Exercice 18 :

On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ? Quelle serait la courbe la plus facile à tracer ?

2°) Tracez la courbe de la fonction g définie par $g(x) = \log (f(x))$, échelle 1 cm par unité en x, 2 cm par unité en y.

3°) Quelle est la fonction permettant de connaître $f(x)$ à partir de $g(x)$?

4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les $f(x)$, déterminez les extremums, et placez les valeurs numériques correspondant à des $g(x)$ entiers. A quelle distance de la valeur 10 est placé sur son axe le $f(x)$ de valeur 20 ?

A quelle distance de la valeur 100 est placé sur son axe le $f(x)$ de valeur 200 ? Que remarquez-vous ? Démontrez ce phénomène

5°) Complétez le tableau puis tracez les graduations :

Distances sur l’axe entre les valeurs des f(x) :

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

≈ *mm*

100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

≈ *mm*

6°) Déterminez graphiquement f(8). Vérifiez par le calcul.

7°) Construisez les courbes dont on donne les équations en utilisant le principe des papier-log et papier-log-log :

$y = 100\ (10^x)$ $\qquad$ $y = \log(x) + 2$ $\qquad$ $y = 100\ (x^{0,8})$

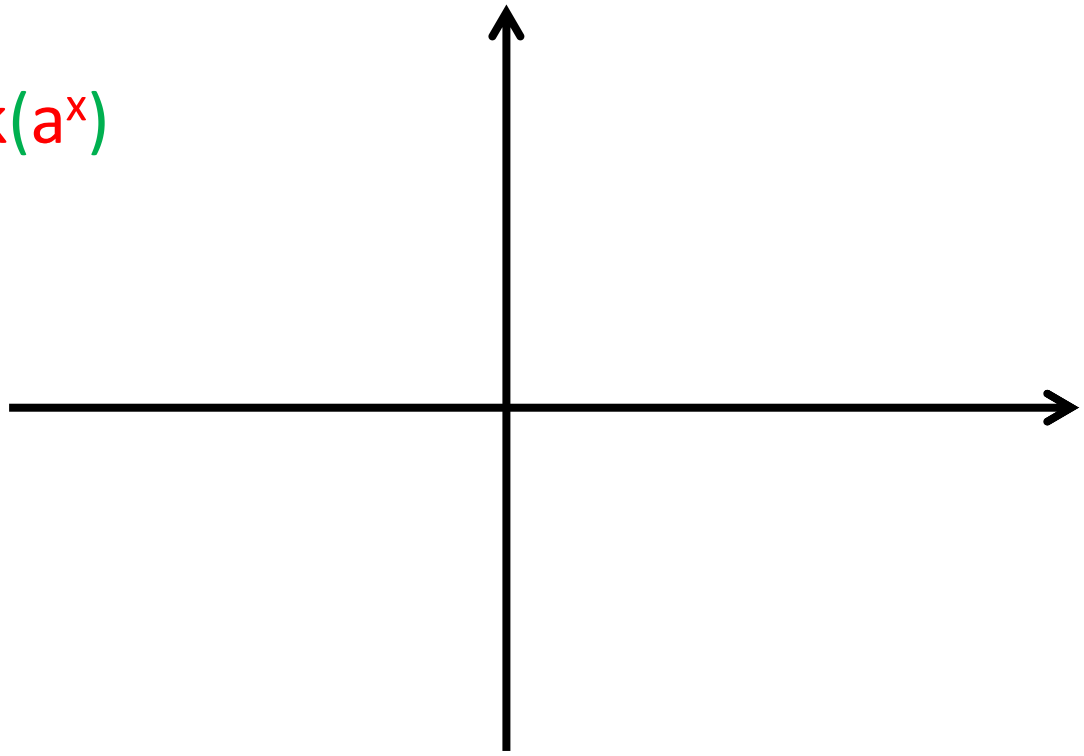
Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ?

Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ?

f est une fonction de type exponentielle $k(a^x)$



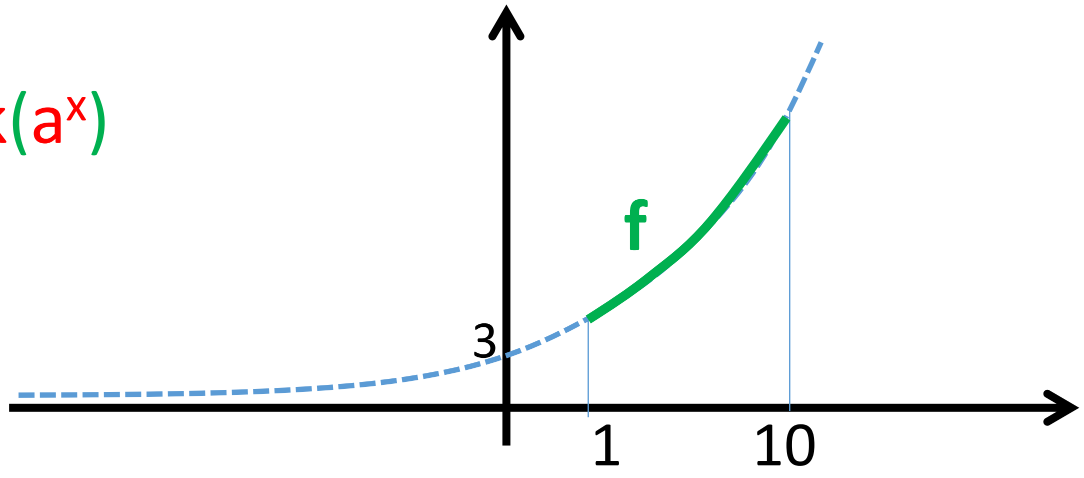
Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ?

f est une fonction de type exponentielle $k(a^x)$

$2 > 1 \Rightarrow 2^x$ est str. croissante

$3 > 0 \Rightarrow$ f est str. croissante



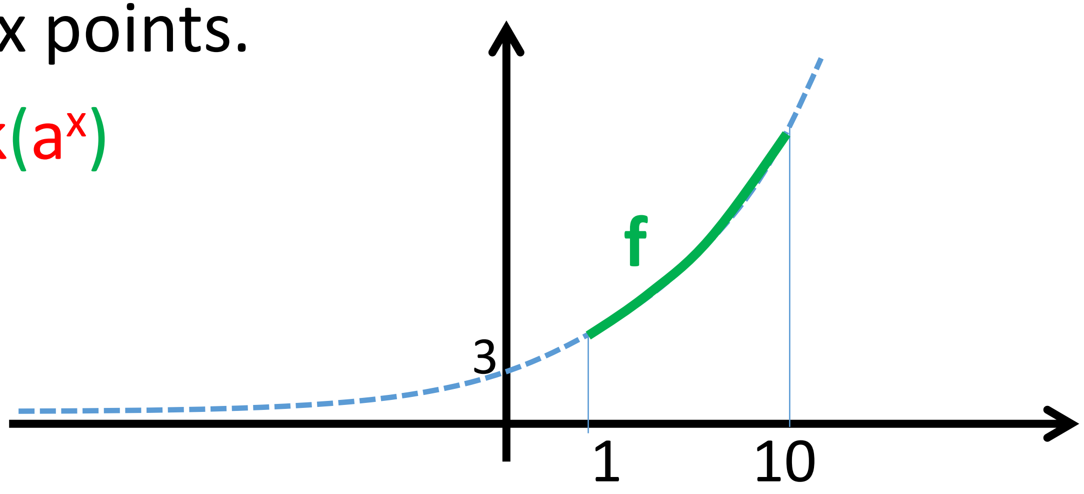
Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ? Quelle serait la courbe la plus facile à tracer ? Une *droite* ne nécessite que deux points.

f est une fonction de type exponentielle $k(a^x)$

2 > 1 ⇒ 2^x est str. croissante

3 > 0 ⇒ f est str. croissante



2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log (f(x))$

Tracez sa courbe.

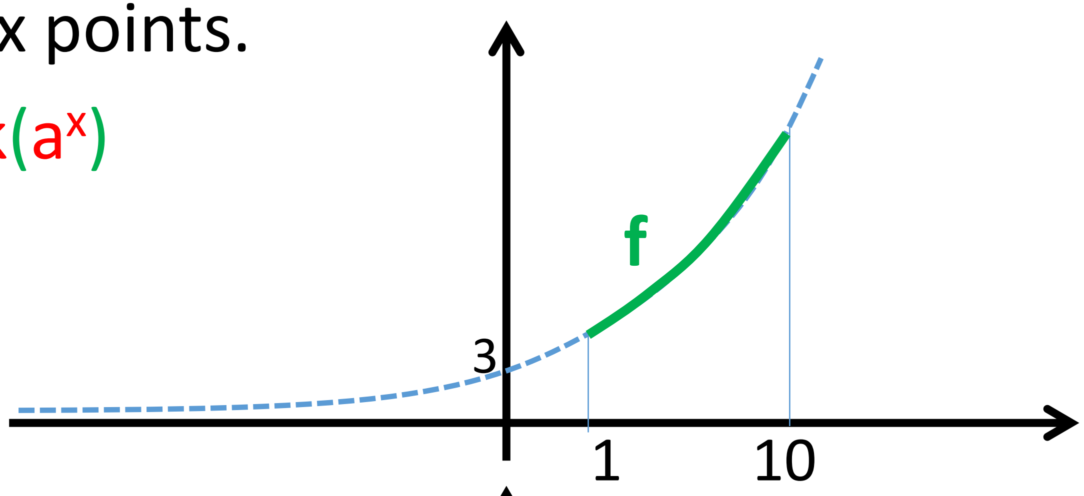
Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ? Quelle serait la courbe la plus facile à tracer ? Une *droite* ne nécessite que deux points.

f est une fonction de type exponentielle $k(a^x)$

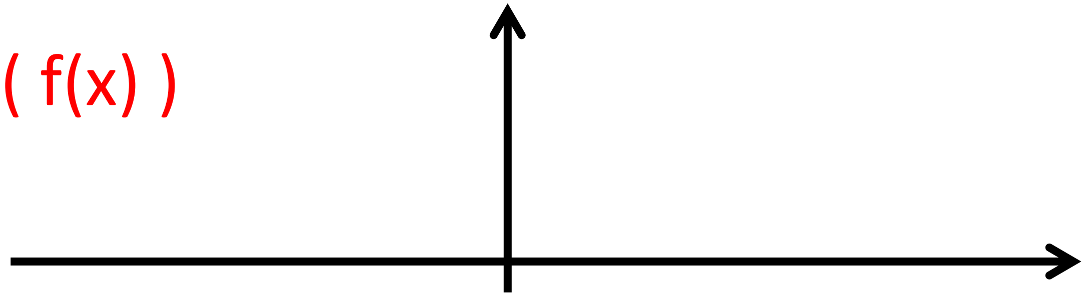
$2 > 1 \Rightarrow 2^x$ est str. croissante

$3 > 0 \Rightarrow$ f est str. croissante



2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log (f(x))$

Tracez sa courbe.



$g(x) = \log (f(x)) = \log (3 \times 2^x) = \ldots$

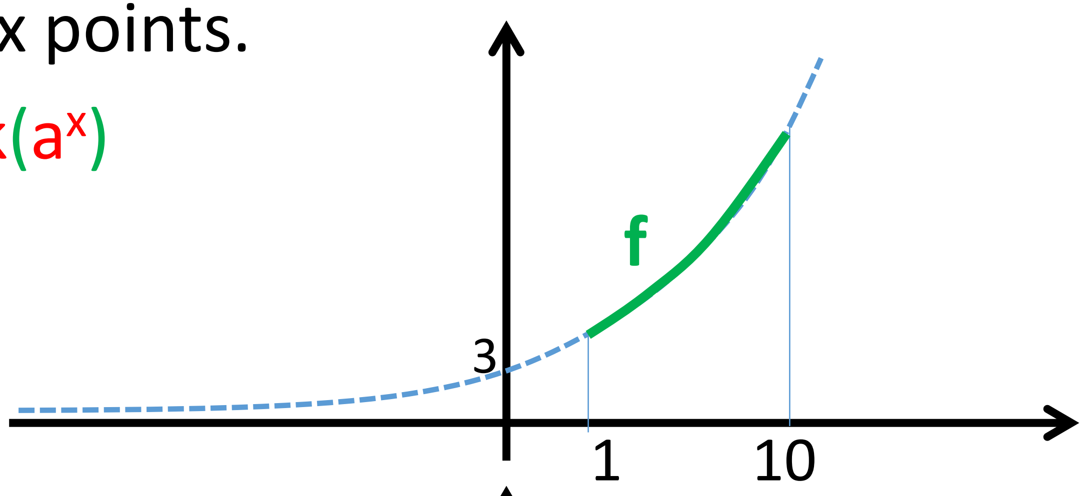
Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ? Quelle serait la courbe la plus facile à tracer ? Une *droite* ne nécessite que deux points.

f est une fonction de type exponentielle $k(a^x)$

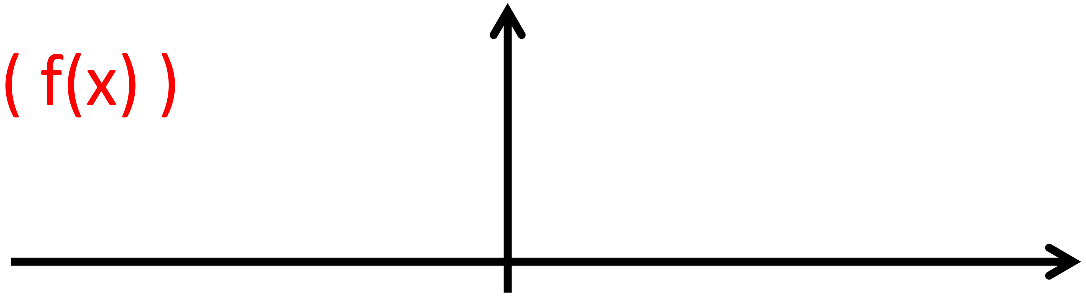
$2 > 1 \Rightarrow$ 2^x est str. croissante

$3 > 0 \Rightarrow$ f est str. croissante



2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log(\, f(x)\,)$

Tracez sa courbe.



$g(x) = \log(\, f(x)\,) = \log(\, 3 \times 2^x\,) = \log(3) + \log(2^x) = \ldots$

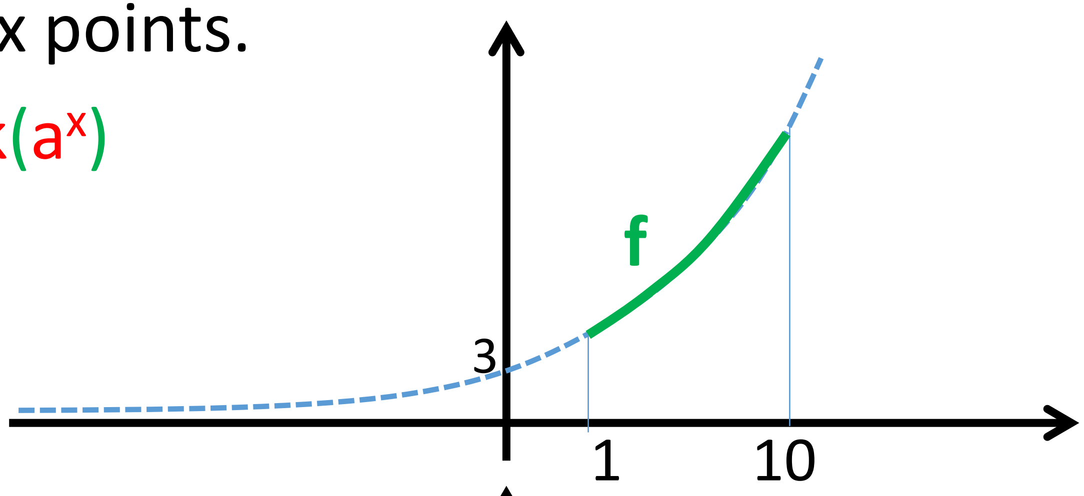
Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ? Quelle serait la courbe la plus facile à tracer ? Une *droite* ne nécessite que deux points.

f est une fonction de type exponentielle $k(a^x)$

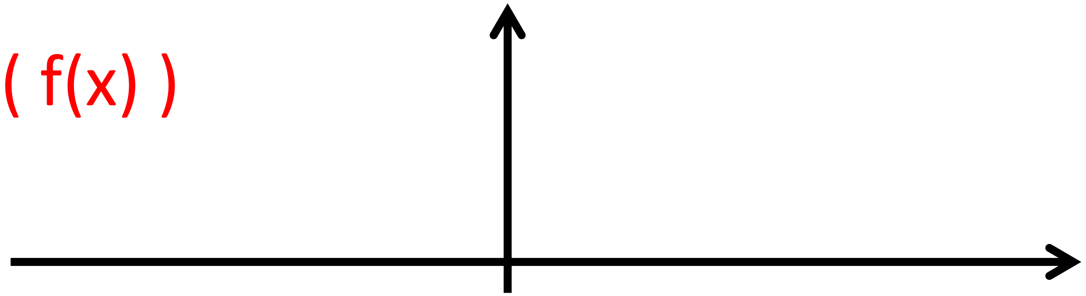
$2 > 1$ ⇒ 2^x est str. croissante

$3 > 0$ ⇒ f est str. croissante



2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log (f(x))$

Tracez sa courbe.



$g(x) = \log (f(x)) = \log (3{\times}2^x) = \log(3) + \log(2^x) = \log(3) + x \log(2)$

⇒ g est une fonction … ⇒ sa courbe est …

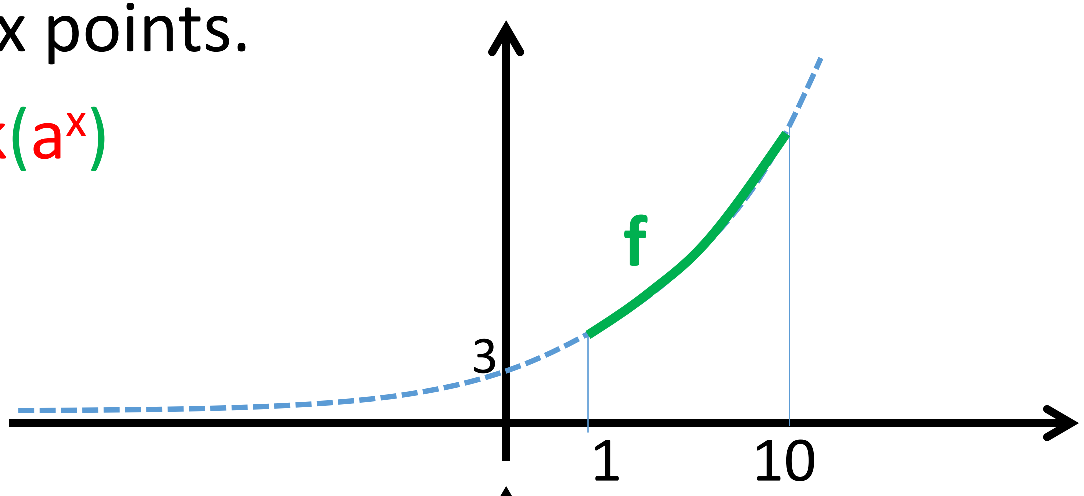
Exercice 18 : On doit tracer à la main la courbe de la fonction définie sur [1 ; 10] par $f(x) = 3(2^x)$

1°) Quelle est la forme de sa courbe ? Quelle serait la courbe la plus facile à tracer ? Une *droite* ne nécessite que deux points.

f est une fonction de type exponentielle $k(a^x)$

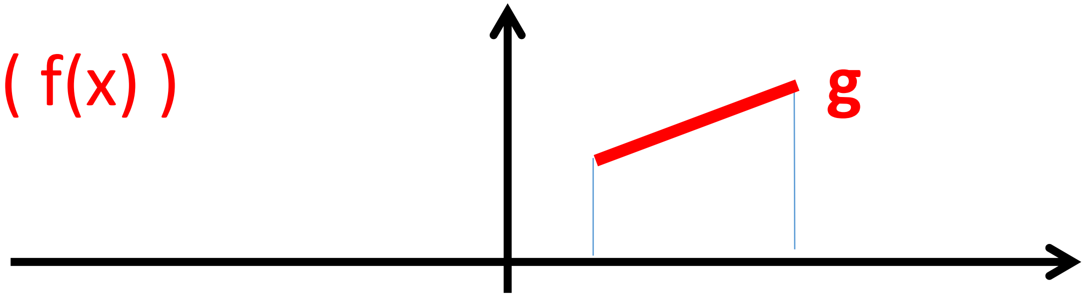
2 > 1 ⇒ 2^x est str. croissante

3 > 0 ⇒ f est str. croissante



2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log (f(x))$

Tracez sa courbe.



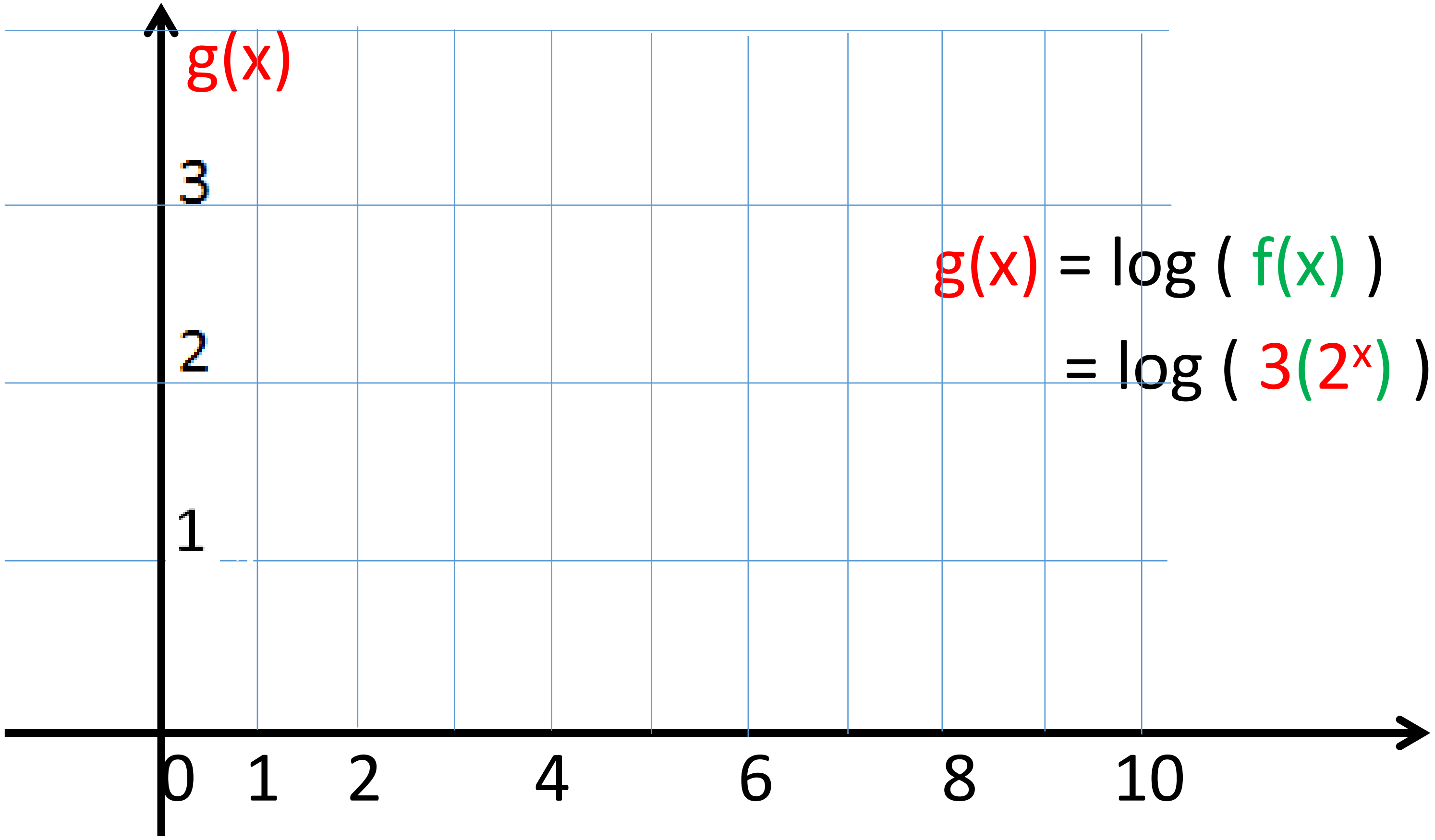
$g(x) = \log (f(x)) = \log (3 \times 2^x) = \log(3) + \log(2^x) = \log(3) + x \log(2) = ax + b$

⇒ g est une fonction *affine* ⇒ sa courbe est une **droite**

2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log(f(x))$ Tracez sa courbe.

$g(x) = \log(f(x)) = \log(3 \times 2^x) = \log(3) + \log(2^x) = \log(3) + x\log(2) = ax + b$

$\Rightarrow$ g est une fonction *affine* $\Rightarrow$ sa courbe est une **droite**



$g(x) = \log(f(x))$

$= \log(3(2^x))$

2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log(\,f(x)\,)$ Tracez sa courbe.

$$g(x) = \log(\,f(x)\,) = \log(\,3 \times 2^x\,) = \log(3) + \log(2^x) = \log(3) + x\log(2) = ax + b$$

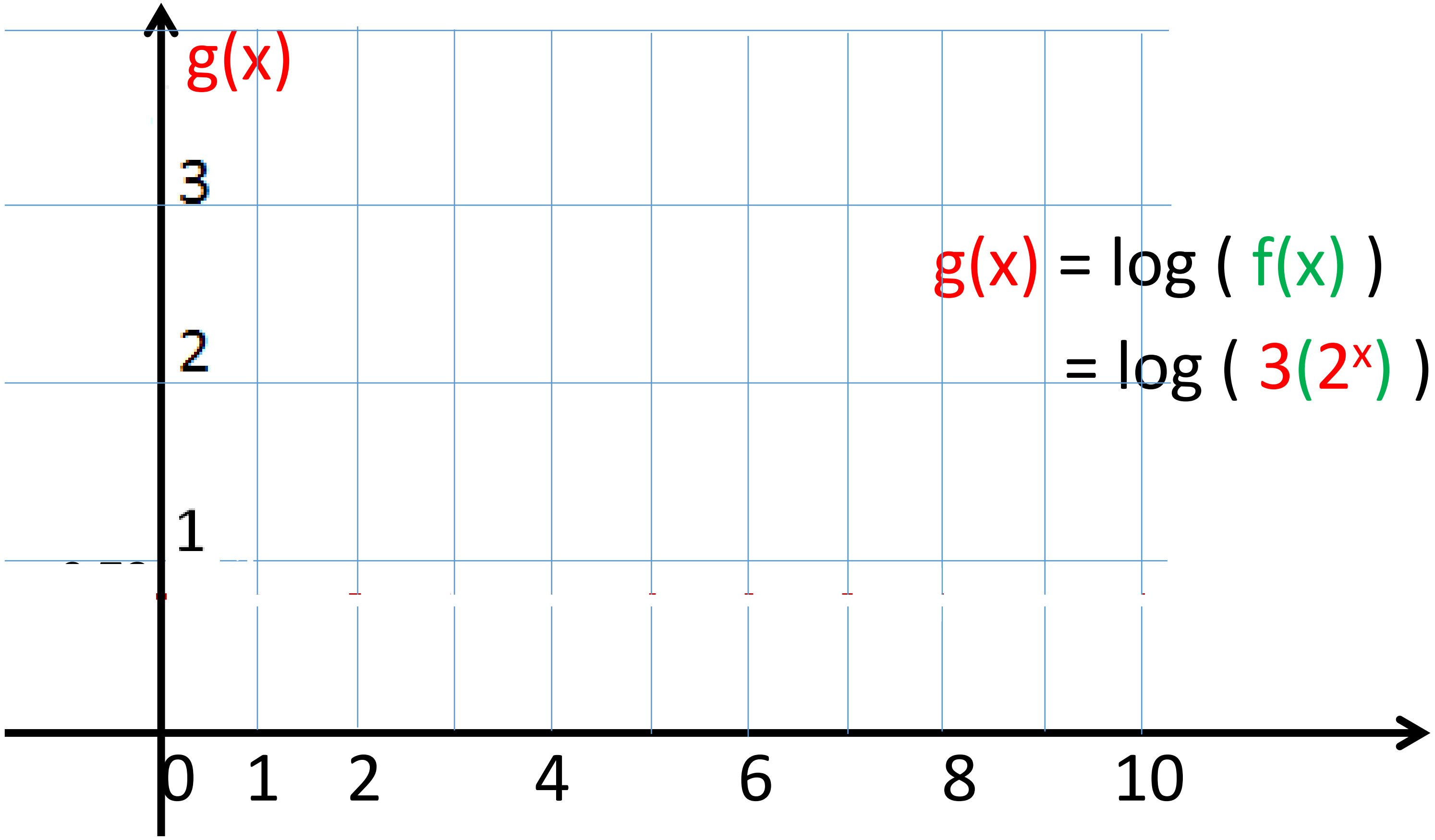
⇒ g est une fonction *affine* ⇒ sa courbe est une **droite**

$g(10) = \log(\,3(2^{10})\,)$

$\approx \ldots$

$g(1) = \log(\,3(2^{1})\,)$

$\approx \ldots$



$g(x) = \log(\,f(x)\,)$

$= \log(\,3(2^x)\,)$

2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log(f(x))$ Tracez sa courbe.

$g(x) = \log(f(x)) = \log(3 \times 2^x) = \log(3) + \log(2^x) = \log(3) + x\log(2) = ax + b$

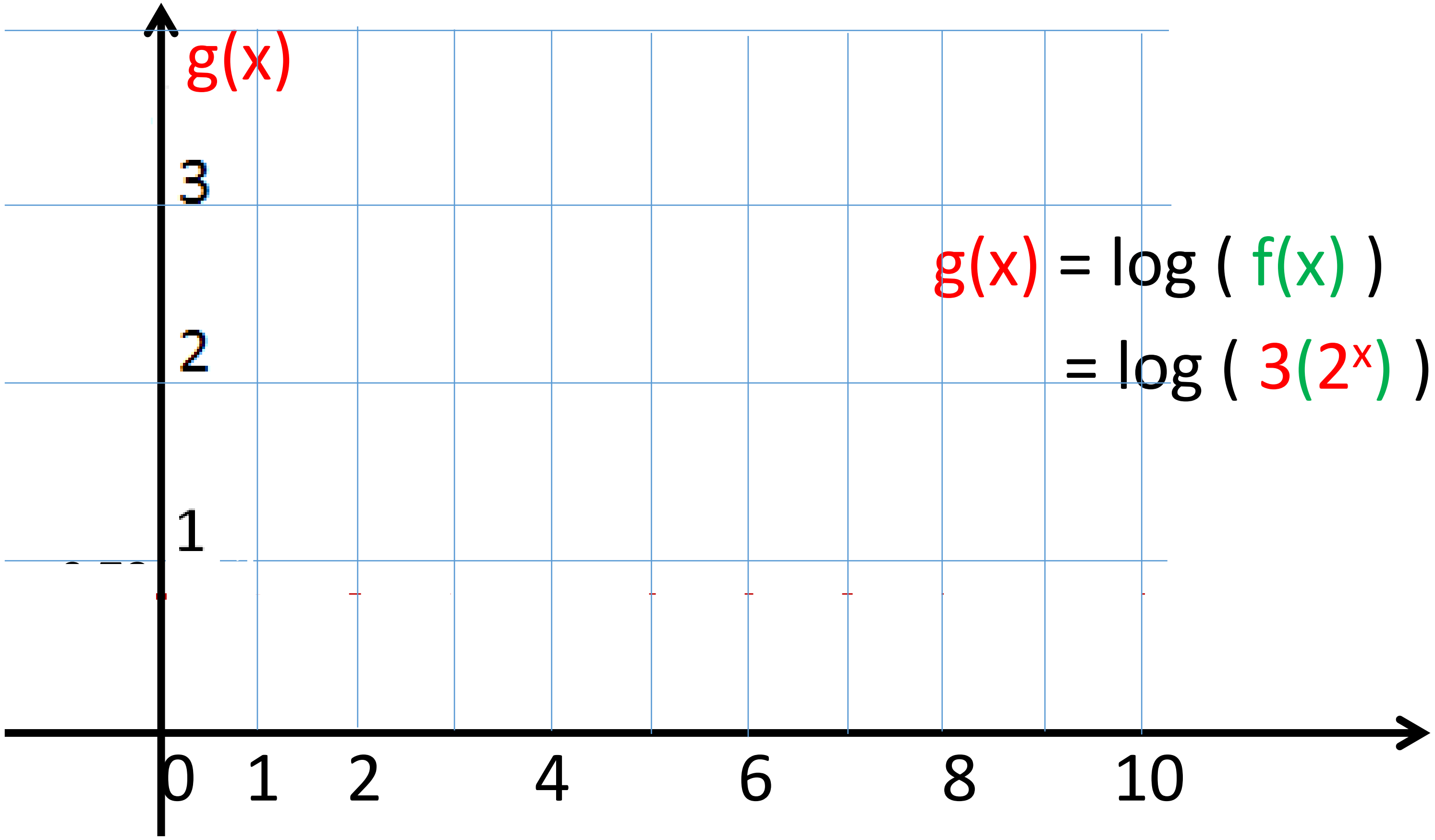
➡ g est une fonction *affine* ➡ sa courbe est une **droite**

$g(10) = \log(3(2^{10}))$

$\approx 3{,}48$

$g(1) = \log(3(2^1))$

$\approx 0{,}78$



$g(x) = \log(f(x))$

$= \log(3(2^x))$

2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log(f(x))$ Tracez sa courbe.

$g(x) = \log(f(x)) = \log(3 \times 2^x) = \log(3) + \log(2^x) = \log(3) + x\log(2) = ax + b$

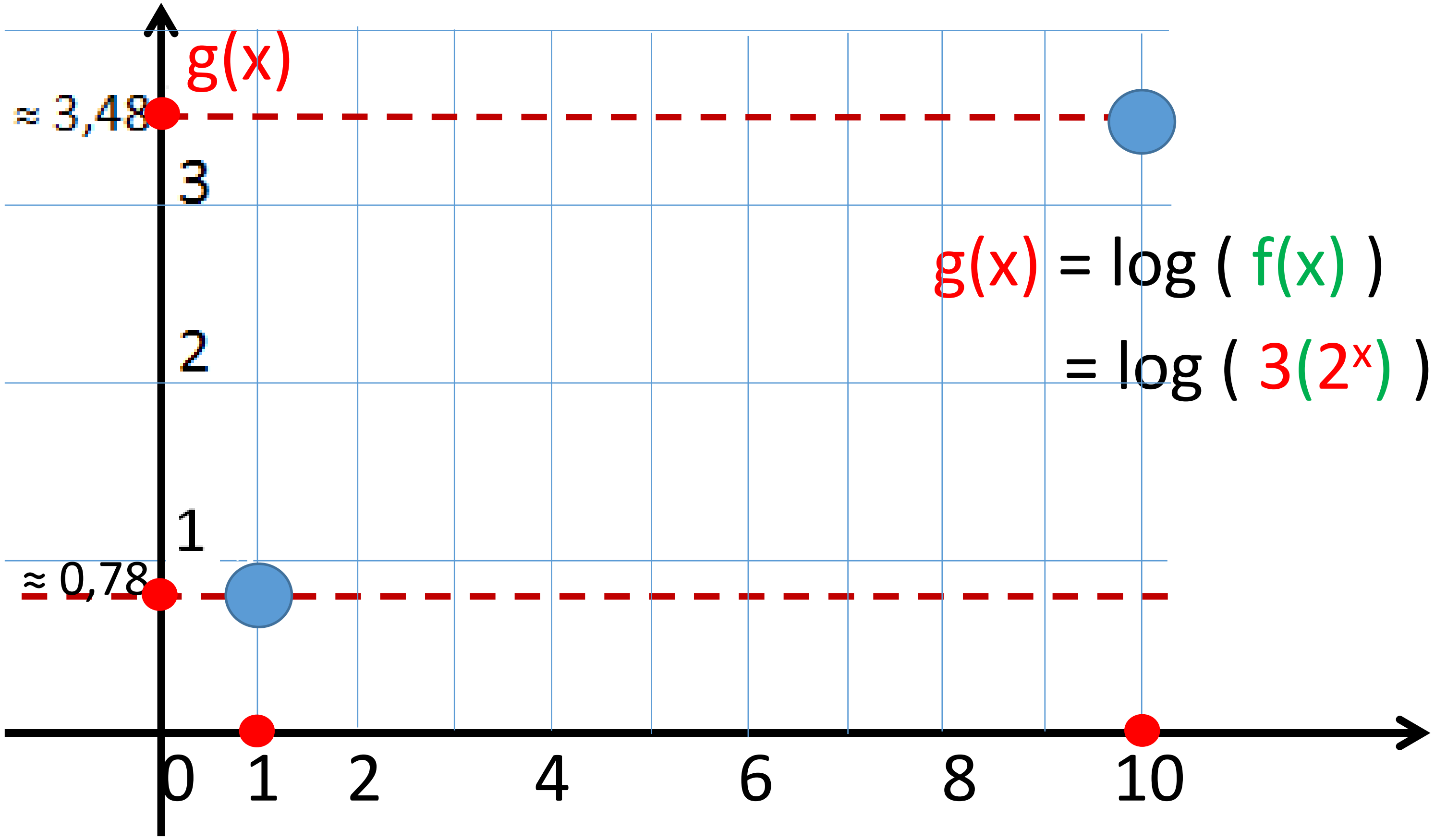
➡ g est une fonction *affine* ➡ sa courbe est une **droite**

$g(10) = \log(3(2^{10}))$

$\approx 3{,}48$

$g(1) = \log(3(2^1))$

$\approx 0{,}78$



$g(x) = \log(f(x))$

$= \log(3(2^x))$

2°) Soit la fonction g définie par $g(x) = \log(f(x))$ Tracez sa courbe.

$g(x) = \log(f(x)) = \log(3 \times 2^x) = \log(3) + \log(2^x) = \log(3) + x\log(2) = ax + b$

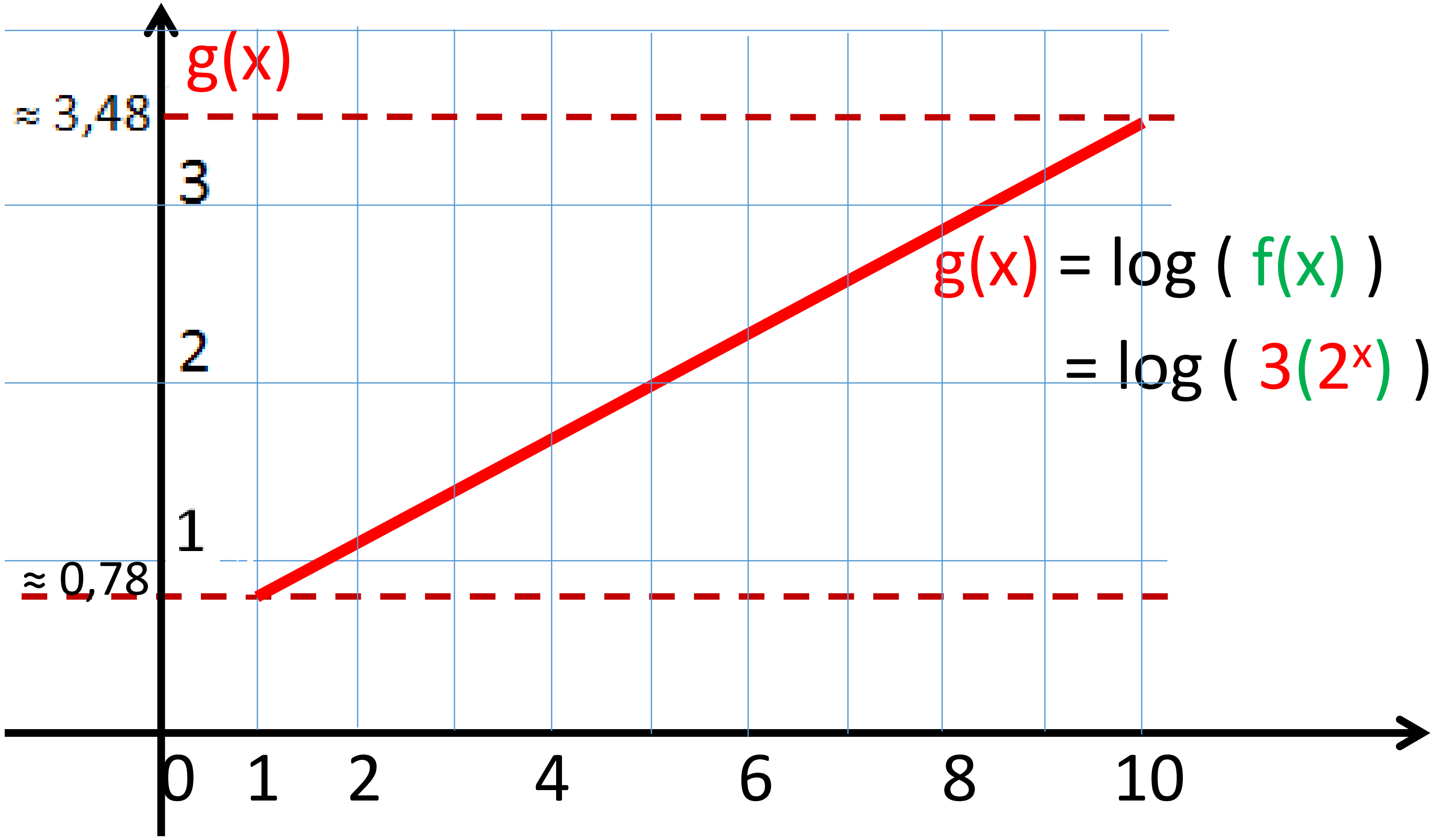
⇒ g est une fonction *affine* ⇒ sa courbe est une **droite**

$g(10) = \log(3(2^{10}))$

$\approx 3{,}48$

$g(1) = \log(3(2^1))$

$\approx 0{,}78$



3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

…

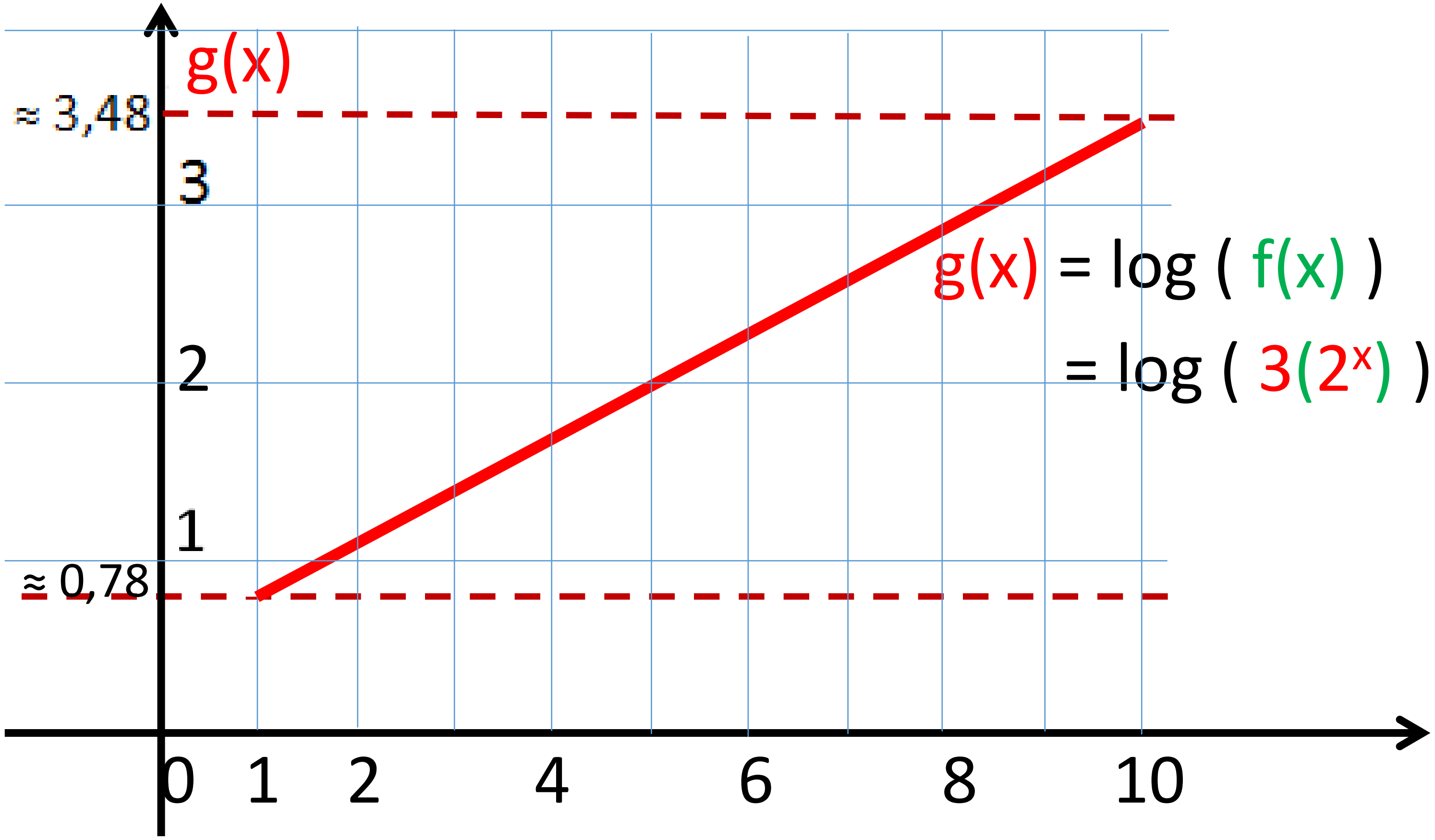
3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

$g(x) = \log (f(x)) \Longleftrightarrow f(x) = 10^{g(x)} \Longrightarrow$ c'est la fonction 10^x

3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

$g(x) = \log(f(x)) \Leftrightarrow f(x) = 10^{g(x)} \Rightarrow$ c'est la fonction 10^x

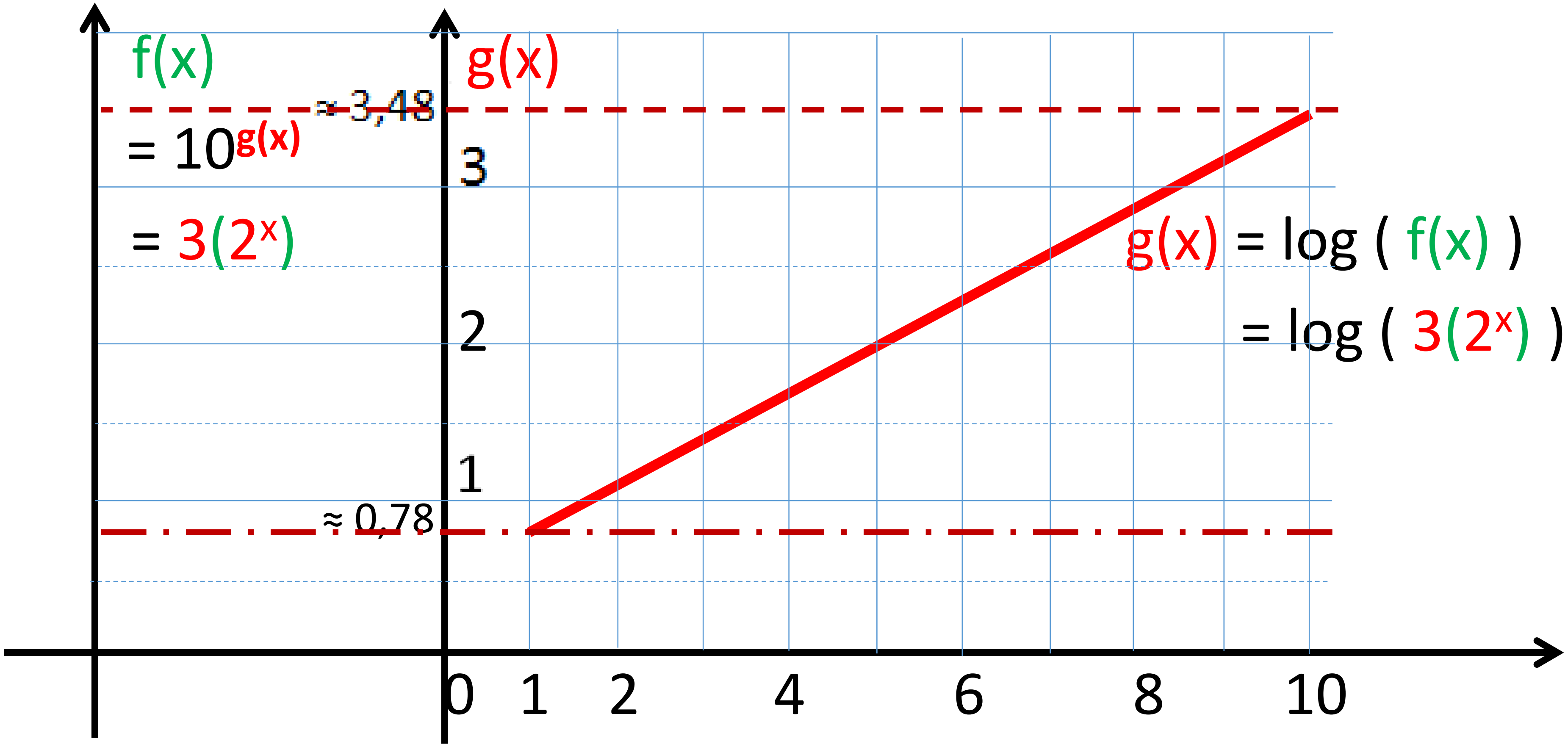
4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les f(x)



3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

$g(x) = \log (f(x))$ ⟺ $f(x) = 10^{g(x)}$ ⟹ c'est la fonction 10^x

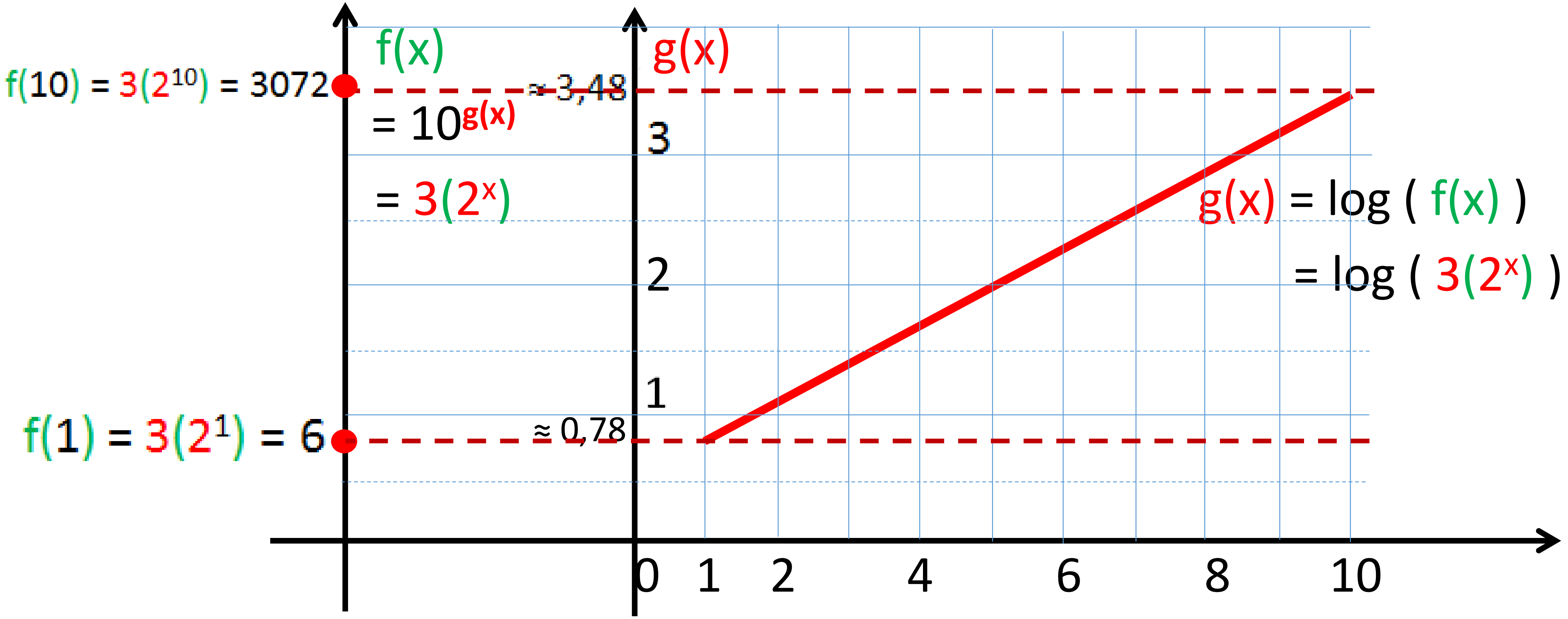
4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les f(x)



3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

$g(x) = \log(f(x)) \Leftrightarrow f(x) = 10^{g(x)} \Rightarrow$ c'est la fonction 10^x

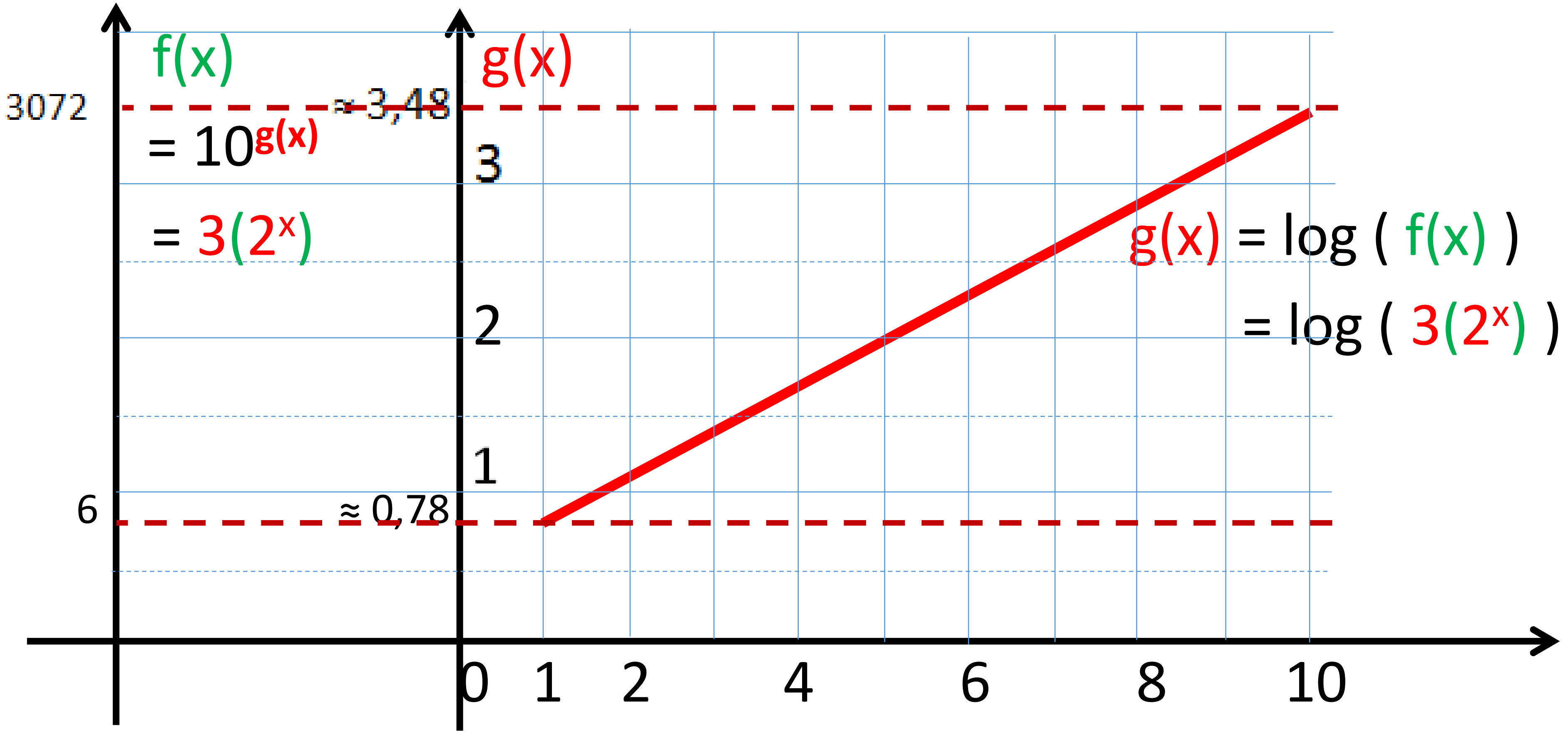
4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les f(x) ,
déterminez les extremums,



3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

$g(x) = \log(f(x)) \Leftrightarrow f(x) = 10^{g(x)} \Rightarrow$ c'est la fonction 10^x

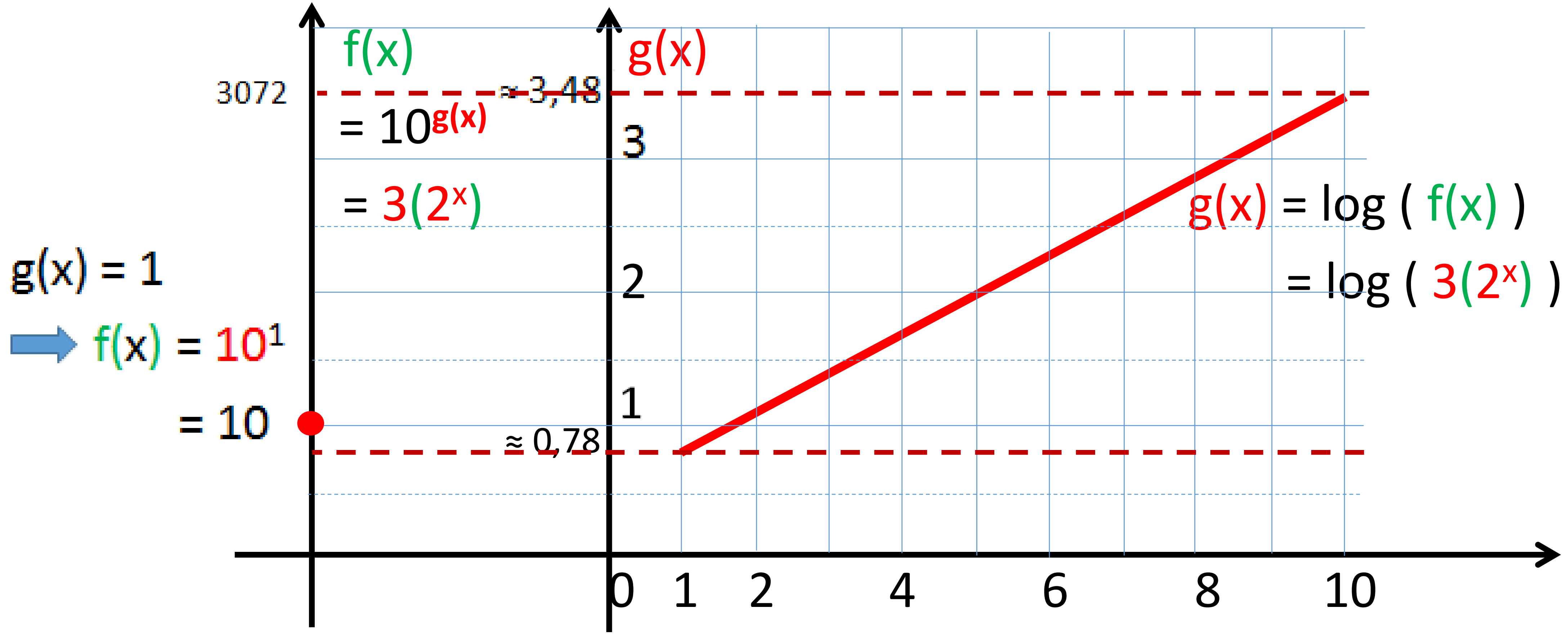
4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les f(x) , et placez les valeurs numériques correspondant à des g(x) entiers.



3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

g(x) = log (f(x)) ⟺ f(x) = $10^{g(x)}$ ⟹ c'est la fonction 10^x

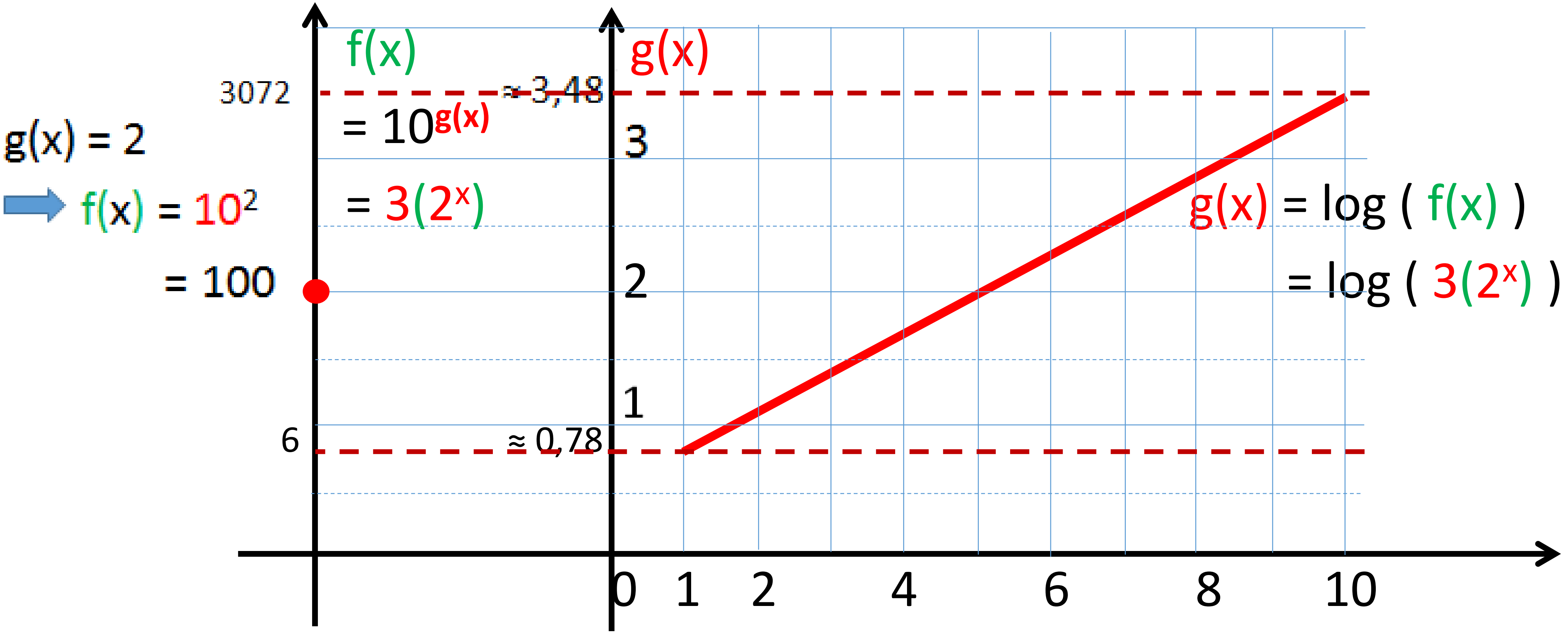
4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les f(x) , et placez les valeurs numériques correspondant à des g(x) entiers.



3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

g(x) = log (f(x)) ⟺ f(x) = $10^{g(x)}$ ⟹ c'est la fonction 10^x

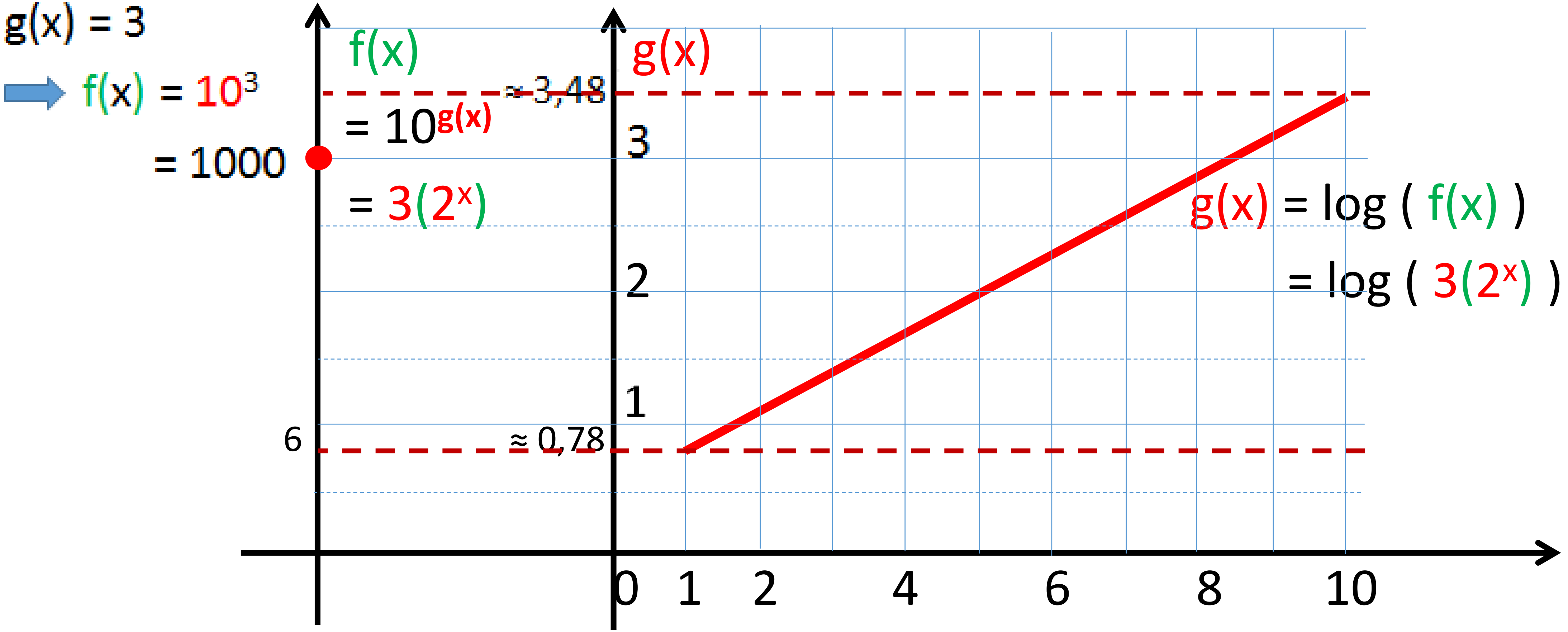
4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les f(x) , et placez les valeurs numériques correspondant à des g(x) entiers.



3°) Quelle est la fonction permettant de connaître f(x) à partir de g(x) ?

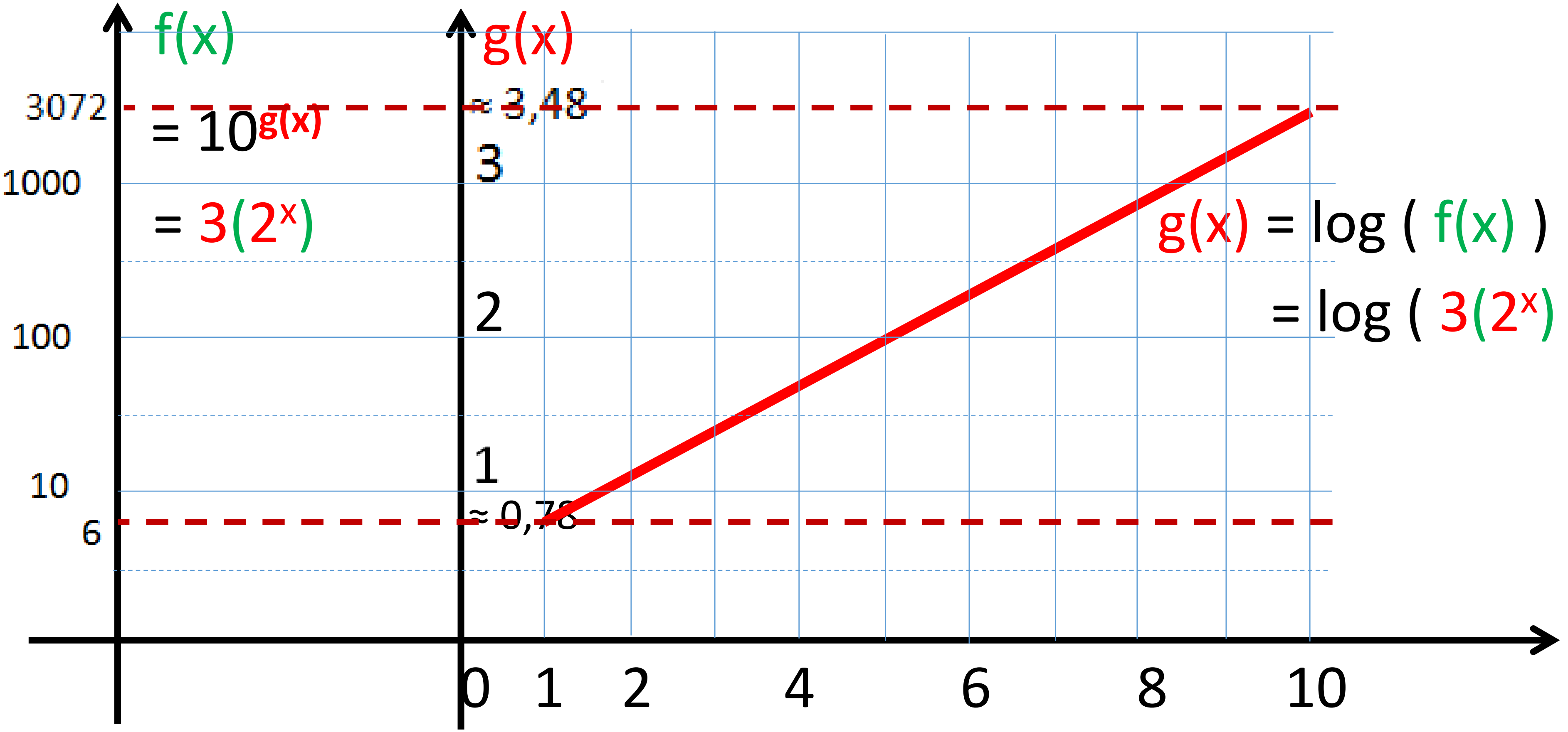
$g(x) = \log(f(x)) \Leftrightarrow f(x) = 10^{g(x)} \Rightarrow$ c'est la fonction 10^x

4°) Sur le tracé précédent, ajoutez un axe pour les f(x) , et placez les valeurs numériques correspondant à des g(x) entiers.



4°) A quelle distance de la valeur 10 est placé sur son axe le f(x) de valeur 20 ?

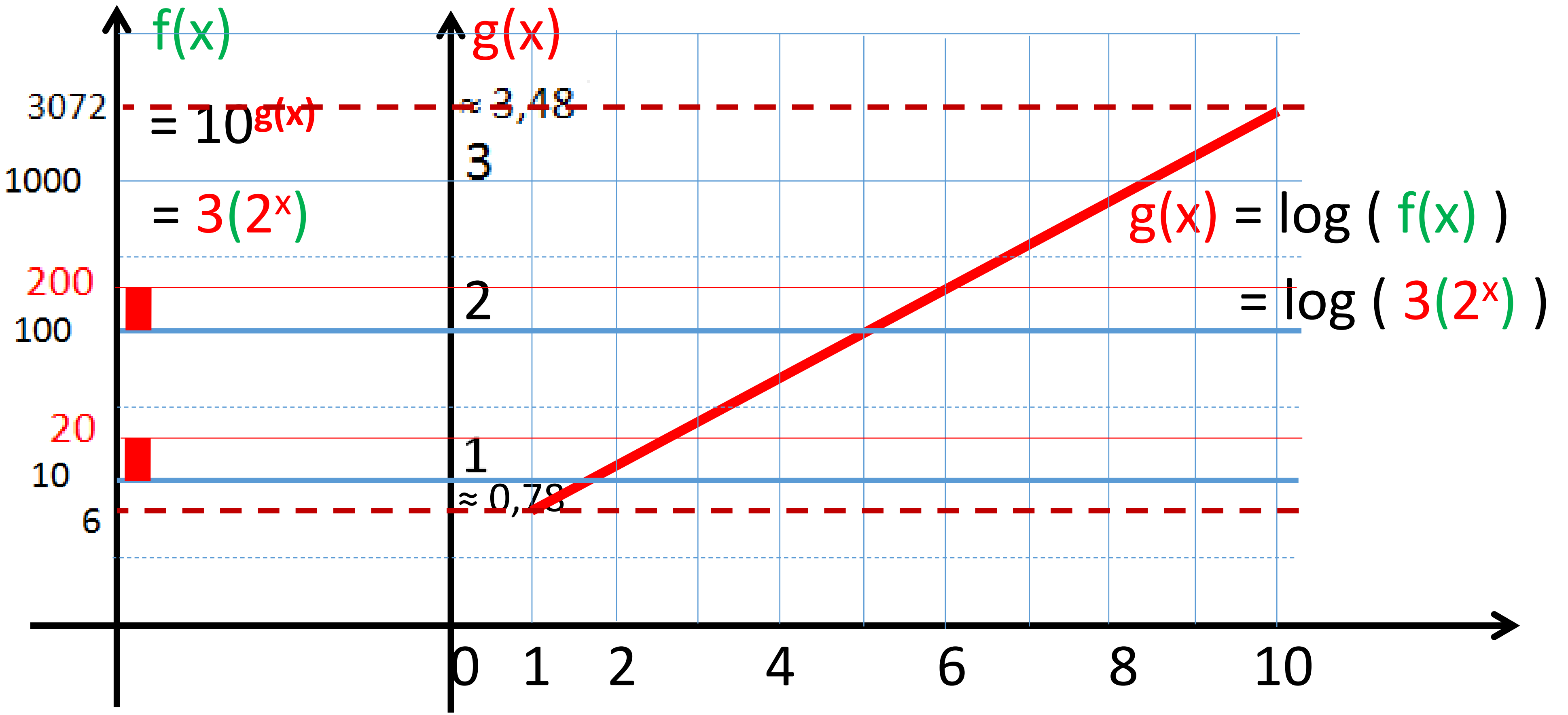
A quelle distance de la valeur 100 est placé sur son axe le f(x) de valeur 200 ? Que remarquez-vous ? Démontrez ce phénomène.



$\Delta g(x) = \log(20) - \log(10) = \ldots$

échelle 20mm/unité → ... mm

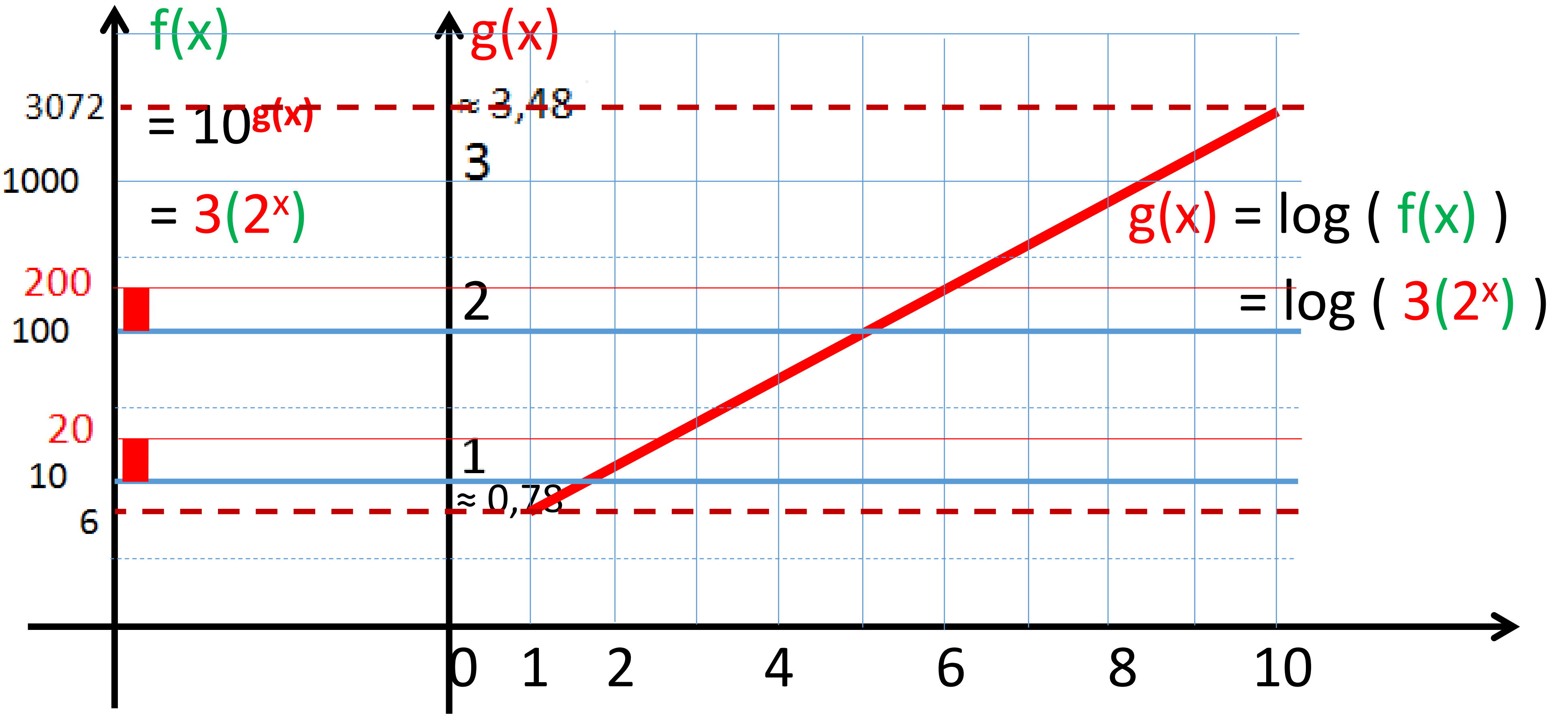
$\Delta g(x) = \log(200) - \log(100) = \ldots$ → ... mm



$\Delta g(x) = \log(20) - \log(10) = \log(20/10) \approx 0{,}301$

échelle 20mm/unité → 6,0 mm

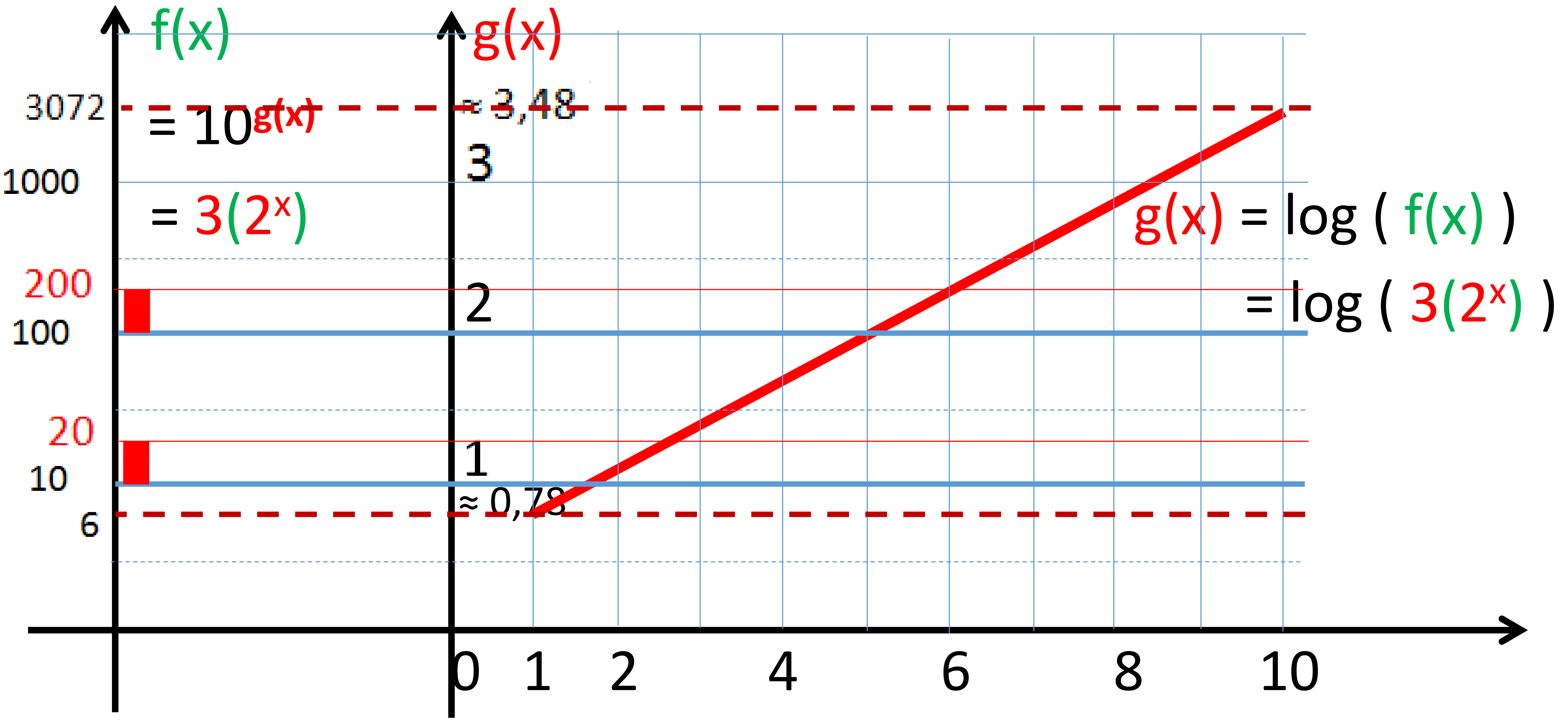
$\Delta g(x) = \log(200) - \log(100) = \log(200/100) \approx 0{,}301$ → 6,0 mm



$\Delta g(x) = \log(20) - \log(10) = \log(20/10) \approx 0{,}301$

échelle 20mm/unité → 6,0 mm

$\Delta g(x) = \log(200) - \log(100) = \log(200/100) \approx 0{,}301$ → 6,0 mm



$\log(20) - \log(10) = \log(20/10) = \log(2) = \log(200/100) = \log(200) - \log(100)$

5°) Complétez le tableau puis tracez les graduations :

Distances sur l'axe entre les valeurs des f(x) :

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
										≈ *mm*
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
										≈ *mm*

6°) Déterminez graphiquement f(8). Vérifiez par le calcul.

7°) Construisez les courbes dont on donne les équations en utilisant le principe des papier-log et papier-log-log :

$y = 100\ (10^x)$ $\qquad$ $y = \log(x) + 2$ $\qquad$ $y = 100\ (x^{0,8})$

5°) Complétez le tableau puis tracez les graduations :

Distances sur l'axe entre les valeurs des f(x) :

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
	6,0	3,5								≈ *mm*

100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
	6,0	3,5								≈ *mm*

Même méthode :

$\Delta g(x) = \log(30) - \log(20) = \log(30/20) \approx 0{,}176$ ➡ 3,5 mm

échelle 20mm/unité

5°) Complétez le tableau puis tracez les graduations :

Distances sur l'axe entre les valeurs des f(x) :

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
6,0	3,5	2,5	1,9	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9		≈ *mm*

100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
6,0	3,5	2,5	1,9	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9		≈ *mm*

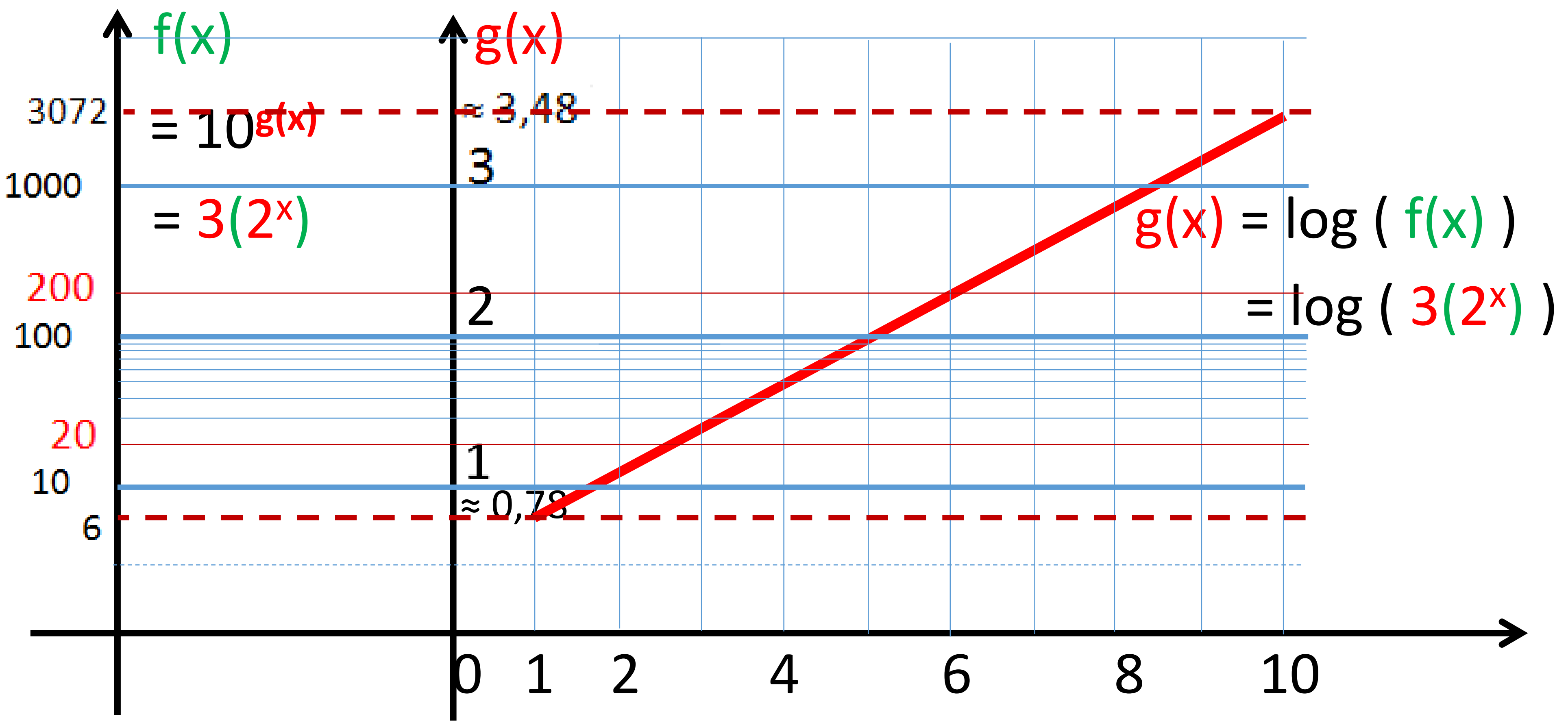
Même méthode :

$\Delta g(x) = \log(30) - \log(20) = \log(30/20) \approx 0{,}176$ ⇒ 3,5 mm

échelle 20mm/unité

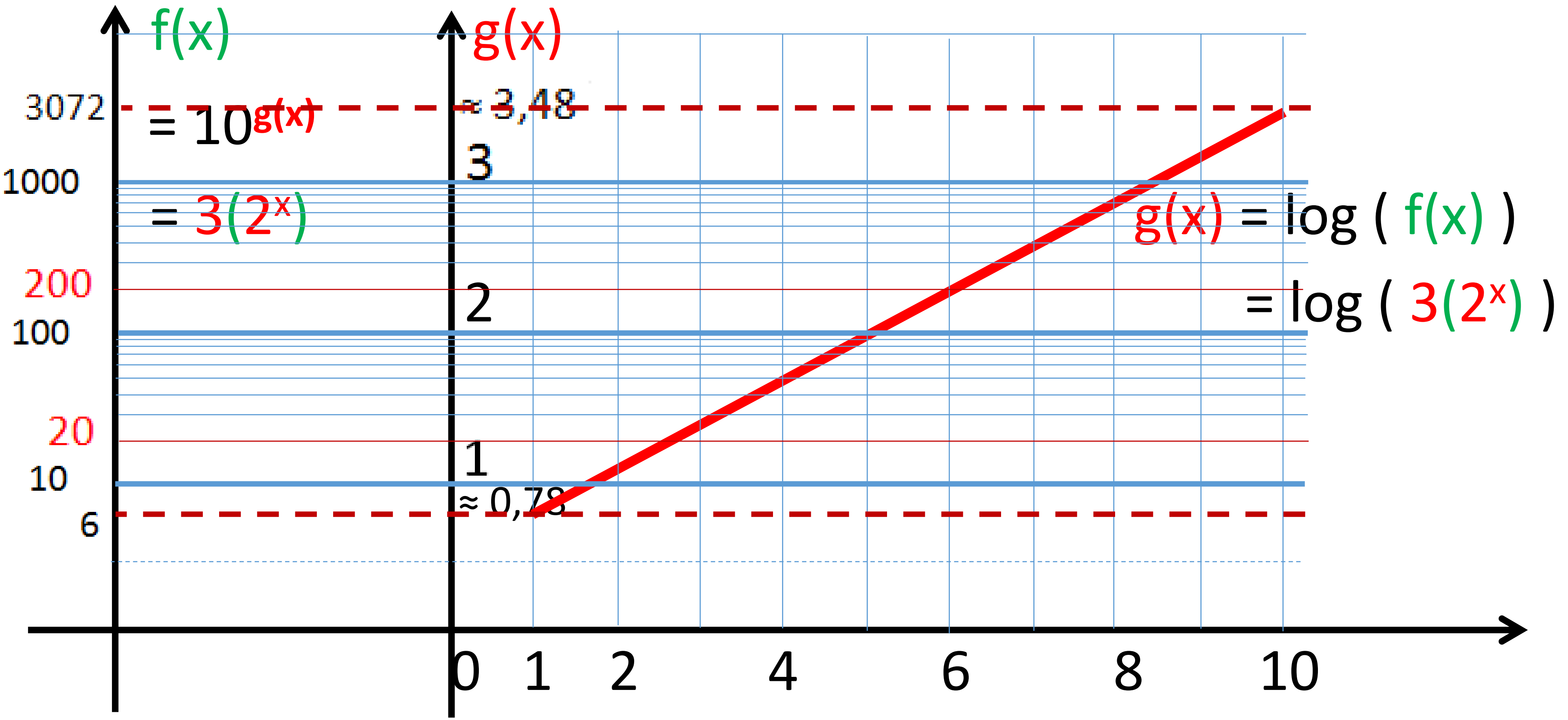
Distances sur l'axe entre les valeurs des f(x) :

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
	6,0	3,5	2,5	1,9	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	≈ mm

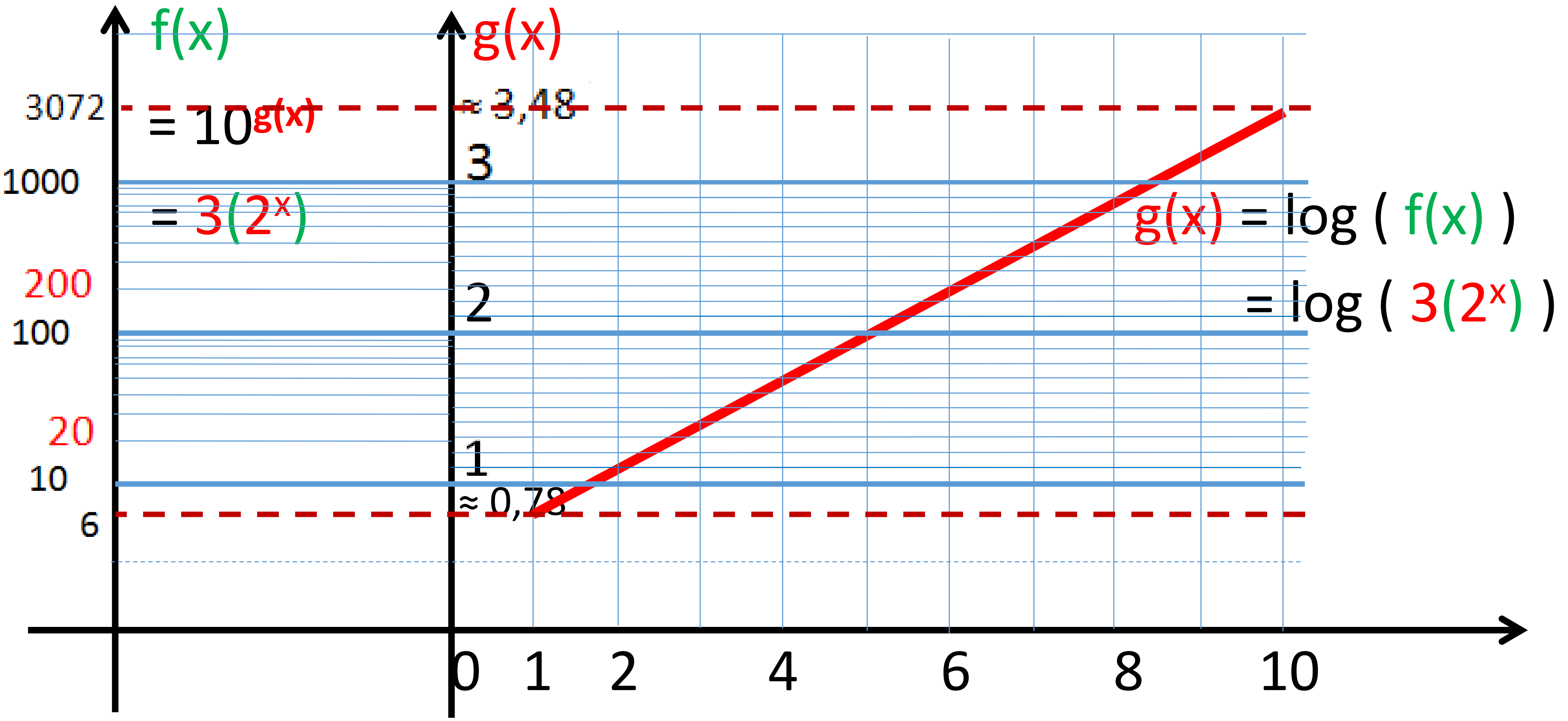


Distances sur l'axe entre les valeurs des f(x) :

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
	6,0	3,5	2,5	1,9	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	≈ *mm*
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
	6,0	3,5	2,5	1,9	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	≈ *mm*



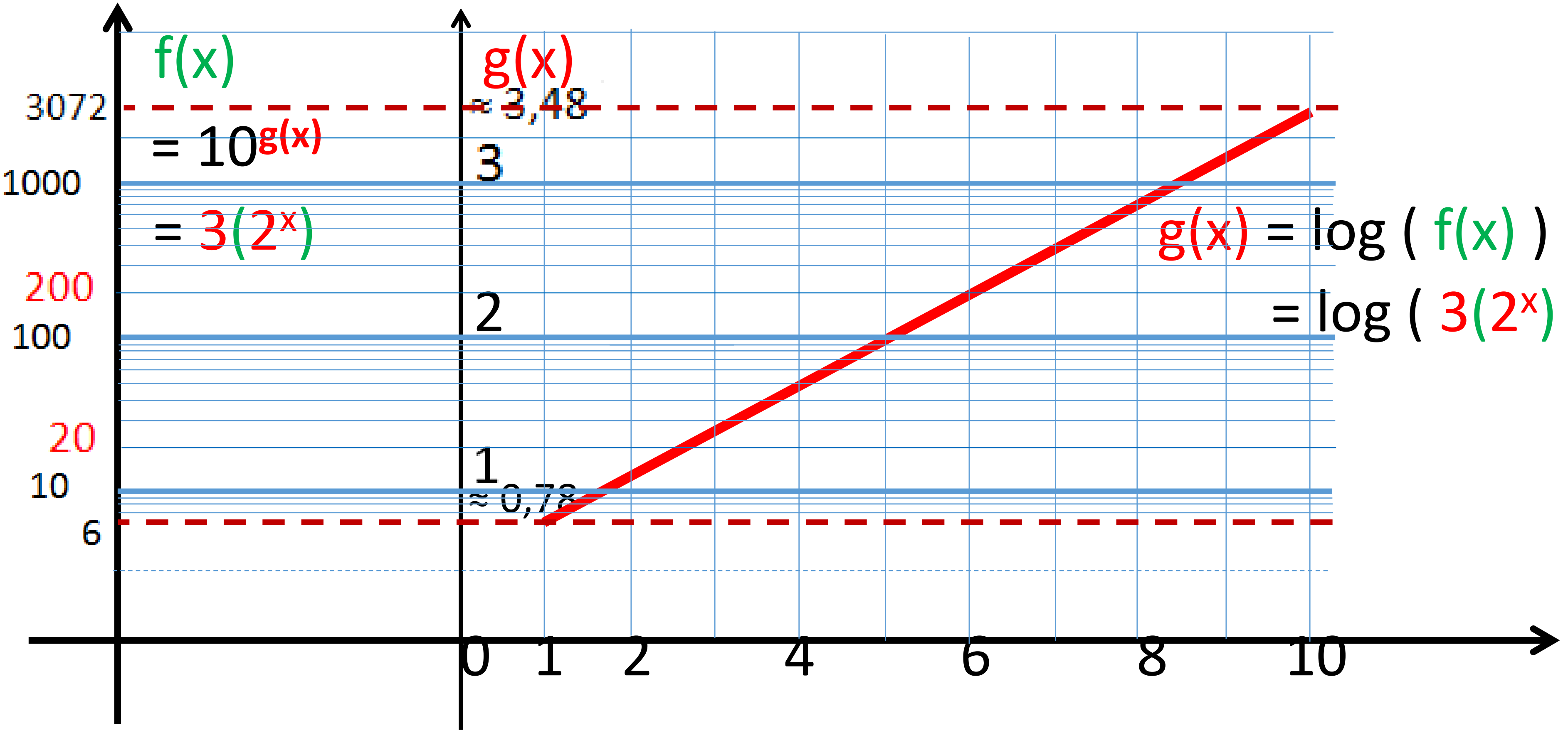
Sur l'axe des g(x), l'échelle est constante (20 mm par unité).



Sur l'axe des g(x), l'échelle est constante (20 mm par unité).

Sur l'axe des f(x), l'échelle n'est pas constante.

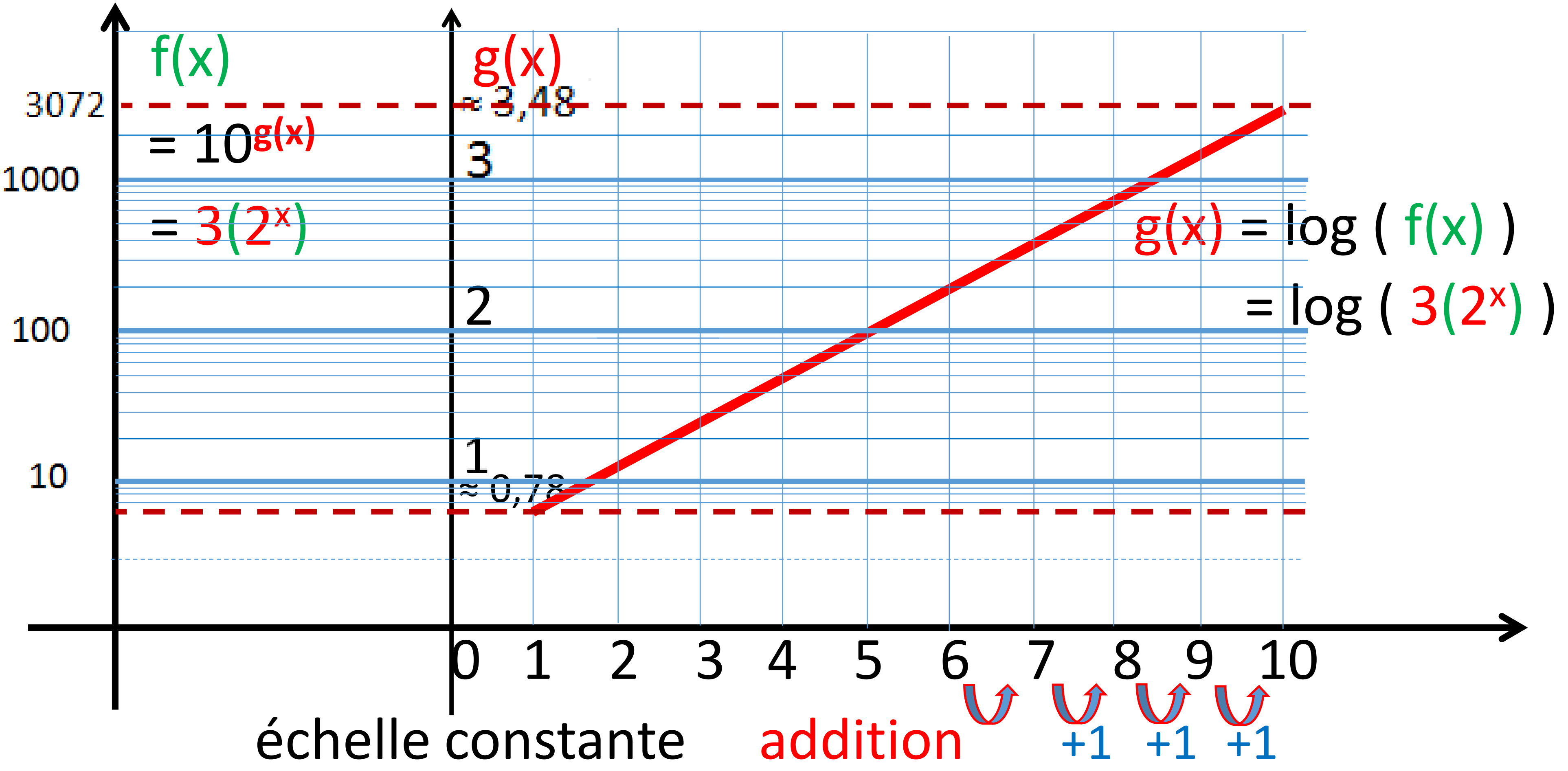
Elle est appelée échelle logarithmique d'un *graphique semi-logarithmique* (ou *papier-log*).



Sur l’axe des g(x), l’échelle est constante (20 mm par unité).

Sur l’axe des f(x), l’échelle n’est pas constante.

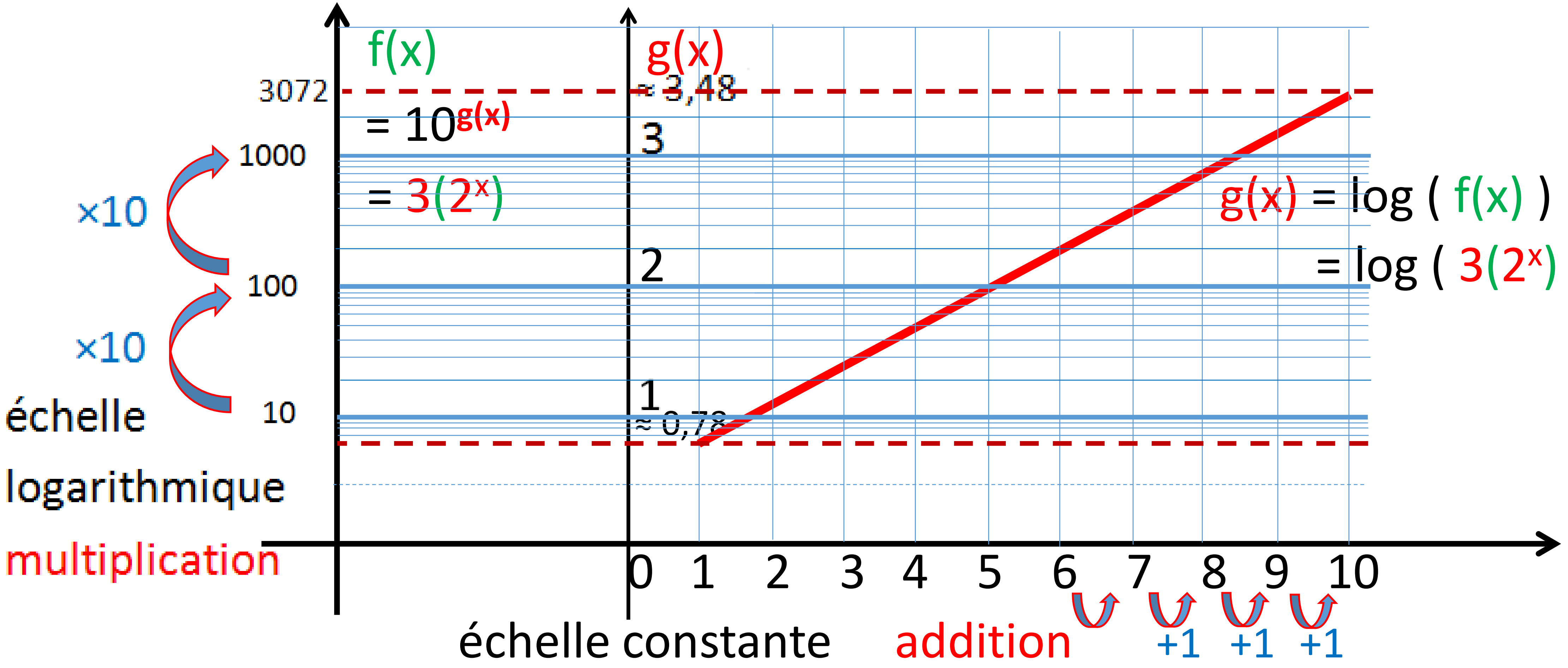
Elle est appelée échelle logarithmique d’un *graphique semi-logarithmique* (ou *papier-log*).



Sur l'axe des g(x), l'échelle est constante (20 mm par unité).

Sur l'axe des f(x), l'échelle n'est pas constante.

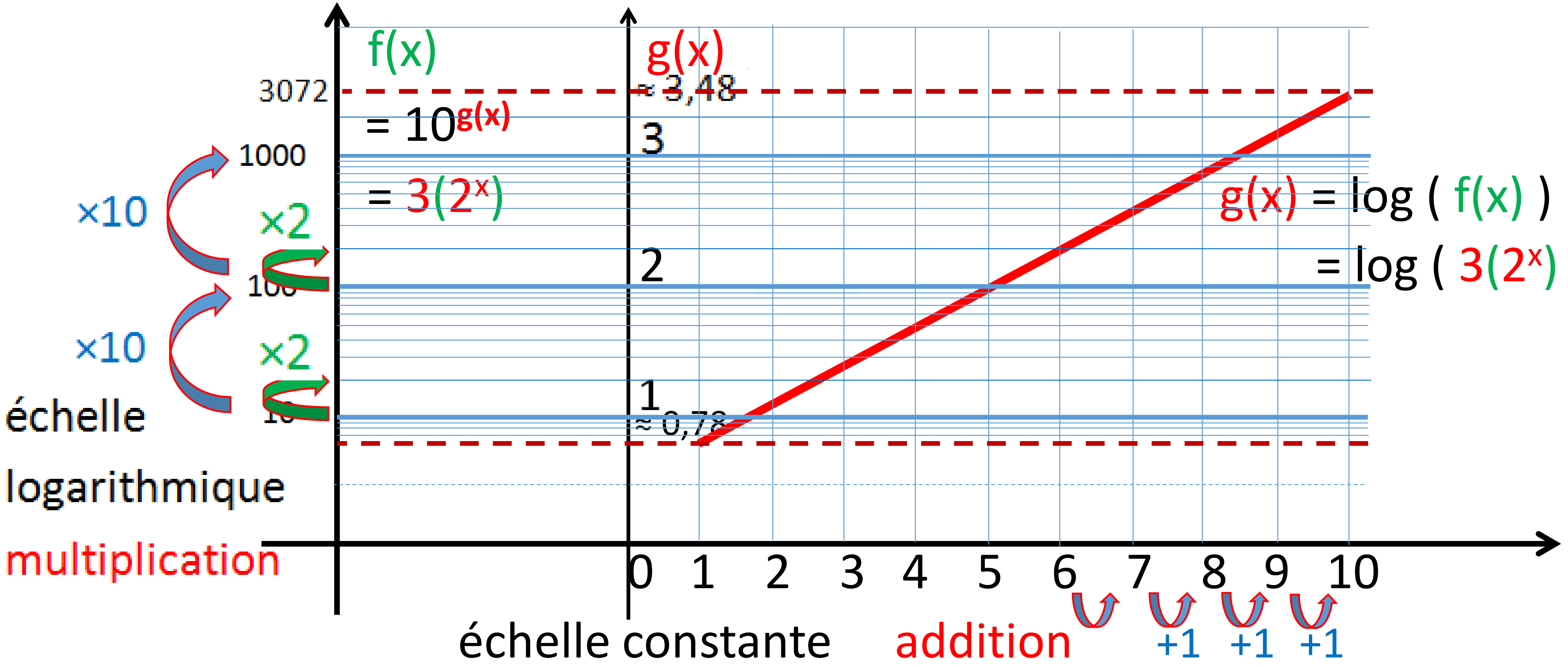
Elle est appelée échelle logarithmique d'un *graphique semi-logarithmique* (ou *papier-log*).



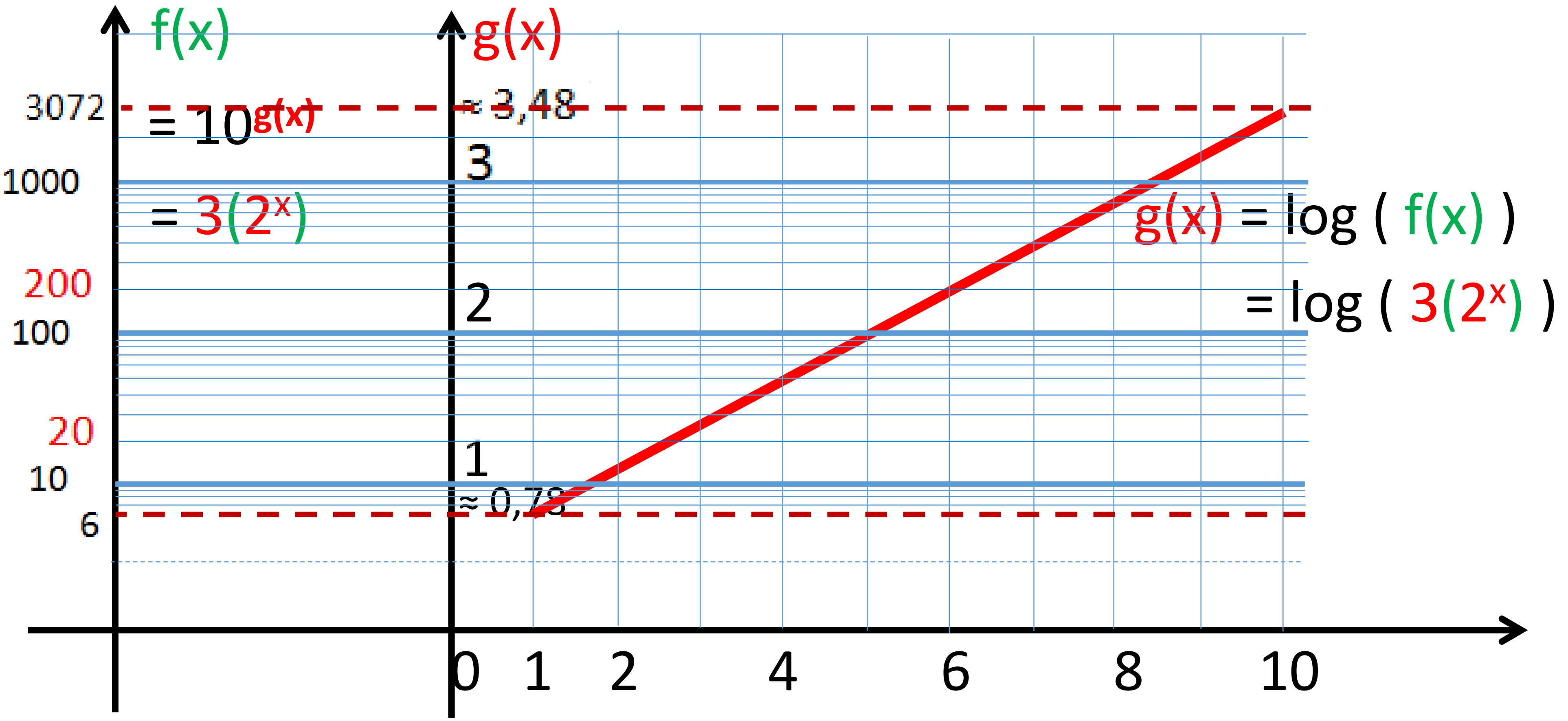
Sur l'axe des g(x), l'échelle est constante (20 mm par unité).

Sur l'axe des f(x), l'échelle n'est pas constante.

Elle est appelée échelle logarithmique d'un *graphique semi-logarithmique* (ou *papier-log*).

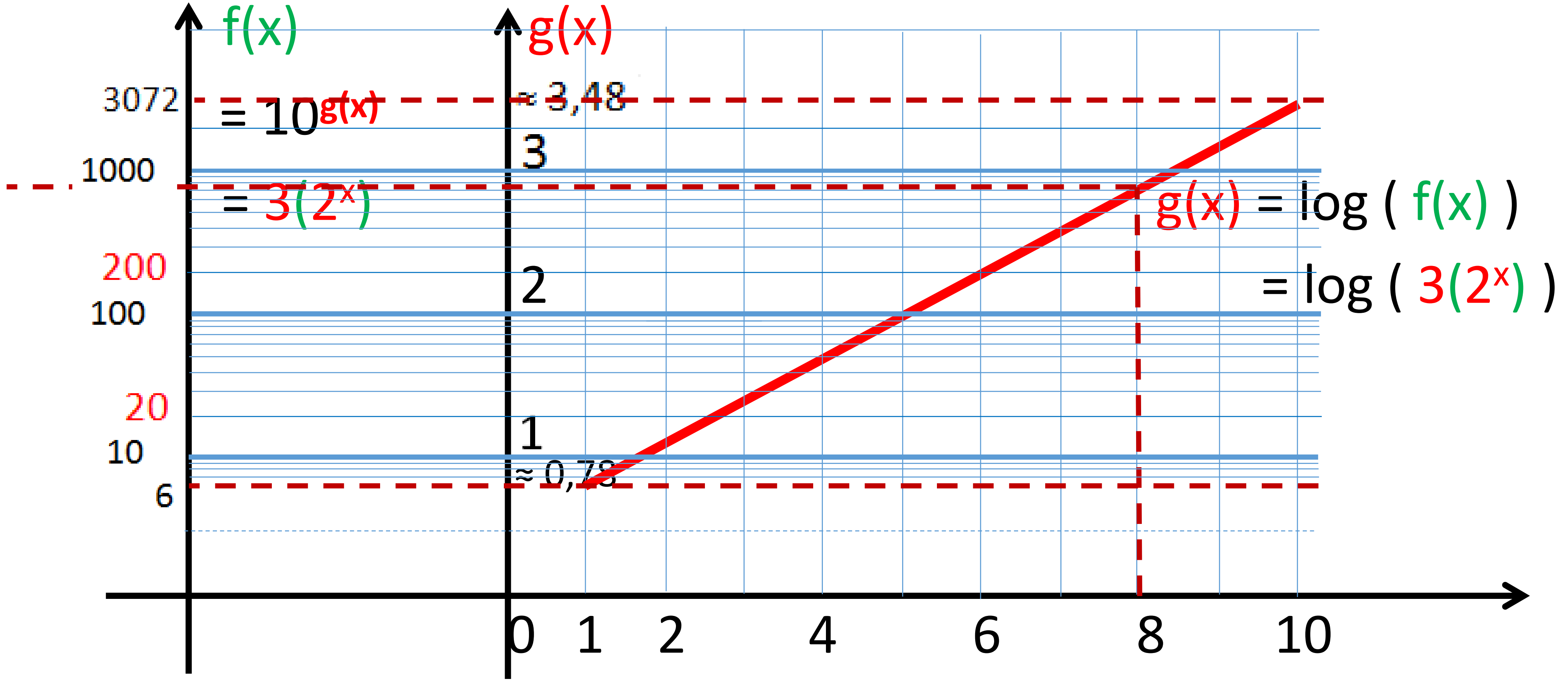


6°) Déterminez graphiquement f(8).



6°) Déterminez graphiquement f(8).

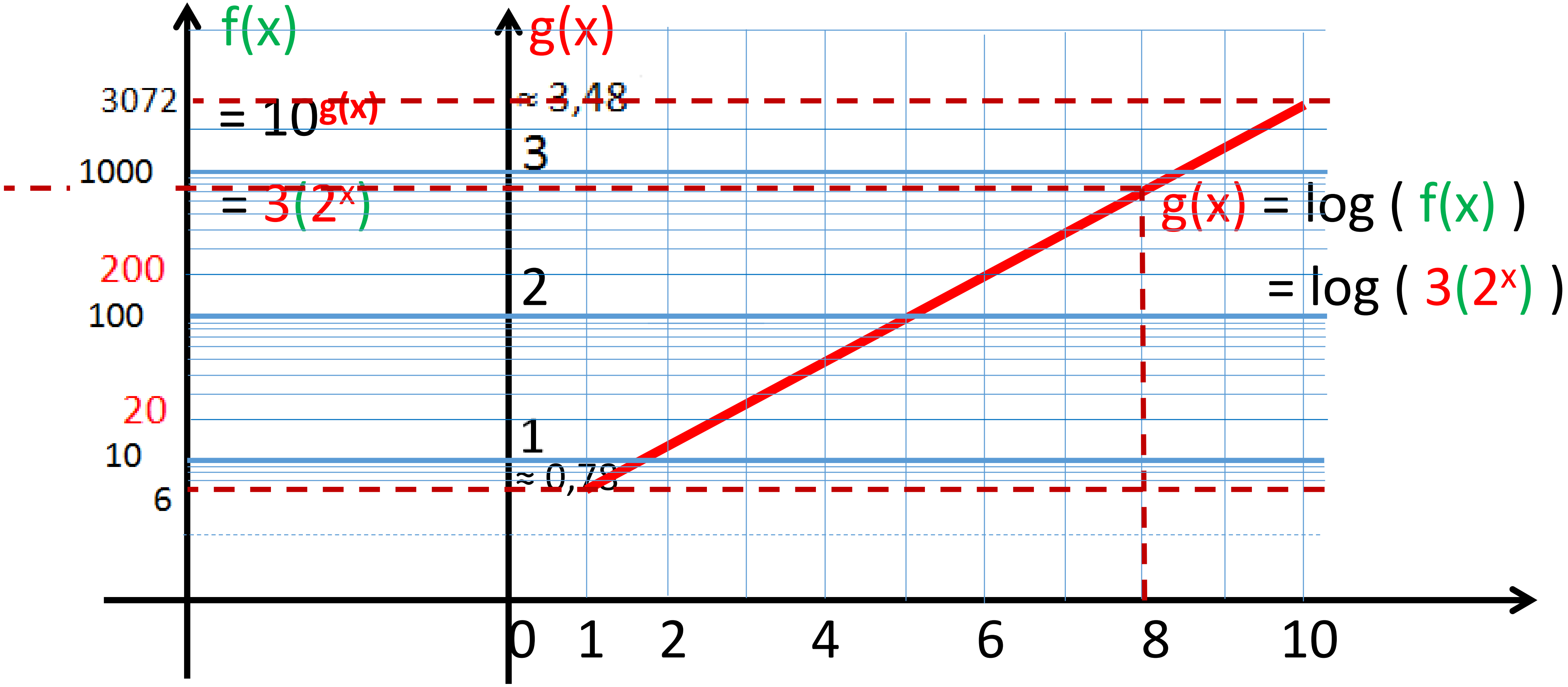
$$f(8) \approx 750$$



6°) Déterminez graphiquement f(8). Vérifiez par le calcul.

$f(8) \approx 750$

$f(8) = 3(2^8) = 768$



7°) f est la fonction définie sur [0 ; 3] par $f(x) = 100\ (10^x)$

Déterminez le diagramme à échelle logarithmique qui lui convient, et tracez sa courbe.

Puis déterminez graphiquement $f(2{,}8)$, et vérifiez ensuite par le calcul.

Même travail avec $g(x) = 0{,}5 \log(x) + 1$ et $g(70)$

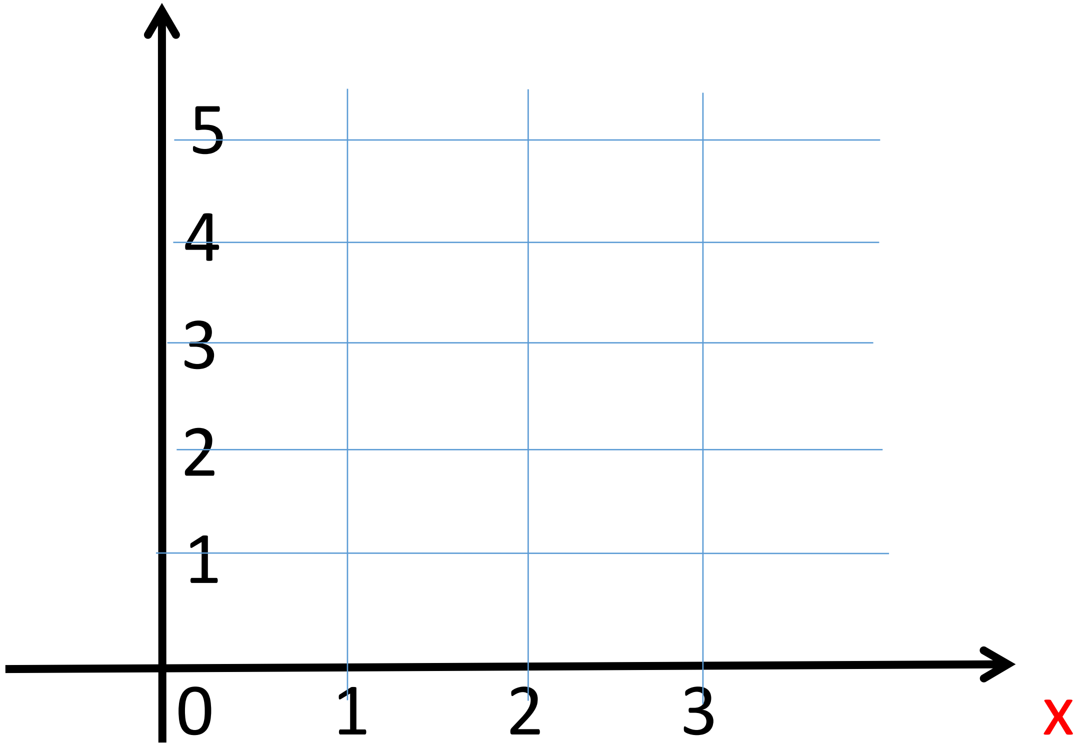
définie sur [1 ; 1000]

$h(x) = 1000\ (x^{0{,}7})$ et $h(300)$

définie sur [1 ; 1000]

$f(x) = y = 100\,(10^x)$ définie sur $[\,0\,;\,3\,]$

$\log(y) = \ldots$



$f(x) = y = 100\ (10^x)$ définie sur $[\ 0\ ;\ 3\ ]$

$\log(y) = \log(\ 100\ (10^x)\ ) = \log(100) + \log(\ 10^x\ ) = 2 + x$

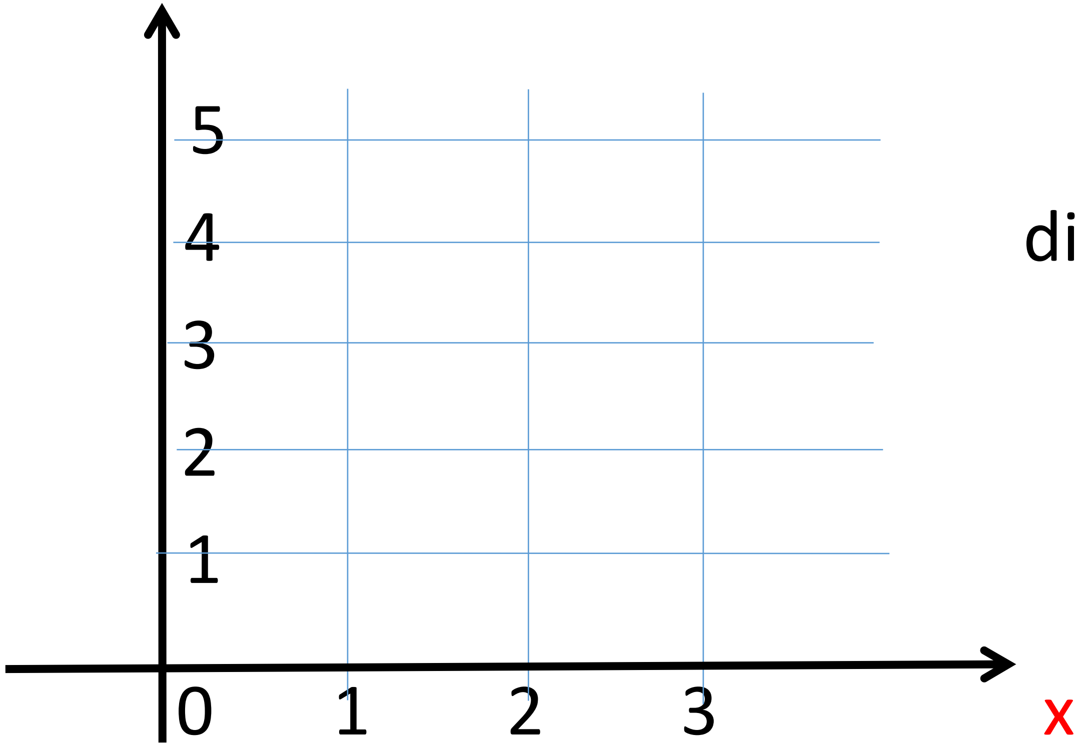
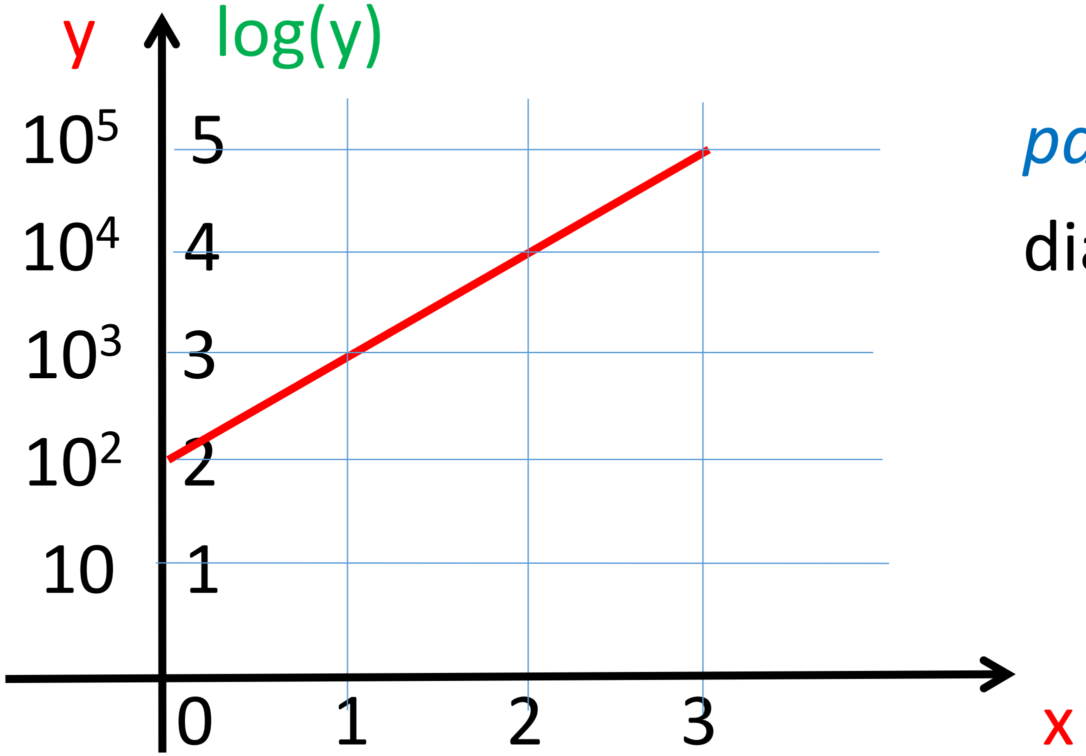


diagramme …

$f(x) = y = 100\ (10^x)$ définie sur $[\ 0\ ;\ 3\ ]$

$\log(y) = \log(\ 100\ (10^x)\ ) = \log(100) + \log(\ 10^x\ ) = 2 + x$

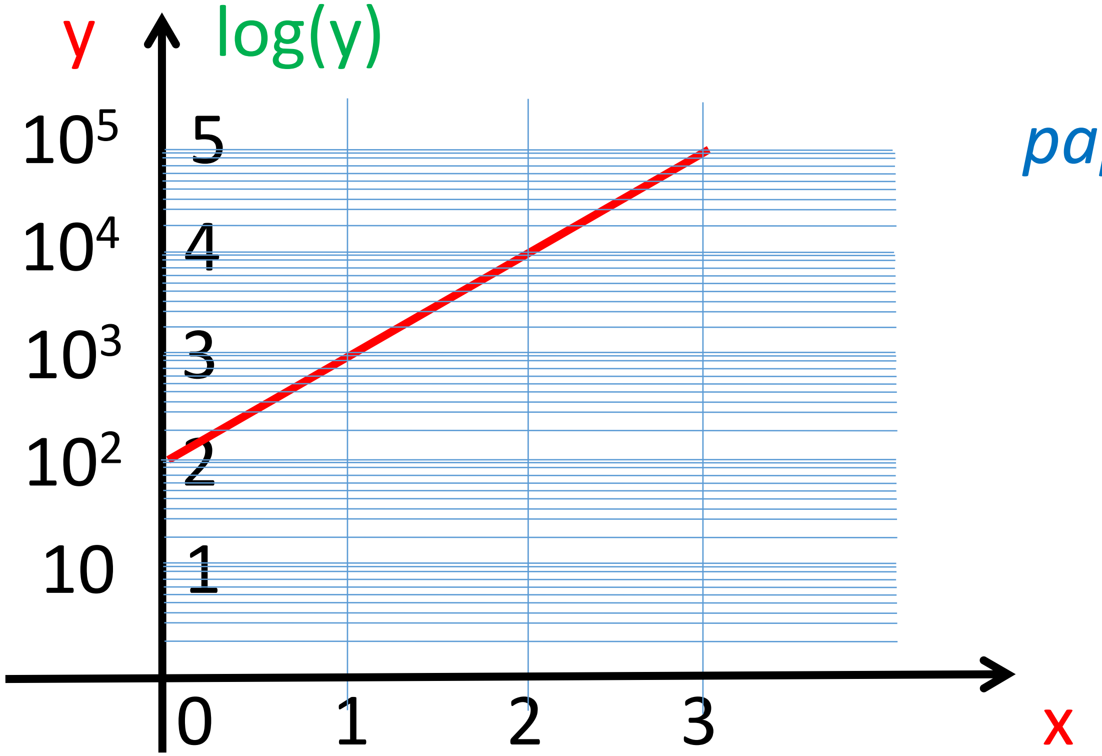


papier-log (*log en ordonnée*)

diagramme 3

$f(x) = y = 100\ (10^x)$ définie sur $[\ 0\ ;\ 3\ ]$

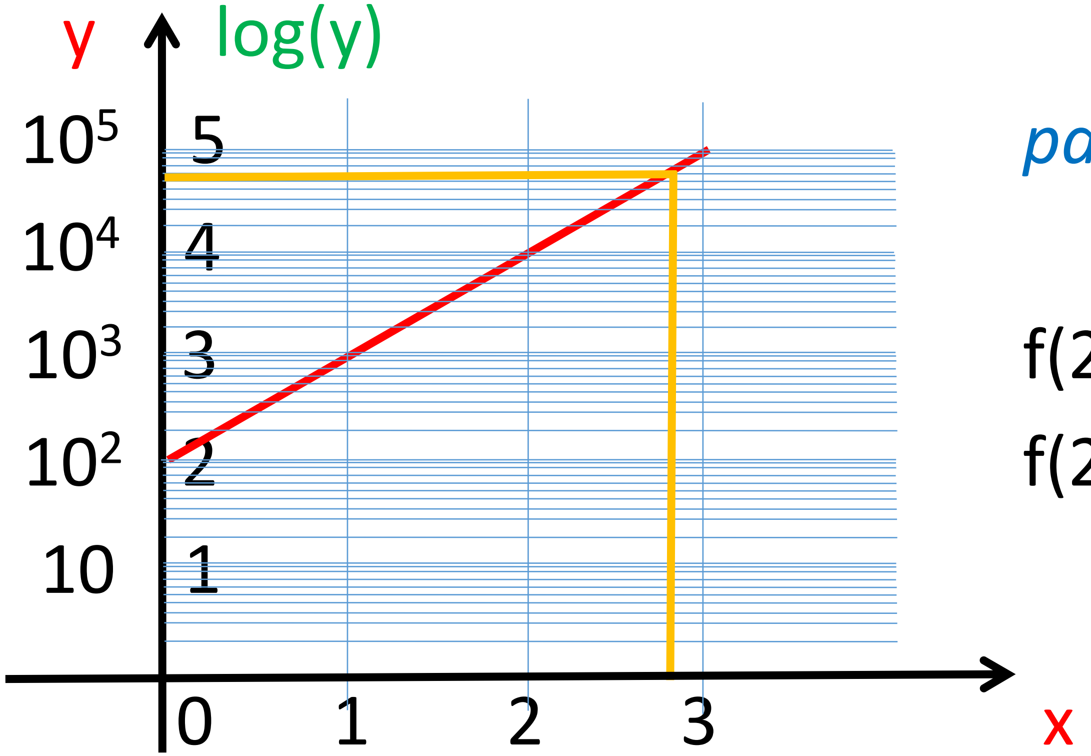
$\log(y) = \log(\ 100\ (10^x)\ ) = \log(100) + \log(\ 10^x\ ) = 2 + x$



papier-log (*log en ordonnée*)

$f(x) = y = 100\,(10^x)$ définie sur $[\,0\,;\,3\,]$

$\log(y) = \log(\,100\,(10^x)\,) = \log(100) + \log(\,10^x\,) = 2 + x$



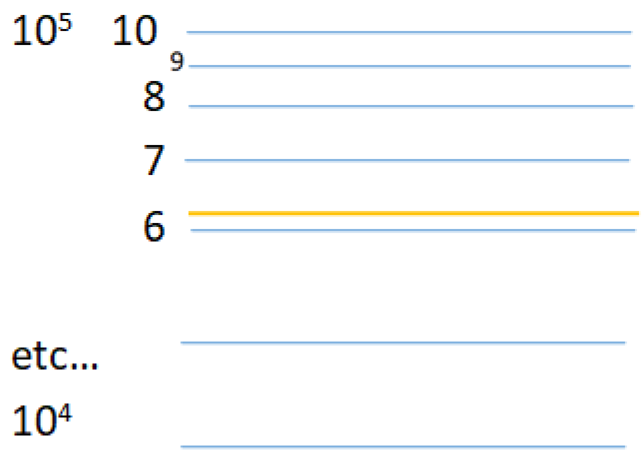
papier-log (*log en ordonnée*)

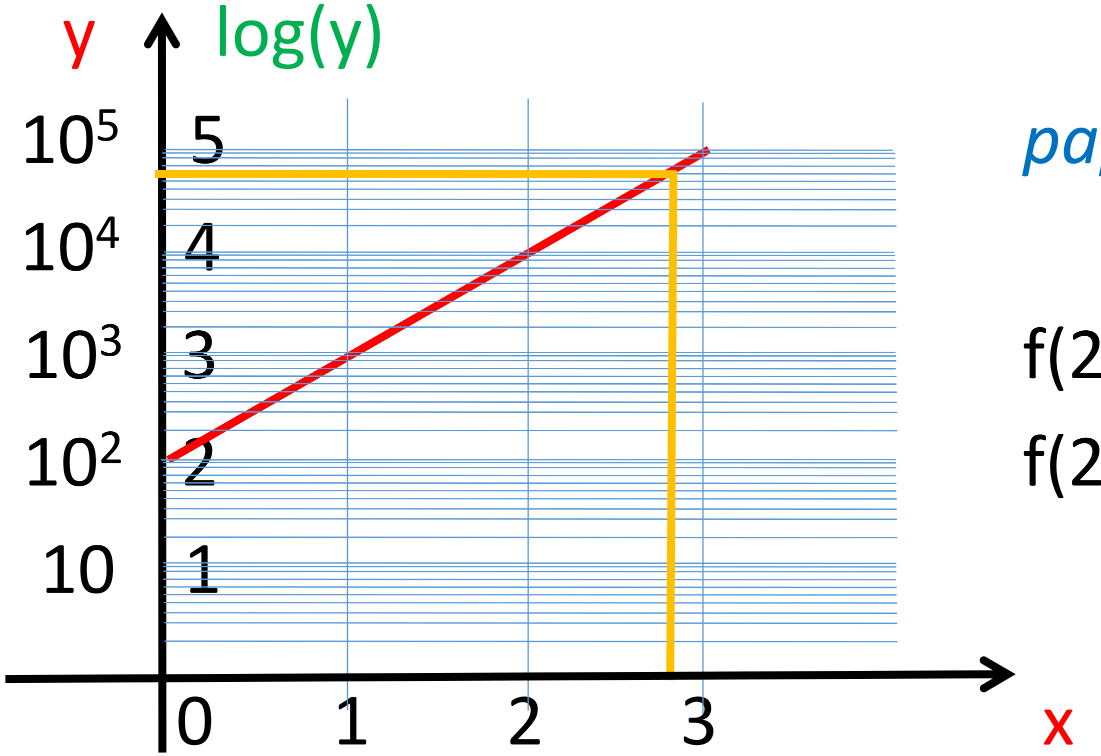
$f(2{,}8) \approx 6 \times 10^4 = 60000$

$f(2{,}8) = 100\,(\,10^{2,8}\,) \approx 63095$

$f(x) = y = 100\,(10^x)$ définie sur $[\,0\,;\,3\,]$

$\log(y) = \log(\,100\,(10^x)\,) = \log(100) + \log(\,10^x\,) = 2 + x$





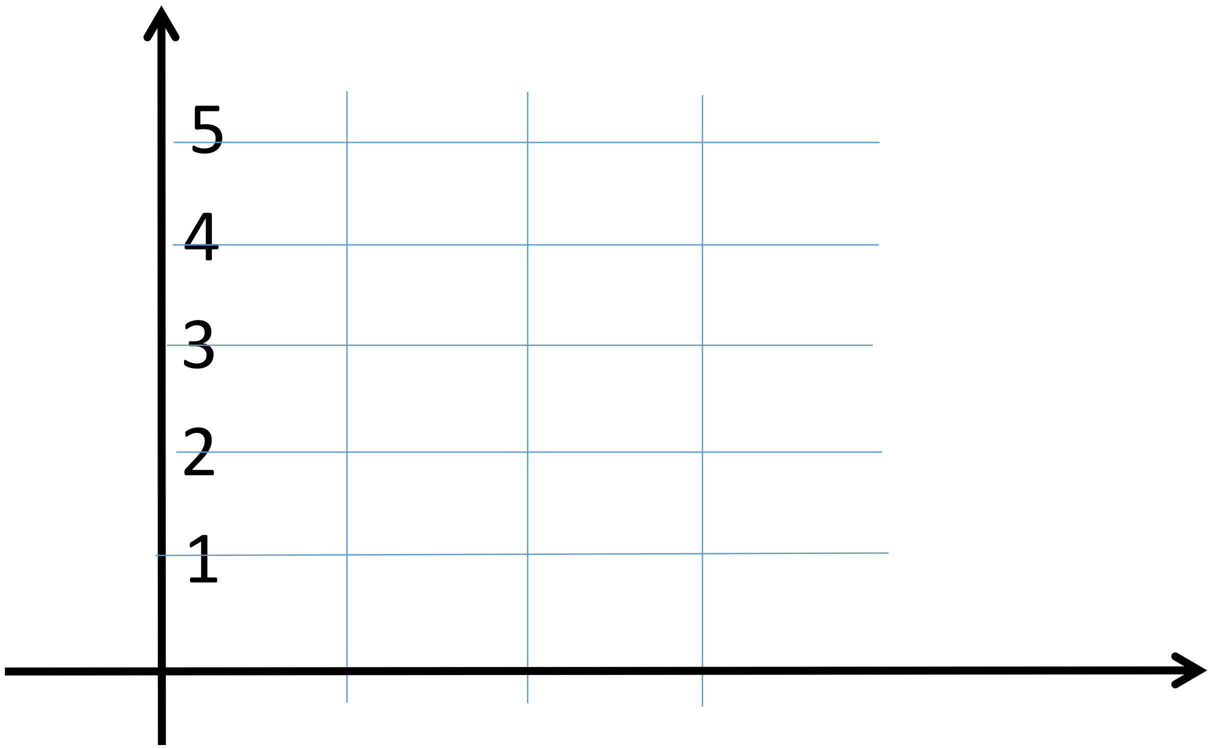
papier-log (*log en ordonnée*)

$f(2{,}8) \approx 6 \times 10^4 = 60000$

$f(2{,}8) = 100\,(\,10^{2{,}8}\,) \approx 63095$

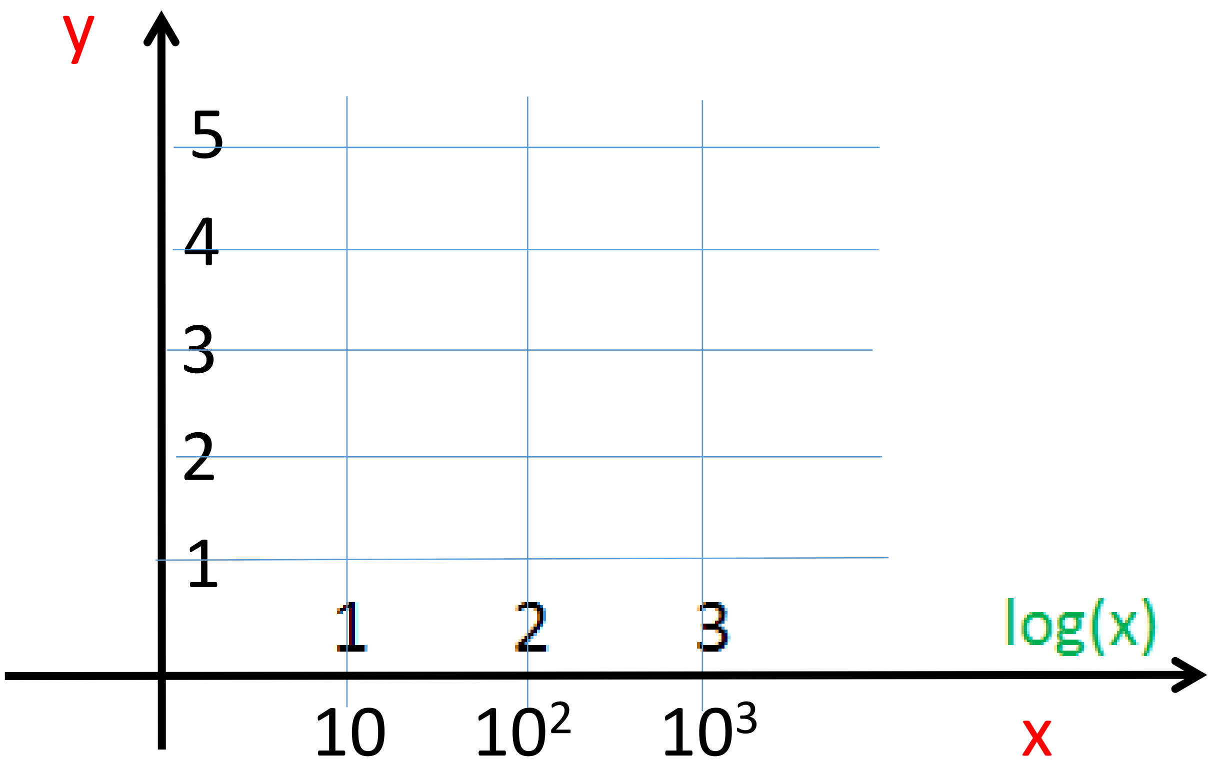
$g(x) = y = 0{,}5 \log(x) + 1$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$w = \ldots$



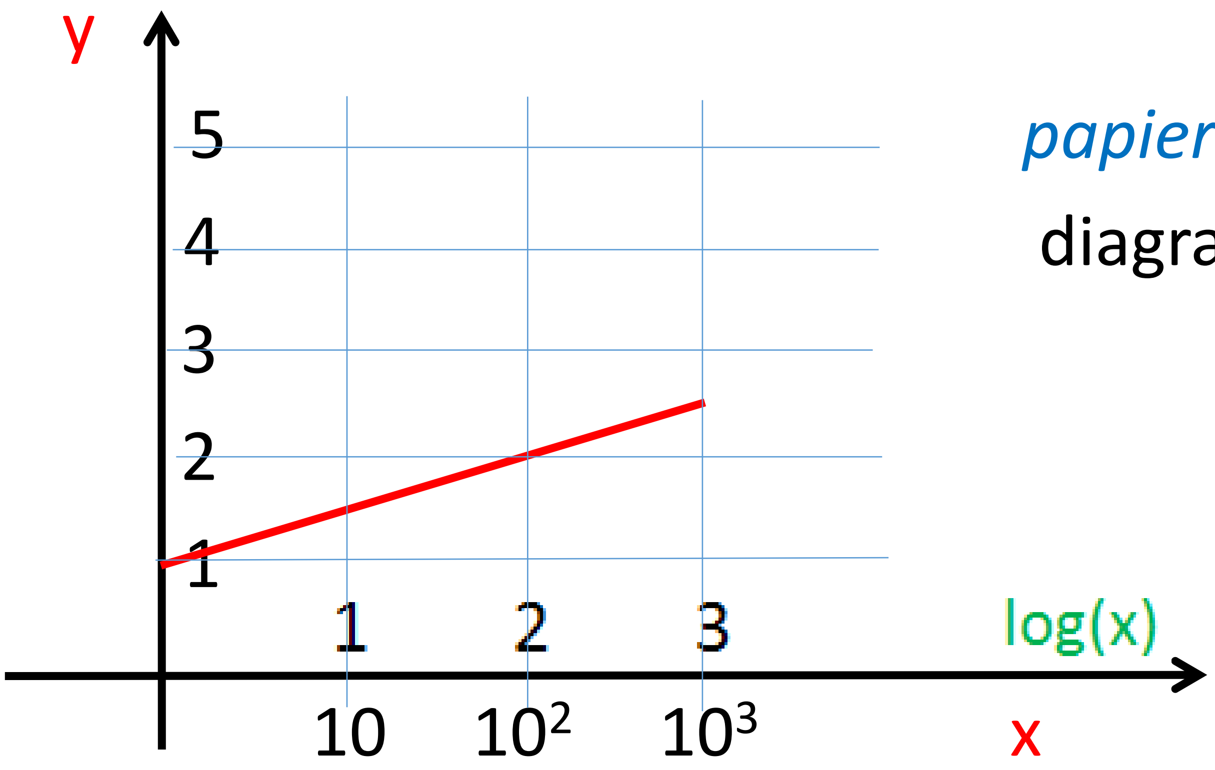
$g(x) = y = 0{,}5 \log(x) + 1$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$y = 0{,}5\ w + 1$ avec $w = \log(x)$



$g(x) = y = 0{,}5 \log(x) + 1$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$y = 0{,}5\ w + 1$ avec $w = \log(x)$

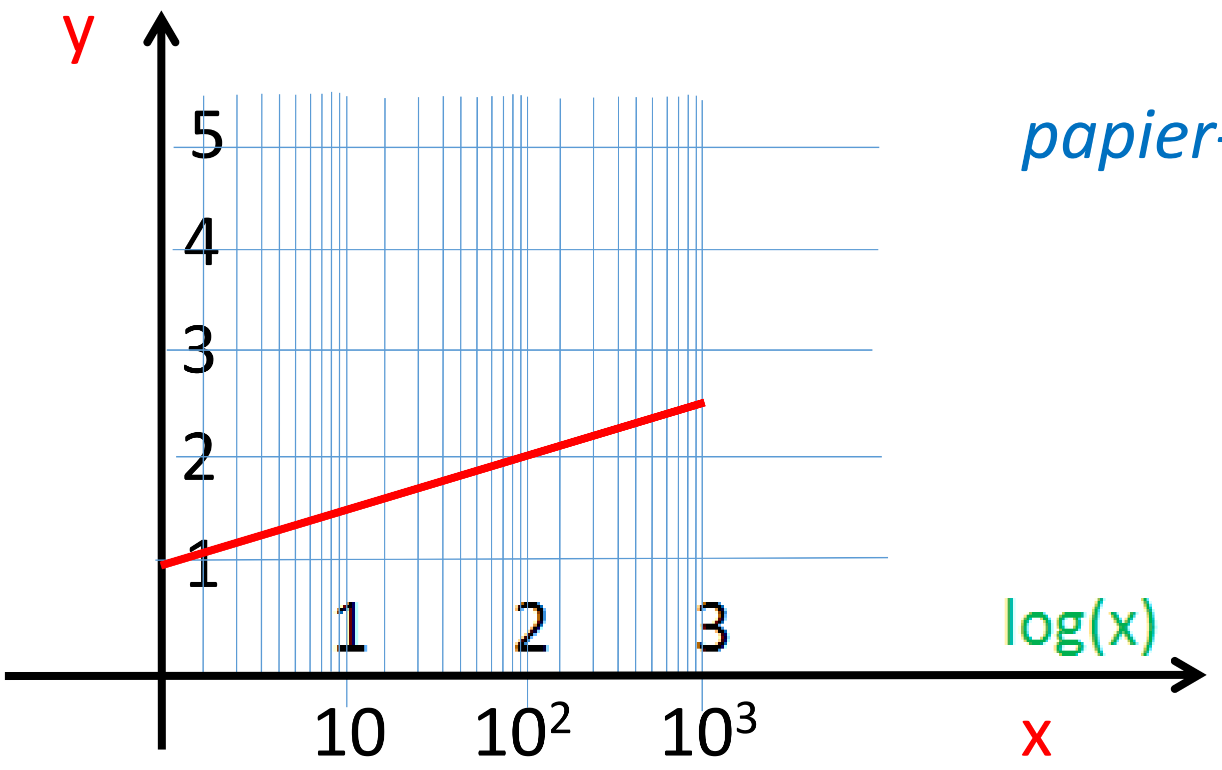


papier-log (*log en abscisse*)

diagramme 1

$g(x) = y = 0{,}5 \log(x) + 1$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

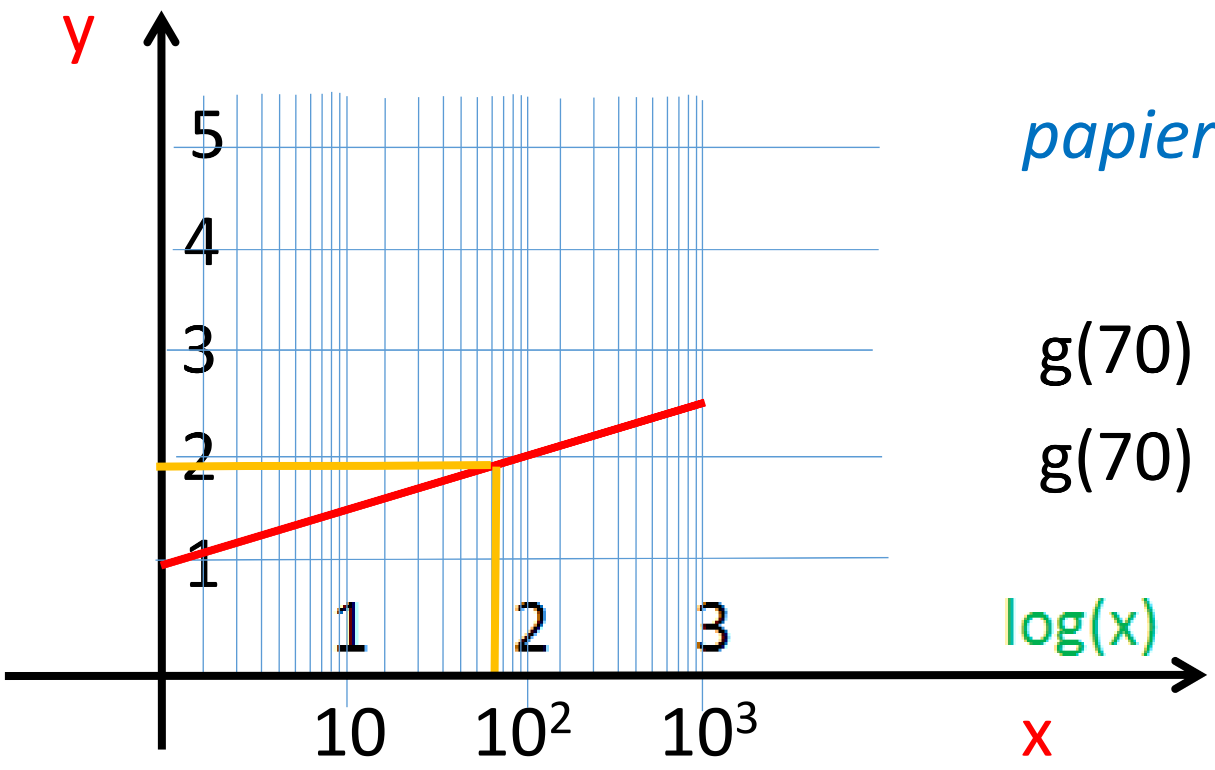
$y = 0{,}5\ w + 1$ avec $w = \log(x)$



papier-log *(log en abscisse)*

$g(x) = y = 0{,}5 \log(x) + 1$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$y = 0{,}5\ w + 1$ avec $w = \log(x)$



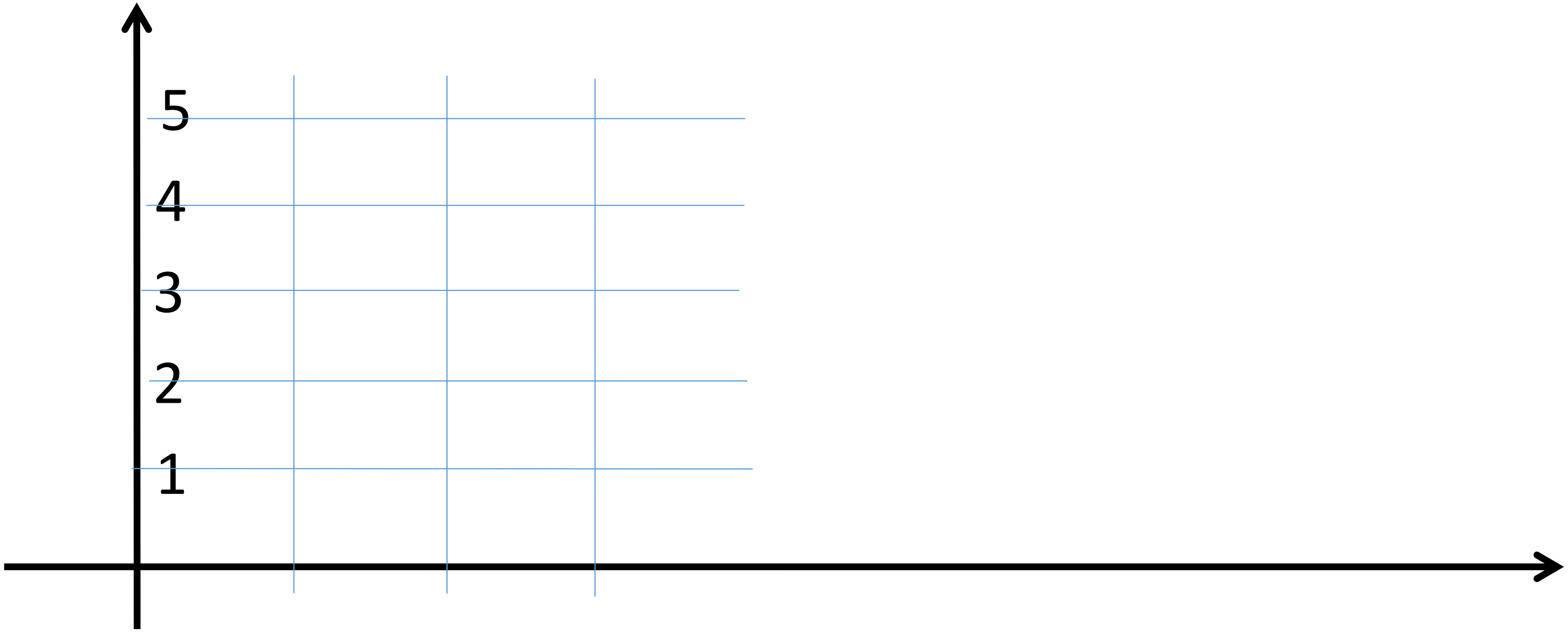
papier-log (*log en abscisse*)

$g(70) \approx 1{,}9$

$g(70) = 0{,}5 \log(70) + 1 \approx 1{,}9225$

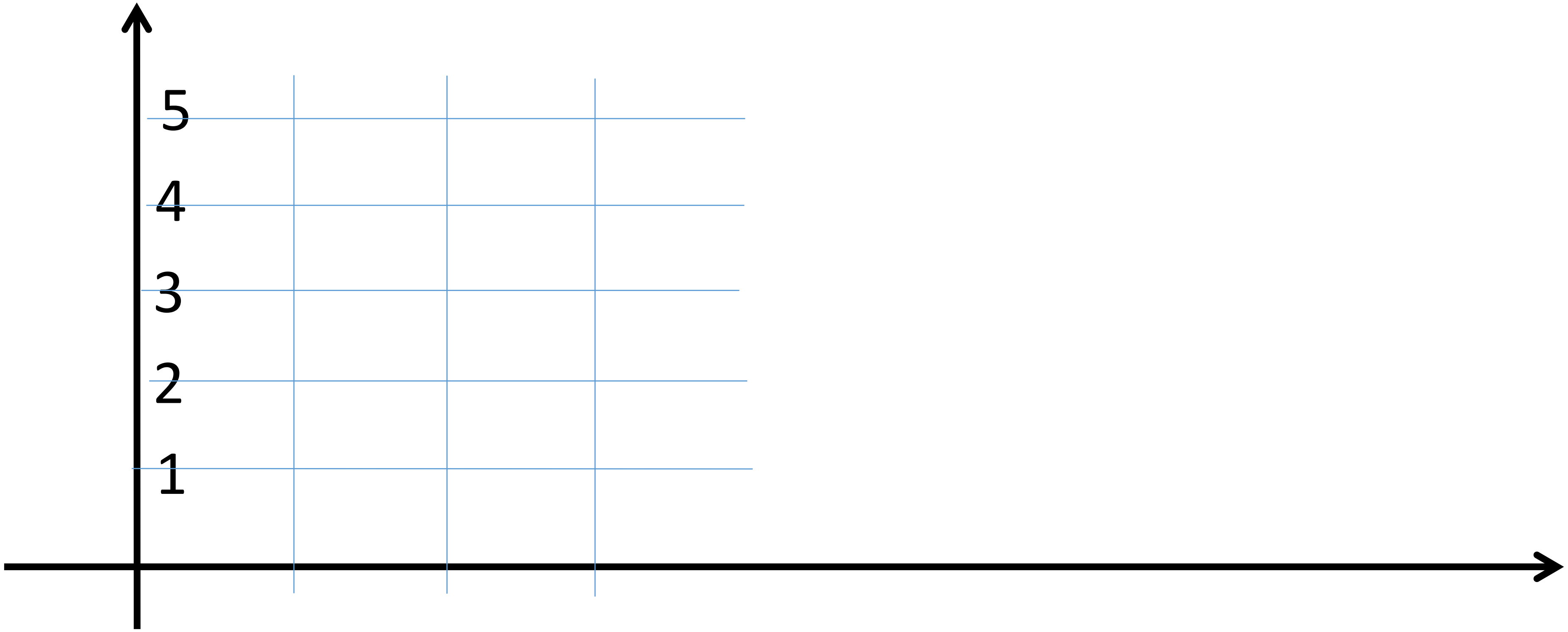
$h(x) = y = 1000\ (x^{0,7})$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

…



$h(x) = y = 1000\,(x^{0,7})$ définie sur $[\,1\,;\,1000\,]$

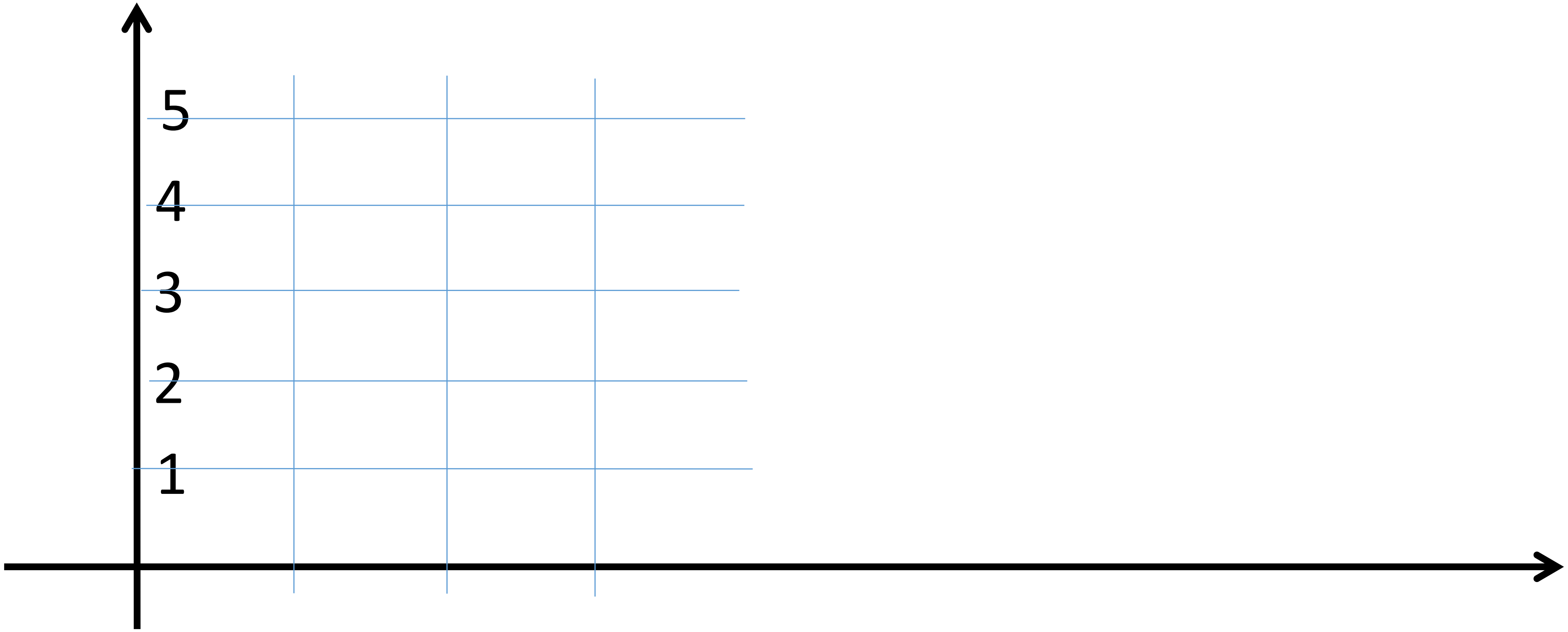
$\log(y) = \ldots$



$h(x) = y = 1000\,(x^{0,7})$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$\log(y) = \log(\ 1000\,(x^{0,7})\ ) = \log(1000) + \log(\ x^{0,7}\ ) = 3 + 0,7\log(x)$

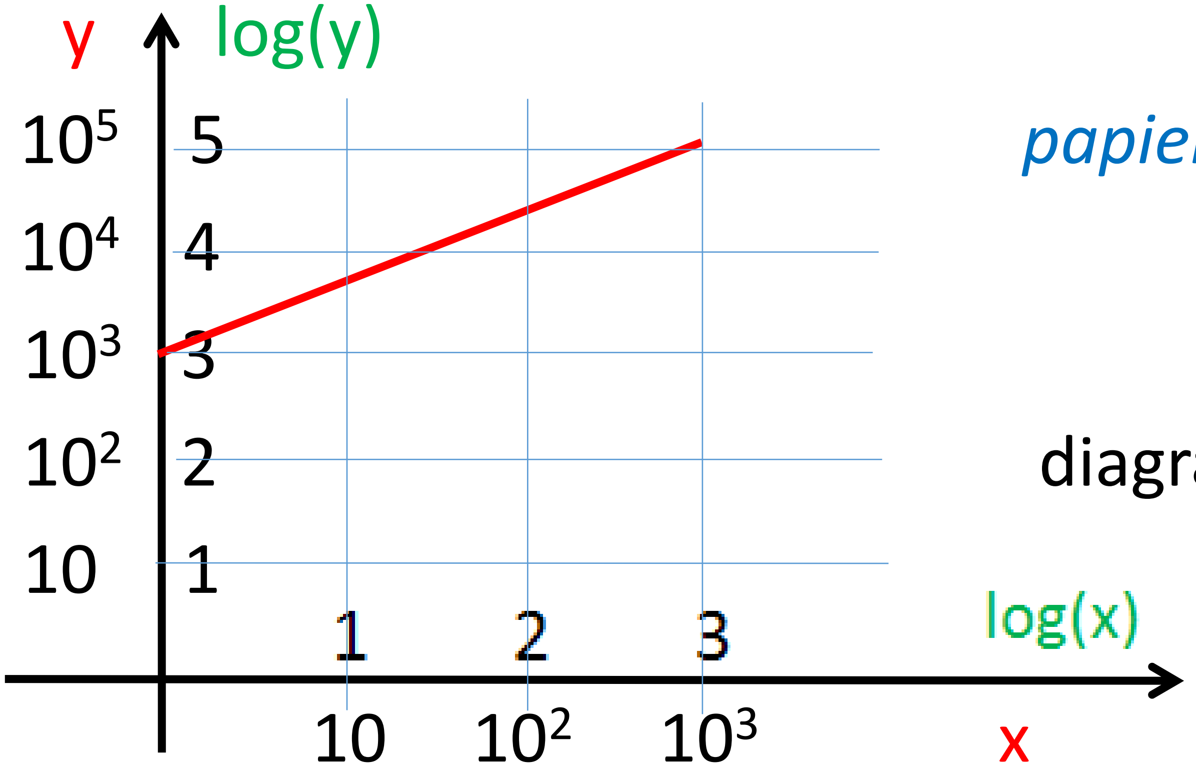
$= f(w)$ avec $w = \ldots$



$h(x) = y = 1000\,(x^{0,7})$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$\log(y) = \log(\ 1000\,(x^{0,7})\ ) = \log(1000) + \log(\ x^{0,7}\ ) = 3 + 0,7\ \log(x)$

$= 3 + 0,7\ w$ avec $w = \log(x)$



papier-log-log

(log en abscisse

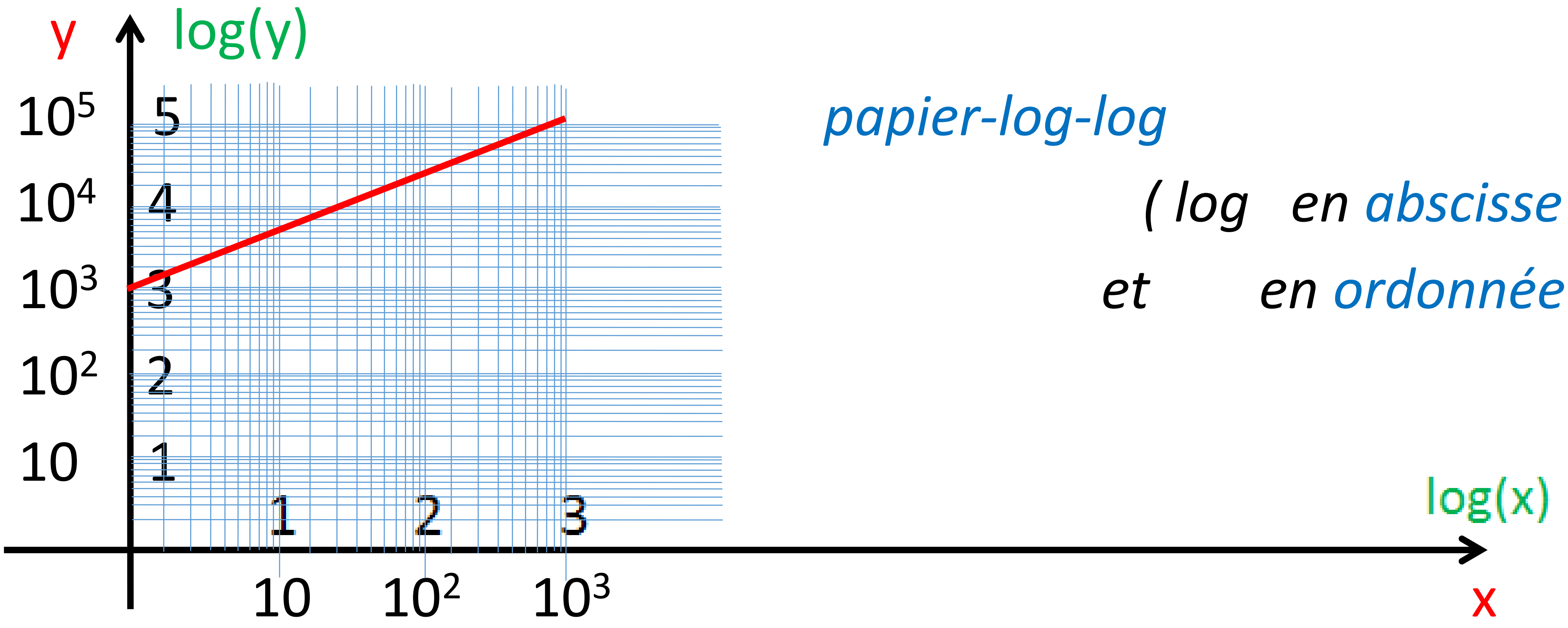
et en ordonnée)

diagramme 2

$h(x) = y = 1000\,(x^{0,7})$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$\log(y) = \log(\ 1000\ (x^{0,7})\ ) = \log(1000) + \log(\ x^{0,7}\ ) = 3 + 0,7 \log(x)$

$= 3 + 0,7\ w$ avec $w = \log(x)$



papier-log-log

(log en abscisse

et en ordonnée)

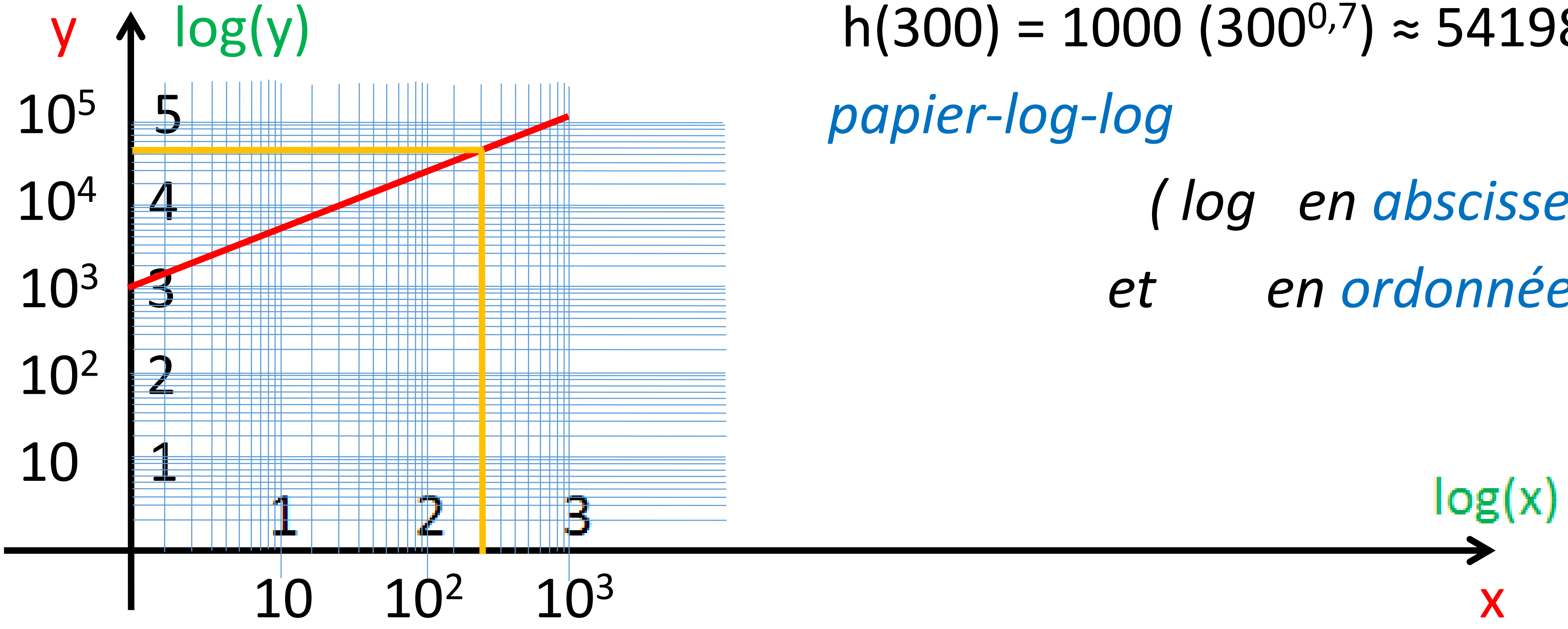
$h(x) = y = 1000\,(x^{0,7})$ définie sur $[\ 1\ ;\ 1000\ ]$

$\log(y) = \log(\ 1000\,(x^{0,7})\ ) = \log(1000) + \log(\ x^{0,7}\ ) = 3 + 0,7\log(x)$

$= 3 + 0,7\,w$ avec $w = \log(x)$

$h(300) \approx 55000$

$h(300) = 1000\,(300^{0,7}) \approx 54198$



papier-log-log

(log en abscisse

et en ordonnée)