Exercice 12 :

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

On admet que la vitesse de diminution est, à chaque instant, proportionnelle à cette population.

En quelle année cette ville deviendra-t-elle une ville fantôme (10 habitants) ?

On admet que la vitesse de diminution … est, à chaque instant, proportionnelle à cette population …

On admet que la vitesse de diminution y’ est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\, y$ $\Rightarrow$ $y = C\, e^{kx}$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y ⇒ $y' = k\,y$ ⇒ $y = C\,e^{kx}$

Remarque :

il n'est pas obligatoire d'employer les mêmes lettres utilisées dans le cours

⇒ $y' = a\,y$ ⇒ $y = k\,e^{ax}$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ $\Rightarrow$ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y ➡ $y' = k\,y$ ➡ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ ➡ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

➡ $\dfrac{512}{256} = \ldots$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ $\Rightarrow$ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}}$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y ⇒ $y' = k\,y$ ⇒ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ ⇒ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ $\Rightarrow$ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k})$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ $\Rightarrow$ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right)$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y ⇒ $y' = k\,y$ ⇒ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ ⇒ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ $\Rightarrow$ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$512 = C\,e^{k2003}$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ $\Rightarrow$ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$$512 = C\,e^{k2003} \Leftrightarrow C = \frac{512}{e^{k2003}} \approx \frac{512}{e^{-0{,}04332\times 2003}} \approx 2{,}480\times 10^{40}$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx}$ $\Rightarrow$ $512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$$512 = C\,e^{k2003} \Leftrightarrow C = \frac{512}{e^{k2003}} \approx \frac{512}{e^{-0{,}04332\times 2003}} \approx 2{,}480\times 10^{40}$$

En quelle année cette ville deviendra-t-elle une ville fantôme (10 habitants) ?

$y = C\,e^{kx} = 10$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$$y = C\,e^{kx} \Rightarrow 512 = C\,e^{k2003} \quad \text{et} \quad 256 = C\,e^{k2019}$$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$$512 = C\,e^{k2003} \Leftrightarrow C = \frac{512}{e^{k2003}} \approx \frac{512}{e^{-0{,}04332\times 2003}} \approx 2{,}480\times 10^{40}$$

En quelle année cette ville deviendra-t-elle une ville fantôme (10 habitants) ?

$$y = C\,e^{kx} = 10 \Leftrightarrow e^{kx} = \frac{10}{C}$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx} \Rightarrow 512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$$512 = C\,e^{k2003} \Leftrightarrow C = \frac{512}{e^{k2003}} \approx \frac{512}{e^{-0{,}04332\times 2003}} \approx 2{,}480\times 10^{40}$$

En quelle année cette ville deviendra-t-elle une ville fantôme (10 habitants) ?

$$y = C\,e^{kx} = 10 \Leftrightarrow e^{kx} = \frac{10}{C} \Leftrightarrow \ln(e^{kx}) = \ln\left(\frac{10}{C}\right)$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$$y = C\,e^{kx} \Rightarrow 512 = C\,e^{k2003} \quad \text{et} \quad 256 = C\,e^{k2019}$$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$$512 = C\,e^{k2003} \Leftrightarrow C = \frac{512}{e^{k2003}} \approx \frac{512}{e^{-0{,}04332\times2003}} \approx 2{,}480\times10^{40}$$

En quelle année cette ville deviendra-t-elle une ville fantôme (10 habitants) ?

$$y = C\,e^{kx} = 10 \Leftrightarrow e^{kx} = \frac{10}{C} \Leftrightarrow \ln(e^{kx}) = \ln\left(\frac{10}{C}\right) \Leftrightarrow kx = \ln\left(\frac{10}{C}\right)$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx} \Rightarrow 512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$$512 = C\,e^{k2003} \Leftrightarrow C = \frac{512}{e^{k2003}} \approx \frac{512}{e^{-0{,}04332\times 2003}} \approx 2{,}480\times 10^{40}$$

En quelle année cette ville deviendra-t-elle une ville fantôme (10 habitants) ?

$$y = C\,e^{kx} = 10 \Leftrightarrow e^{kx} = \frac{10}{C} \Leftrightarrow \ln(e^{kx}) = \ln\left(\frac{10}{C}\right) \Leftrightarrow kx = \ln\left(\frac{10}{C}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{10}{C}\right)}{k}$$

On admet que la vitesse de diminution y' est, à chaque instant, proportionnelle à cette population y $\Rightarrow$ $y' = k\,y$ $\Rightarrow$ $y = C\,e^{kx}$

Une ville avait 512 habitants en 2003, et 256 habitants en 2019.

$y = C\,e^{kx} \Rightarrow 512 = C\,e^{k2003}$ et $256 = C\,e^{k2019}$

$$\Rightarrow \frac{512}{256} = \frac{C\,e^{k2003}}{C\,e^{k2019}} = e^{k2003-k2019} = e^{-16k}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{512}{256}\right) = \ln(e^{-16k}) \Leftrightarrow -16k = \ln\left(\frac{512}{256}\right) \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{512}{256}\right)}{-16} \approx -0{,}04332$$

$$512 = C\,e^{k2003} \Leftrightarrow C = \frac{512}{e^{k2003}} \approx \frac{512}{e^{-0{,}04332\times 2003}} \approx 2{,}480\times 10^{40}$$

En quelle année cette ville deviendra-t-elle une ville fantôme (10 habitants) ?

$$y = C\,e^{kx} = 10 \Leftrightarrow e^{kx} = \frac{10}{C} \Leftrightarrow \ln(e^{kx}) = \ln\left(\frac{10}{C}\right) \Leftrightarrow kx = \ln\left(\frac{10}{C}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{10}{C}\right)}{k} \approx \frac{\ln\left(\frac{10}{2{,}480\times 10^{40}}\right)}{-0{,}04332} \approx \mathbf{2094}$$

Exercice 13 :

Selon la loi de Newton la vitesse de refroidissement d’un corps est proportionnelle à l’écart de température entre le corps et l’ambiance.

Dans une pièce à 20°C on verse du café à 90°C dans une tasse.

Deux minutes après le café est à 60°C.

Combien de temps (en mn et secondes) faut-il attendre après l’avoir versé pour que l’on puisse le boire (à 30°C) ?

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext})$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-\,aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Longleftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Longleftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$$

$$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \frac{b}{a} = k\,e^{at} - \frac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$$\Leftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Leftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

$\Longrightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-\,aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Longrightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Longleftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Longleftrightarrow k = 70 \Longrightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Longleftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Longleftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7},$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

$\Longrightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Longrightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Longleftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Longleftrightarrow k = 70 \Longrightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Longleftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Longleftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7}, \Longleftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right)$

Exo 13 : température T   Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Leftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Leftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7}, \Leftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right)$

$\Leftrightarrow 120a = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right)$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Leftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Leftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7} \Leftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right)$

$\Leftrightarrow 120a = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right) \Leftrightarrow a = \dfrac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -4{,}663 \times 10^{-3}$

$\Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$$

$$\Longrightarrow T = k\,e^{at} - \frac{b}{a} = k\,e^{at} - \frac{-\,aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Longrightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$$\Longleftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Longleftrightarrow k = 70 \Longrightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$$\Longleftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Longleftrightarrow e^{a(120)} = \frac{4}{7}, \Longleftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$\Longleftrightarrow 120a = \ln\left(\frac{4}{7}\right) \Longleftrightarrow a = \frac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -\,4{,}663 \times 10^{-3}$$

$$\Longrightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$$

$$T \leq 30 \Longleftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30$$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-\,aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Leftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Leftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7} \Leftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right)$

$\Leftrightarrow 120a = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right) \Leftrightarrow a = \dfrac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -\,4{,}663 \times 10^{-3}$

$\Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$

$T \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} \leq 10$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Leftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Leftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7}, \Leftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right)$

$\Leftrightarrow 120a = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right) \Leftrightarrow a = \dfrac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -4{,}663 \times 10^{-3}$

$\Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$

$T \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} \leq 10$

$\Leftrightarrow e^{-0{,}004663t} \leq \dfrac{1}{7}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$$

$$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \frac{b}{a} = k\,e^{at} - \frac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$$\Leftrightarrow k \times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Leftrightarrow e^{a(120)} = \frac{4}{7}, \Leftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$\Leftrightarrow 120a = \ln\left(\frac{4}{7}\right) \Leftrightarrow a = \frac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -4{,}663 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$$

$$T \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} \leq 10$$

$$\Leftrightarrow e^{-0{,}004663t} \leq \frac{1}{7} \Leftrightarrow \ln(e^{-0{,}004663t}) \leq \ln\left(\frac{1}{7}\right)$$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$

$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Leftrightarrow k\times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Leftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7} \Leftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right)$

$\Leftrightarrow 120a = \ln\left(\dfrac{4}{7}\right) \Leftrightarrow a = \dfrac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -4{,}663\times 10^{-3}$

$\Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$

$T \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} \leq 10$

$\Leftrightarrow e^{-0{,}004663t} \leq \dfrac{1}{7} \Leftrightarrow \ln(e^{-0{,}004663t}) \leq \ln\left(\dfrac{1}{7}\right) \Leftrightarrow -4{,}663\times 10^{-3}t \leq \ln\left(\dfrac{1}{7}\right)$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Longleftrightarrow T' = aT + b$

$\Longrightarrow T = k\,e^{at} - \dfrac{b}{a} = k\,e^{at} - \dfrac{-\,aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Longrightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$\Longleftrightarrow k\times 1 + 20 = 90 \Longleftrightarrow k = 70 \Longrightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$\Longleftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Longleftrightarrow e^{a(120)} = \dfrac{4}{7}, \Longleftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln(\dfrac{4}{7})$

$\Longleftrightarrow 120a = \ln(\dfrac{4}{7}) \Longleftrightarrow a = \dfrac{\ln(\frac{4}{7})}{120} \approx -\,4{,}663\times 10^{-3}$

$\Longrightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$

$T \leq 30 \Longleftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30 \Longleftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} \leq 10$

$\Longleftrightarrow e^{-0{,}004663t} \leq \dfrac{1}{7} \Longleftrightarrow \ln(e^{-0{,}004663t}) \leq \ln(\dfrac{1}{7}) \Longleftrightarrow -\,4{,}663\times 10^{-3}t \leq \ln(\dfrac{1}{7})$

$\Longleftrightarrow t \geq \dfrac{\ln(\frac{1}{7})}{-\,4{,}663\times 10^{-3}}$ *division par le négatif* $-\,4{,}663\times 10^{-3}$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \Leftrightarrow T' = aT + b$$

$$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \frac{b}{a} = k\,e^{at} - \frac{-\,aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$$\Leftrightarrow k\times 1 + 20 = 90 \Leftrightarrow k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$$\Leftrightarrow 70\,e^{a(120)} = 40 \Leftrightarrow e^{a(120)} = \frac{4}{7}, \Leftrightarrow \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$\Leftrightarrow 120a = \ln\left(\frac{4}{7}\right) \Leftrightarrow a = \frac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -\,4{,}663\times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$$

$$T \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30 \Leftrightarrow 70\,e^{-0{,}004663t} \leq 10$$

$$\Leftrightarrow e^{-0{,}004663t} \leq \frac{1}{7} \Leftrightarrow \ln(e^{-0{,}004663t}) \leq \ln\left(\frac{1}{7}\right) \Leftrightarrow -\,4{,}663\times 10^{-3}t \leq \ln\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$\Leftrightarrow t \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{7}\right)}{-\,4{,}663\times 10^{-3}} \approx 417{,}3\ \text{s}$$

Exo 13 : température T Newton : $T' = a\,\Delta T$

$$T' = a\,(T - T_{ext}) = aT - aT_{ext} \iff T' = aT + b$$

$$\Rightarrow T = k\,e^{at} - \frac{b}{a} = k\,e^{at} - \frac{-aT_{ext}}{a} = k\,e^{at} + T_{ext} \Rightarrow \boxed{T = k\,e^{at} + 20}$$

température initiale $T(0) = k\,e^{a(0)} + 20 = 90$

$$\iff k \times 1 + 20 = 90 \iff k = 70 \Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{at} + 20}$$

température après 2 mn $T(120) = 70\,e^{a(120)} + 20 = 60$

$$\iff 70\,e^{a(120)} = 40 \iff e^{a(120)} = \frac{4}{7} \iff \ln(e^{a(120)}) = \ln\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$\iff 120a = \ln\left(\frac{4}{7}\right) \iff a = \frac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{120} \approx -4{,}663\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 70\,e^{-0{,}004663t} + 20}$$

$$T \leq 30 \iff 70\,e^{-0{,}004663t} + 20 \leq 30 \iff 70\,e^{-0{,}004663t} \leq 10$$

$$\iff e^{-0{,}004663t} \leq \frac{1}{7} \iff \ln(e^{-0{,}004663t}) \leq \ln\left(\frac{1}{7}\right) \iff -4{,}663\times10^{-3}t \leq \ln\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$\iff t \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{7}\right)}{-4{,}663\times10^{-3}} \approx 417{,}3 \text{ s}$$

Réponse : $\boxed{\text{après } \mathbf{6} \text{ mn } \mathbf{58} \text{ s}}$