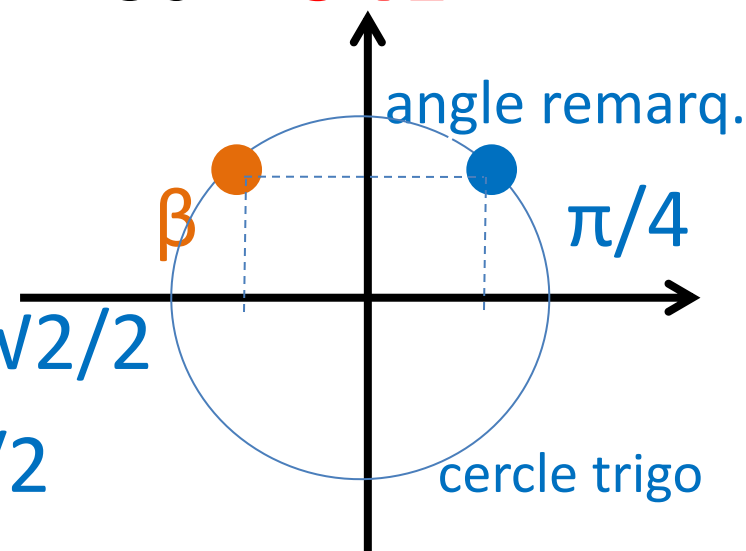
$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z)$$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = -5/(5\sqrt{2}) = -\sqrt{2}/2 \\ \sin \beta = b/r = 5/(5\sqrt{2}) = \sqrt{2}/2 \end{cases}$$

$$\text{donc } \beta = 3\pi/4 + k2\pi$$

z de forme trigonométrique $z = [5\sqrt{2} ; 3\pi/4]$



$$4^\circ) \quad 2z + 25 = i - i(6 + 3z)$$

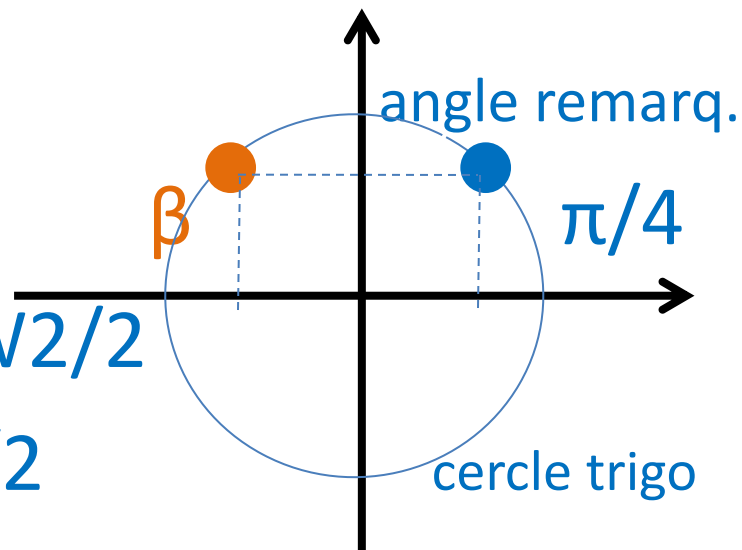
z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

$$r = |z|$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z)$$

$$\begin{cases} \cos \beta = a/r = -5/(5\sqrt{2}) = -\sqrt{2}/2 \\ \sin \beta = b/r = 5/(5\sqrt{2}) = \sqrt{2}/2 \end{cases}$$



$$\text{donc } \beta = 3\pi/4 + k2\pi$$

$$z \text{ de forme trigonométrique } z = [5\sqrt{2} ; 3\pi/4]$$

$$z \text{ de forme exponentielle } z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$$

z de forme algébrique

$$\mathbf{z} = -5 + 5i$$

z de forme exponentielle

$$\mathbf{z} = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$$

$$\mathbf{z}^2 = \dots$$

forme algébrique ?

forme exponentielle ?

z de forme algébrique

$$z = -5 + 5i$$

z de forme exponentielle

$$z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$$

$$z^2 = \dots$$

forme algébrique ?

forme exponentielle ?

2 méthodes :

1) forme algébrique de **z**

→ forme algébrique de **z²** → forme trigo.

2) forme trigo. de **z**

→ forme trigo. de **z²** → forme algébrique

z de forme algébrique

$$z = -5 + 5i$$

z de forme exponentielle

$$z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$$

$$z^2 = \dots$$

forme algébrique ?

forme exponentielle ?

2 méthodes :

1) forme algébrique de **z**

→ forme algébrique de **z²** → forme trigo.
faisable compliqué

2) forme trigo. de **z**

→ forme trigo. de **z²** → forme algébrique
très rapide facile

z de forme algébrique

$$\mathbf{z} = -5 + 5i$$

z de forme exponentielle

$$\mathbf{z} = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$$

$$\mathbf{z}^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = \dots$$

z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$\begin{aligned} z^2 &= (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2 \\ &= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle} \end{aligned}$$

z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$\begin{aligned} z^2 &= (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2 \\ &= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle} \\ &= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique} \end{aligned}$$

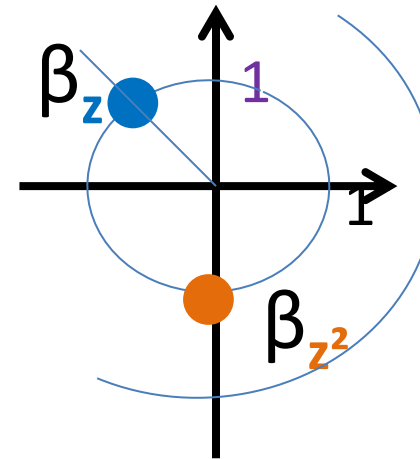
z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$z^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2$$
$$= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique}$$

$$= 50 (\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2)$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

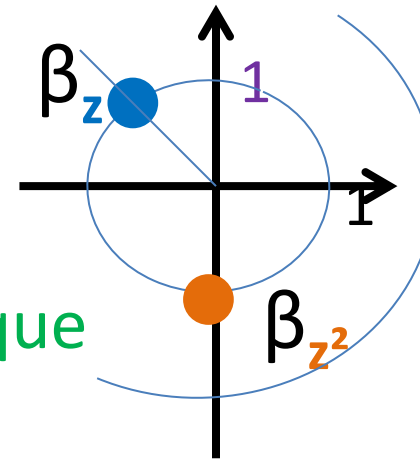
z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$z^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2$$
$$= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique}$$

$$= 50 (\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2)$$

$$= 50 (0 + i(-1)) = -50i \quad \text{forme algébrique}$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

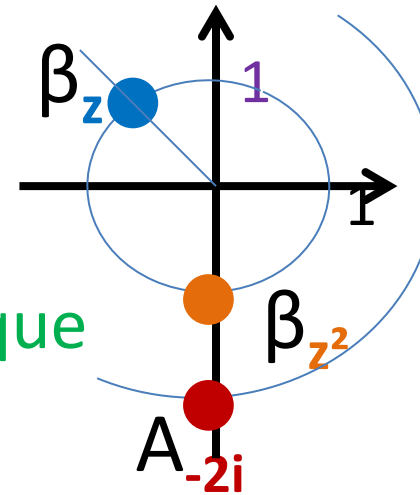
$$z^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2$$
$$= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique}$$

$$= 50 (\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2)$$

$$= 50 (0 + i(-1)) = -50i \quad \text{forme algébrique}$$

$$-2i z^2 = \dots \times 50 e^{i3\pi/2}$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$z^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2$$
$$= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique}$$

$$= 50 (\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2)$$

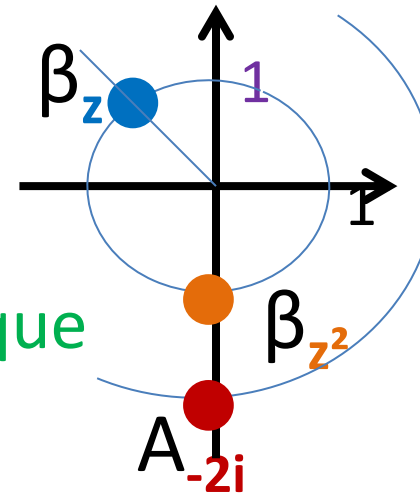
$$= 50 (0 + i(-1)) = -50i \quad \text{forme algébrique}$$

$$-2i z^2 = \underbrace{2 e^{i3\pi/2}}_{\text{avec :}} \times 50 e^{i3\pi/2}$$

avec :

$$|-2i| = |0 - 2i| = \sqrt{0^2 + (-2)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\cos \beta = 0/2 = 0 \quad \sin \beta = -2/2 = -1 \Rightarrow \beta = 3\pi/2$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$z^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2$$
$$= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle}$$

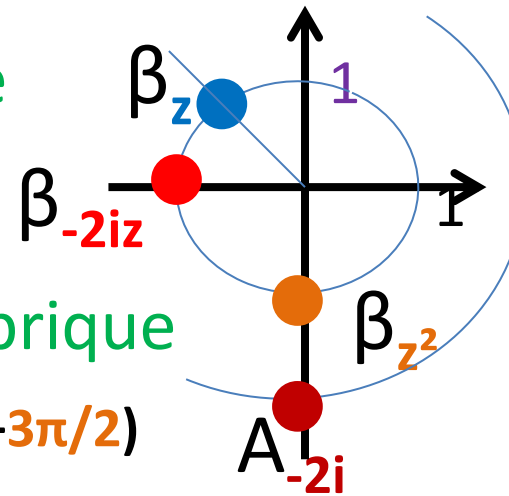
$$= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique}$$

$$= 50 (\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2)$$

$$= 50 (0 + i(-1)) = -50i \quad \text{forme algébrique}$$

$$-2i z^2 = 2 e^{i3\pi/2} \times 50 e^{i3\pi/2} = 100 e^{i(3\pi/2 + 3\pi/2)}$$

$$= 100 e^{i3\pi} \quad \text{forme exponentielle}$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$z^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2$$
$$= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique}$$

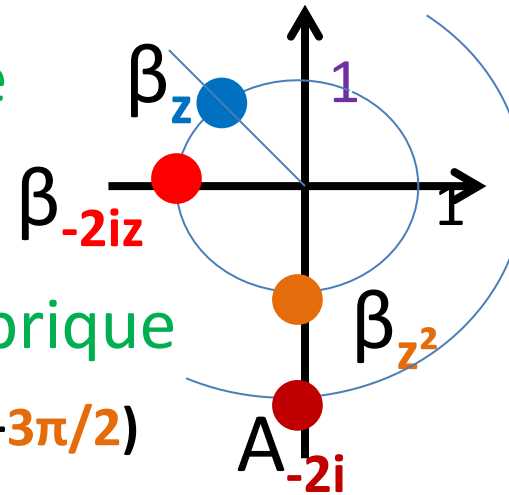
$$= 50 (\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2)$$

$$= 50 (0 + i(-1)) = -50i \quad \text{forme algébrique}$$

$$-2i z^2 = 2 e^{i3\pi/2} \times 50 e^{i3\pi/2} = 100 e^{i(3\pi/2 + 3\pi/2)}$$

$$= 100 e^{i3\pi} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [100 ; 3\pi] \quad \text{forme trigo.}$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$z^2 = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^2 = (5\sqrt{2})^2 (e^{i3\pi/4})^2$$
$$= 25 \times 2 e^{i(3\pi/4) \times 2} = 50 e^{i3\pi/2} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [50 ; 3\pi/2] \quad \text{forme trigonométrique}$$

$$= 50 (\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2)$$

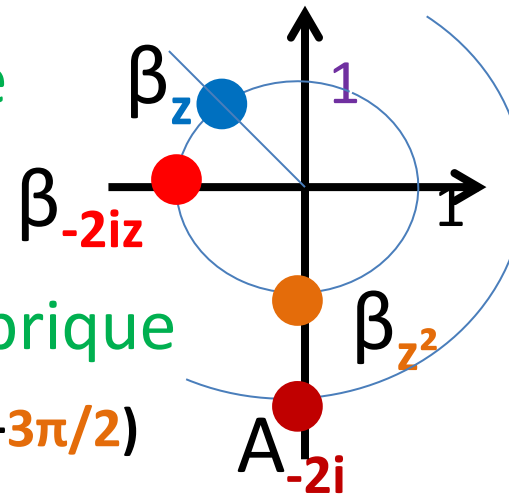
$$= 50 (0 + i(-1)) = -50i \quad \text{forme algébrique}$$

$$-2i z^2 = 2 e^{i3\pi/2} \times 50 e^{i3\pi/2} = 100 e^{i(3\pi/2 + 3\pi/2)}$$

$$= 100 e^{i3\pi} \quad \text{forme exponentielle}$$

$$= [100 ; 3\pi] \quad \text{forme trigo.} \quad \text{forme algébr.}$$

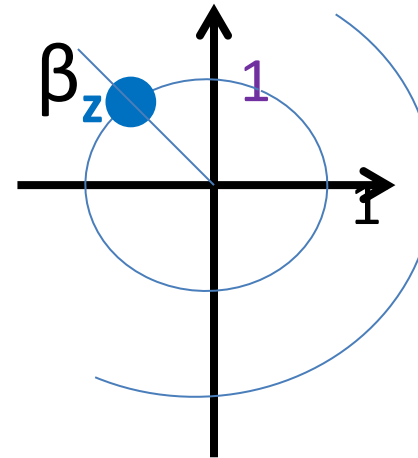
$$= 100 (\cos 3\pi + i \sin 3\pi) = 100 (-1 + i(0)) = -100$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

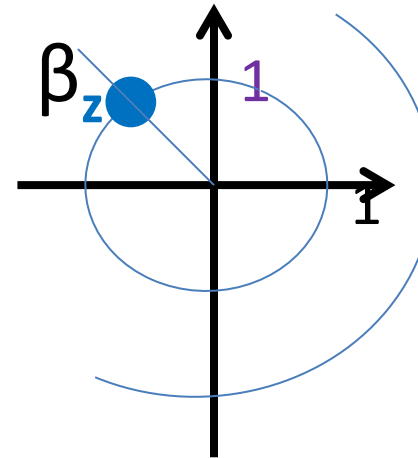
$1/z = z^{-1} = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^{-1}$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

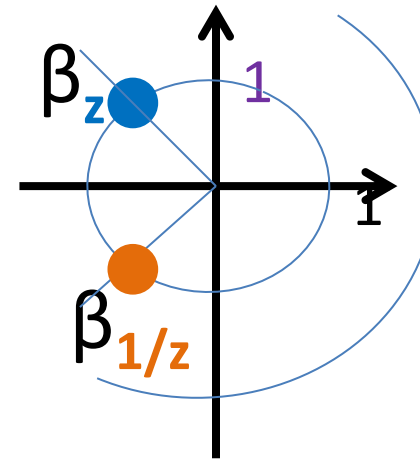
$$1/z = z^{-1} = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^{-1} = (5\sqrt{2})^{-1} (e^{i3\pi/4})^{-1}$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$\begin{aligned} 1/z = z^{-1} &= (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^{-1} = (5\sqrt{2})^{-1} (e^{i3\pi/4})^{-1} \\ &= (1/5\sqrt{2}) e^{i(-3\pi/4)} \text{ forme exponentielle} \end{aligned}$$



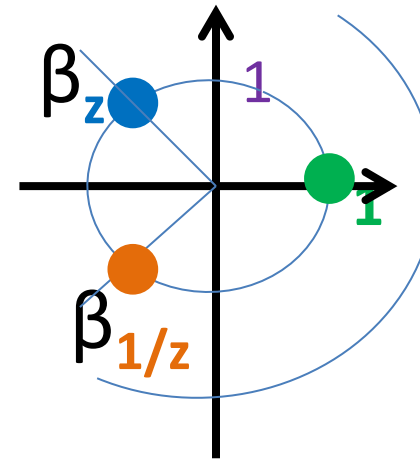
z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$\begin{aligned} 1/z &= z^{-1} = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^{-1} = (5\sqrt{2})^{-1} (e^{i3\pi/4})^{-1} \\ &= (1/5\sqrt{2}) e^{i(-3\pi/4)} \text{ forme exponentielle} \end{aligned}$$

Autre méthode :

$$\begin{aligned} 1/z &= 1 e^{i0} / (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}) \\ &= (1/5\sqrt{2}) e^{i(0 - 3\pi/4)} \end{aligned}$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

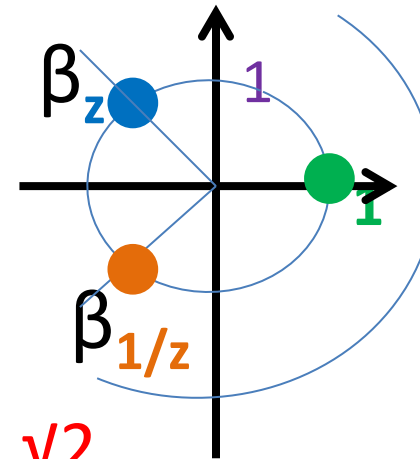
$$\begin{aligned} 1/z &= z^{-1} = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^{-1} = (5\sqrt{2})^{-1} (e^{i3\pi/4})^{-1} \\ &= (1/5\sqrt{2}) e^{i(-3\pi/4)} \text{ forme exponentielle} \end{aligned}$$

Autre méthode :

$$\begin{aligned} 1/z &= 1 e^{i0} / (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}) \\ &= (1/5\sqrt{2}) e^{i(0-3\pi/4)} \end{aligned}$$

$$1/(5\sqrt{2}) = 1 \times 2\sqrt{2} / (5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}/20 = 0,1\sqrt{2}$$

$$1/z = [0,1\sqrt{2} ; -3\pi/4] \quad \text{forme trigonométrique.}$$



z de forme algébrique $z = -5 + 5i$

z de forme exponentielle $z = 5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}$

$$\begin{aligned} 1/z &= z^{-1} = (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4})^{-1} = (5\sqrt{2})^{-1} (e^{i3\pi/4})^{-1} \\ &= (1/5\sqrt{2}) e^{i(-3\pi/4)} \text{ forme exponentielle} \end{aligned}$$

Autre méthode :

$$\begin{aligned} 1/z &= 1 e^{i0} / (5\sqrt{2} e^{i3\pi/4}) \\ &= (1/5\sqrt{2}) e^{i(0-3\pi/4)} \end{aligned}$$

$$1/(5\sqrt{2}) = 1 \times 2\sqrt{2} / (5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}/20 = 0,1\sqrt{2}$$

$$1/z = [0,1\sqrt{2} ; -3\pi/4] \quad \text{forme trigonométrique.}$$

$$1/z = 0,1\sqrt{2} (\cos -3\pi/4 + i \sin -3\pi/4)$$

$$= 0,1\sqrt{2} (-\sqrt{2}/2 + i(-\sqrt{2}/2)) = -0,1 - 0,1j \quad \text{forme algèbr.}$$

