

Les fonctions logarithmes

II Le logarithme décimal (*Tronc commun*)

Le *logarithme décimal* de x est noté **$\log (x)$**

a est un réel de $] 0 ; + \infty [$

$\log (x)$ est l'*unique solution* de l'équation **$10^x = a$**

Les fonctions logarithmes

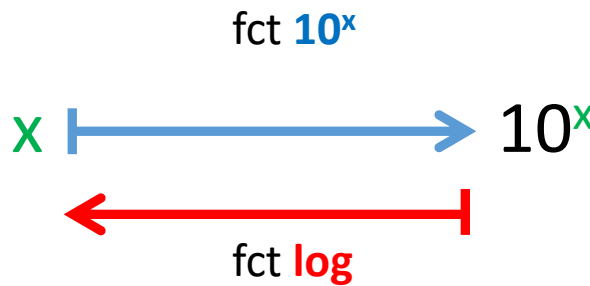
II Le logarithme décimal (Tronc commun)

Le *logarithme décimal* de x est noté $\log(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\log(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $10^x = a$

Conséquences :



$D_{\text{fct } 10^x} = \dots$ $D_{\text{fct } \log} = \dots$

Les fonctions logarithmes

II Le logarithme décimal (Tronc commun)

Le *logarithme décimal* de x est noté $\log(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\log(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $10^x = a$

$10^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow{\text{fct } 10^x} 10^x \xleftarrow{\text{fct } \log} x$

$\mathbb{R} \xrightarrow{\text{fct } 10^x}]0 ; +\infty[\xleftarrow{\text{fct } \log} \mathbb{R}$

$D_{\text{fct } 10^x} = \mathbb{R} \quad D_{\text{fct } \log} =]0 ; +\infty[$

Les fonctions logarithmes

II Le logarithme décimal (Tronc commun)

Le *logarithme décimal* de x est noté $\log(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\log(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $10^x = a$

$10^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow{\text{fct } 10^x} 10^x$ $\mathbb{R} \xrightarrow{\quad}]0 ; +\infty[$
 $\xleftarrow{\text{fct } \log}$ $D_{\text{fct } 10^x} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \log} =]0 ; +\infty[$

➡ La fonction **logarithme décimal** est la *fonction réciproque* de la fct 10^x

➡ $\log(10^x) = x$ pour tous les x de ...

$10^{\log(x)} = x$ pour tous les x de ...

Les fonctions logarithmes

II Le logarithme décimal (Tronc commun)

Le *logarithme décimal* de x est noté $\log(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\log(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $10^x = a$

$10^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow{\text{fct } 10^x} 10^x$ $\mathbb{R} \xrightarrow{\text{fct } \log}]0 ; +\infty[$

$D_{\text{fct } 10^x} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \log} =]0 ; +\infty[$

➡ La fonction **logarithme décimal** est la *fonction réciproque* de la fct 10^x

➡ $\log(10^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $10^{\log(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; +\infty[$

log (x) est l'*unique solution* de l'équation **10^x = a**

a = 10^u > 0 pour tout **u**

Conséquences :

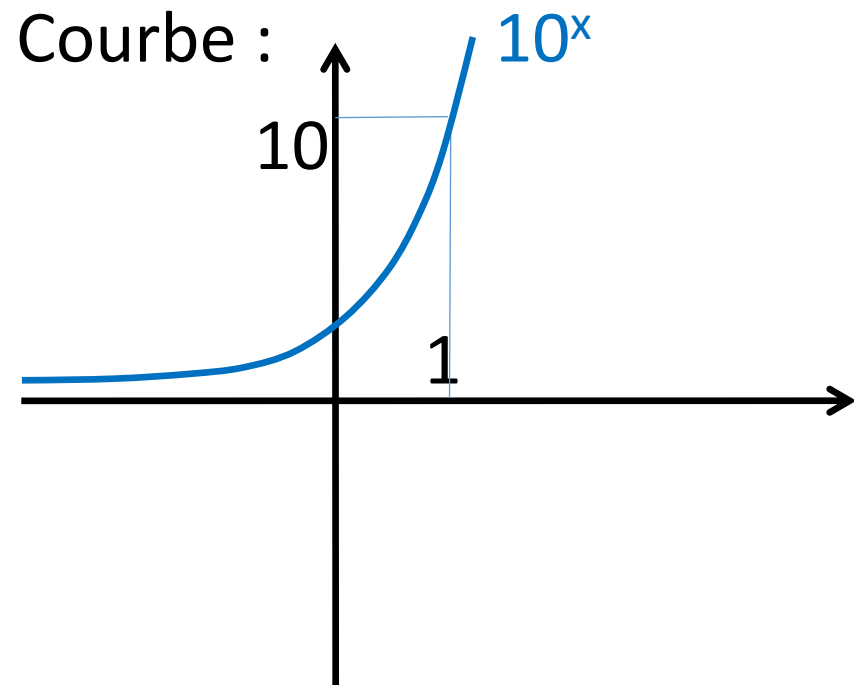
fct 10^x fct ln

$x \mapsto 10^x$ $\mathbb{R} \mapsto]0 ; +\infty[$

$D_{\text{fct } 10^x} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct log}} =]0 ; +\infty[$

→ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct **10^x**

→ **log(10^x) = x** pour tous les **x** de $\mathbb{R}$ **10^{log(x)} = x** pour tous les **x** de $]0 ; +\infty[$



Limites : ...

Sens de variations :

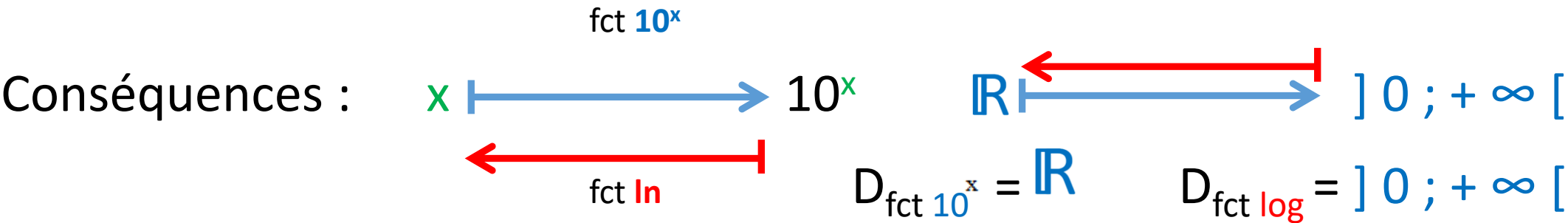
x	...
log x	...

Signes :

x	...
log x	...

log (x) est l'*unique solution* de l'équation **10^x = a**

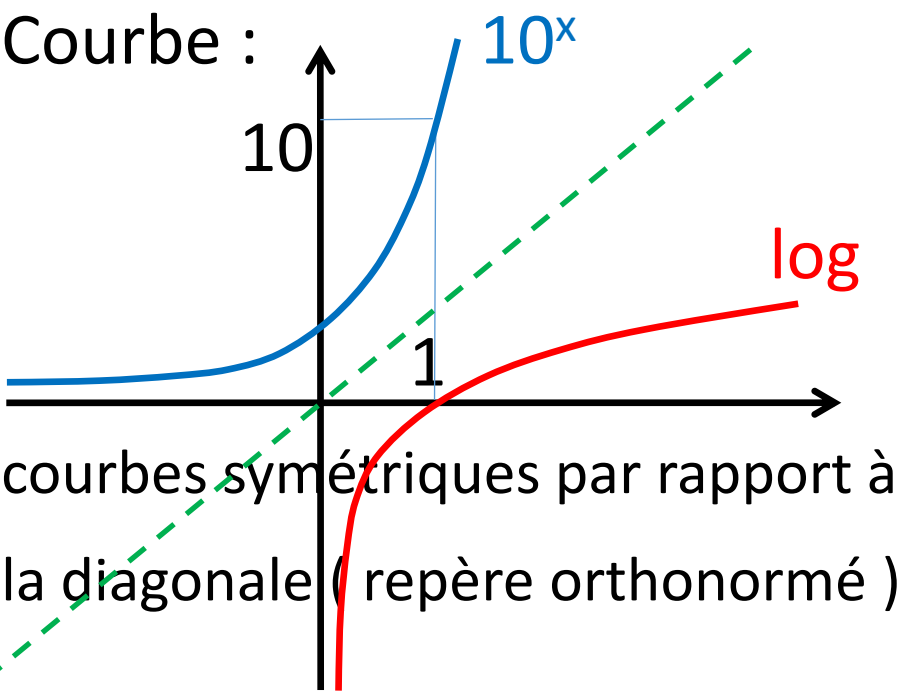
a = 10^u > 0 pour tout **u**



➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct **10^x**

➡ **log(10^x) = x** pour tous les **x** de **R**

10^{log(x)} = x pour tous les **x** de **] 0 ; + ∞ [**



Limites : ...

Sens de variations :

x	...
log x	...

Signes :

x	...
log x	...

log (x) est l'*unique solution* de l'équation **$10^x = a$**

a = $10^u > 0$ pour tout **u**

Conséquences :

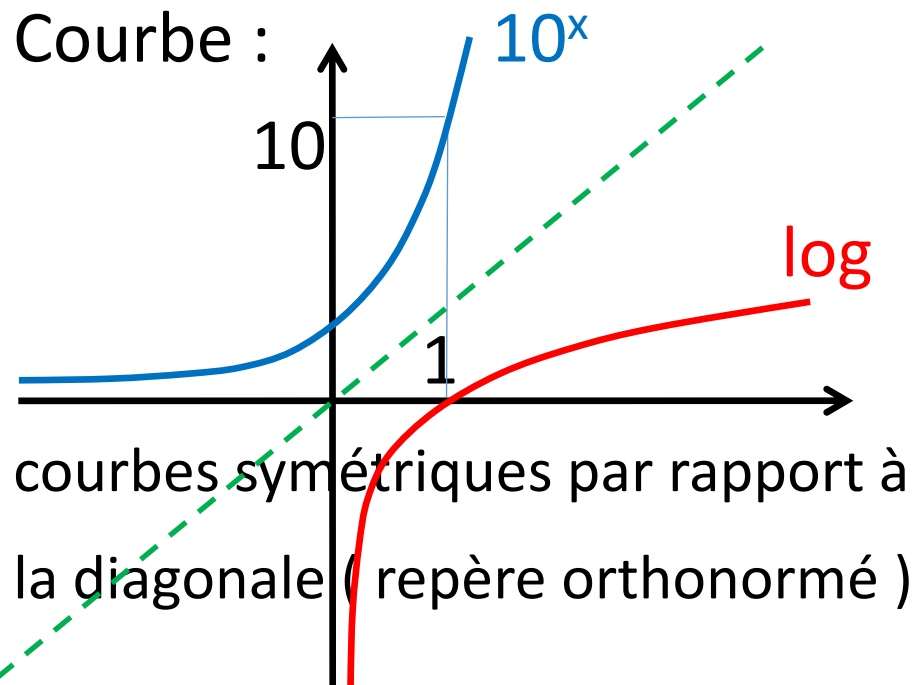
$\begin{array}{ccc} \text{fct } 10^x & \xrightarrow{\quad} & 10^x \\ \xleftarrow{\quad} & \text{fct } \ln & \end{array}$

$\mathbb{R} \xrightarrow{\quad}]0; +\infty[$

$D_{\text{fct } 10^x} = \mathbb{R} \quad D_{\text{fct } \log} =]0; +\infty[$

→ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct **10^x**

→ **$\log(10^x) = x$** pour tous les **x** de **$\mathbb{R}$** **$10^{\log(x)} = x$** pour tous les **x** de **$]0; +\infty[$**



Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log x = +\infty$

Sens de variations :

x	0	$+\infty$
log x		

Signes :

x	0	1	$+\infty$
log x			

- 0 +

Comparaison entre $\ln(x)$ et $\log(x)$:

$$\log(10^x) = x \quad \ln(10^x) = \dots$$

Comparaison entre $\ln(x)$ et $\log(x)$:

$$\log(10^x) = x \quad \ln(10^x) = x \ln(10) \quad \text{devient} \quad \ln(10^x) = \dots \times \ln(10)$$

Comparaison entre $\ln(x)$ et $\log(x)$:

$$\log(10^x) = x \quad \ln(10^x) = x \ln(10) \quad \text{devient} \quad \ln(10^x) = \log(10^x) \times \ln(10)$$

Je nomme 10^x comme un antécédent x

$$\longrightarrow \dots = \dots \times \ln(10)$$

Comparaison entre $\ln(x)$ et $\log(x)$:

$$\log(10^x) = x \quad \ln(10^x) = x \ln(10) \quad \text{devient} \quad \ln(10^x) = \log(10^x) \times \ln(10)$$

Je nomme 10^x comme un antécédent x

$$\Rightarrow \ln(x) = \log(x) \times \ln(10) \Rightarrow$$

$$\log(x) = \ln(x) / \ln(10)$$

Les deux logarithmes sont donc ...

Comparaison entre $\ln(x)$ et $\log(x)$:

$$\log(10^x) = x \quad \ln(10^x) = x \ln(10) \quad \text{devient} \quad \ln(10^x) = \log(10^x) \times \ln(10)$$

Je nomme 10^x comme un antécédent x

$$\Rightarrow \ln(x) = \log(x) \times \ln(10) \quad \Rightarrow \boxed{\log(x) = \ln(x) / \ln(10)}$$

Les deux logarithmes sont donc **proportionnels**

(coefficient de proportionnalité $1 / \ln(10) \approx 0,43$)

Comparaison entre $\ln(x)$ et $\log(x)$:

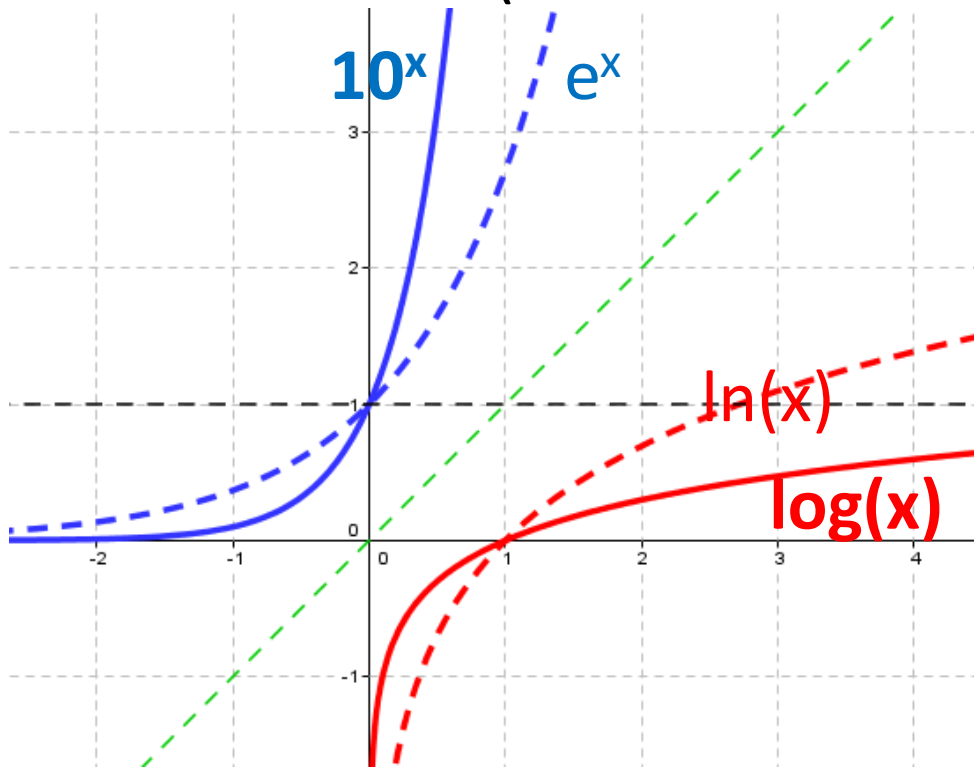
$$\log(10^x) = x \quad \ln(10^x) = x \ln(10) \quad \text{devient} \quad \ln(10^x) = \log(10^x) \times \ln(10)$$

Je nomme 10^x comme un antécédent x

$$\Rightarrow \ln(x) = \log(x) \times \ln(10) \quad \Rightarrow \boxed{\log(x) = \ln(x) / \ln(10)}$$

Les deux logarithmes sont donc **proportionnels**

(coefficient de proportionnalité $1 / \ln(10) \approx 0,43$)



Comparaison entre $\ln(x)$ et $\log(x)$:

$$\log(10^x) = x \quad \ln(10^x) = x \ln(10) \quad \text{devient} \quad \ln(10^x) = \log(10^x) \times \ln(10)$$

Je nomme 10^x comme un antécédent x

$$\Rightarrow \ln(x) = \log(x) \times \ln(10) \quad \Rightarrow \boxed{\log(x) = \ln(x) / \ln(10)}$$

Les deux logarithmes sont donc **proportionnels**

(coefficient de proportionnalité $1 / \ln(10) \approx 0,43$)

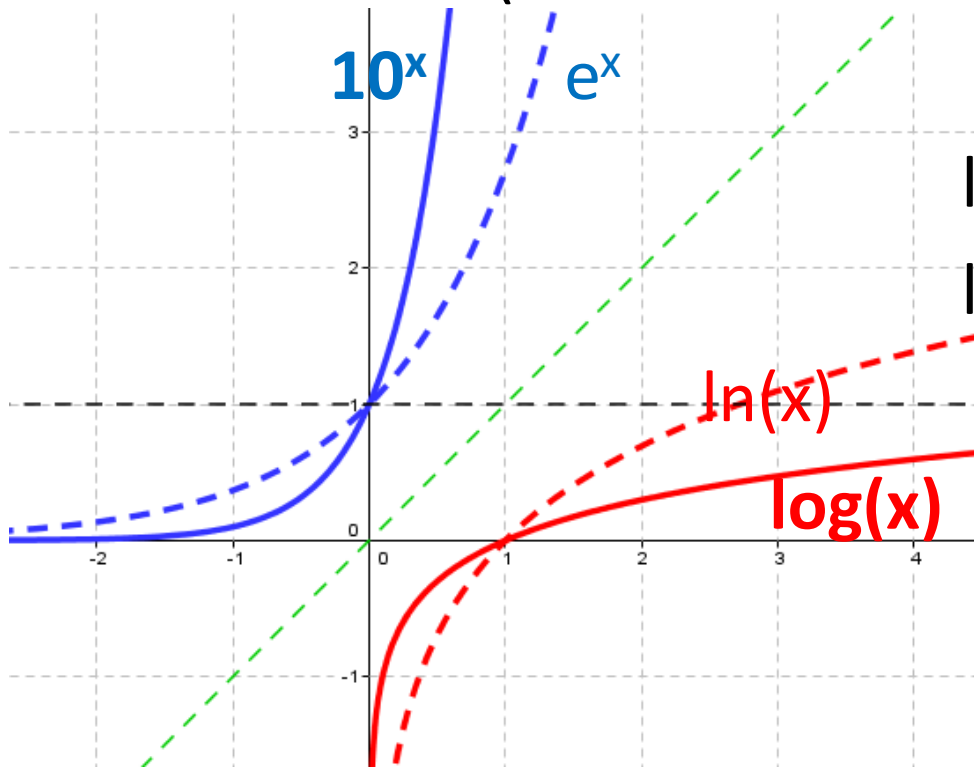
et ont donc les *mêmes propriétés* :

$$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln(a^x) = x \ln(a)$$

$$\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$

$$\log(a^x) = x \log(a)$$



x	0	+ ∞	
log x			

x	0	1	+ ∞
log x		0	+

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

2°) Soit le nombre entier $B = 2345 \times 4680 \times \cos(619\pi/3) \times 16^{3,5} \times 217^5$

L'écriture décimale de B comporte combien de chiffres ?

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

4°) Le plus grand nombre premier connu est le nombre de Mersenne

$$D = 2^{82\,589\,933} - 1$$

Combien possède-t-il de chiffres ?

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$\longrightarrow \dots < \dots < \dots$ car la fonction 10^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < \dots < 10^{15}$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < A < 10^{15} \longrightarrow \boxed{A \approx \dots} \text{ est l'écriture scientifique de } A$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < A < 10^{15} \longrightarrow A \approx a \times 10^{14} \quad \text{est l'écriture scientifique de } A$$

car $1 \leq a < 10$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < A < 10^{15} \longrightarrow A \approx a \times 10^{14} \text{ est l'écriture scientifique de } A$$

2°) Soit le nombre entier $B = 2345 \times 4680 \times \cos(619\pi/3) \times 16^{3,5} \times 217^5$

L'écriture décimale de B comporte combien de chiffres ?

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < A < 10^{15} \longrightarrow A \approx a \times 10^{14} \text{ est l'écriture scientifique de } A$$

2°) Soit le nombre entier $B = 2345 \times 4680 \times \cos(619\pi/3) \times 16^{3,5} \times 217^5$

L'écriture décimale de B comporte combien de chiffres ?

$$\log(B) \approx 22,6 \longrightarrow 22 < \log(B) < 23 \longrightarrow 10^{22} < \dots < 10^{23}$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < A < 10^{15} \longrightarrow A \approx a \times 10^{14} \quad \text{est l'écriture scientifique de } A$$

2°) Soit le nombre entier $B = 2345 \times 4680 \times \cos(619\pi/3) \times 16^{3,5} \times 217^5$

L'écriture décimale de B comporte combien de chiffres ?

$$\log(B) \approx 22,6 \longrightarrow 22 < \log(B) < 23 \longrightarrow 10^{22} < B < 10^{23}$$

$B < 10^{23}$ et 10^{23} s'écrit avec ... chiffres

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < A < 10^{15} \longrightarrow A \approx a \times 10^{14} \quad \text{est l'écriture scientifique de } A$$

2°) Soit le nombre entier $B = 2345 \times 4680 \times \cos(619\pi/3) \times 16^{3,5} \times 217^5$

L'écriture décimale de B comporte combien de chiffres ?

$$\log(B) \approx 22,6 \longrightarrow 22 < \log(B) < 23 \longrightarrow 10^{22} < B < 10^{23}$$

$$B < 10^{23} \quad \text{et } 10^{23} \text{ s'écrit avec 24 chiffres} \longrightarrow B \text{ comporte } \dots \text{ chiffres}$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

1°) Soit l'irrationnel $A = 17895 \times 45123 \times \cos(613\pi/6) \times 13^{3,3} \times 217$

Quel est l'exposant de l'écriture scientifique de A ?

$$\log(A) \approx 14,9 \longrightarrow 14 < \log(A) < 15$$

$$\longrightarrow 10^{14} < 10^{\log(A)} < 10^{15} \quad \text{car la fonction } 10^x \text{ est str. croissante sur } \mathbb{R}$$

$$\longleftrightarrow 10^{14} < A < 10^{15} \longrightarrow A \approx a \times 10^{14} \quad \text{est l'écriture scientifique de } A$$

2°) Soit le nombre entier $B = 2345 \times 4680 \times \cos(619\pi/3) \times 16^{3,5} \times 217^5$

L'écriture décimale de B comporte combien de chiffres ?

$$\log(B) \approx 22,6 \longrightarrow 22 < \log(B) < 23 \longrightarrow 10^{22} < B < 10^{23}$$

$$B < 10^{23} \quad \text{et } 10^{23} \text{ s'écrit avec 24 chiffres} \longrightarrow B \text{ comporte } 23 \text{ chiffres}$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

Méthode : ...

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

Méthode : $\log(C) = \dots$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = \dots$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = 2020 \log(2019) \approx 6676,3754$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = 2020 \log(2019) \approx 6676,3754$$

$$\log(C) \approx 6676,37 \quad \longrightarrow \quad 6676 < \log(C) < 6677$$

$$\longrightarrow 10^{6676} < C < 10^{6677} \quad \longrightarrow C \approx c \times 10^{\dots} \quad \text{est l'écriture scientifique de } C$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = 2020 \log(2019) \approx 6676,3754$$

$$\log(C) \approx 6676,37 \quad \longrightarrow \quad 6676 < \log(C) < 6677$$

$$\longrightarrow 10^{6676} < C < 10^{6677} \quad \longrightarrow \quad C \approx c \times 10^{6676} \quad \text{est l'écriture scientifique de } C$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = 2020 \log(2019) \approx 6676,3754$$

$$\log(C) \approx 6676,37 \quad \longrightarrow \quad 6676 < \log(C) < 6677$$

$$\longrightarrow 10^{6676} < C < 10^{6677} \quad \longrightarrow C \approx c \times 10^{6676} \quad \text{est l'écriture scientifique de } C$$

$$\log(C) \approx \log (c \times 10^{6676}) = \dots$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = 2020 \log(2019) \approx 6676,3754$$

$$\log(C) \approx 6676,37 \quad \longrightarrow \quad 6676 < \log(C) < 6677$$

$$\longrightarrow 10^{6676} < C < 10^{6677} \quad \longrightarrow \quad C \approx c \times 10^{6676} \quad \text{est l'écriture scientifique de } C$$

$$\log(C) \approx \log (c \times 10^{6676}) = \log(c) + \log (10^{6676}) = \log(c) + \dots$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = 2020 \log(2019) \approx 6676,3754$$

$$\log(C) \approx 6676,37 \quad \longrightarrow \quad 6676 < \log(C) < 6677$$

$$\longrightarrow 10^{6676} < C < 10^{6677} \quad \longrightarrow C \approx c \times 10^{6676} \quad \text{est l'écriture scientifique de } C$$

$$\log(C) \approx \log (c \times 10^{6676}) = \log(c) + \log (10^{6676}) = \log(c) + 6676$$

$$\longrightarrow \log(c) = \dots$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

3°) Donnez un ordre de grandeur du nombre $C = 2019^{2020}$

La calculatrice ne peut donner $\log(C) = \log(2019^{2020})$

car C dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$\log(C) = \log(2019^{2020}) = 2020 \log(2019) \approx 6676,3754$$

$$\log(C) \approx 6676,37 \quad \longrightarrow \quad 6676 < \log(C) < 6677$$

$$\longrightarrow 10^{6676} < C < 10^{6677} \quad \longrightarrow \quad C \approx c \times 10^{6676} \quad \text{est l'écriture scientifique de } C$$

$$\log(C) \approx \log(c \times 10^{6676}) = \log(c) + \log(10^{6676}) = \log(c) + 6676$$

$$\longrightarrow \log(c) = \log(C) - 6676 \approx 6676,3754 - 6676 = 0,3754$$

$$\longrightarrow c \approx 10^{0,3754} \approx 2,374$$

Réponse :

$$2019^{2020} \approx$$

$$2,374 \times 10^{6676}$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

Méthode : ...

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

Méthode : $\log(D) = \dots$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

La calculatrice ne peut donner $\log(D) = \log(2^{82\,589\,933} - 1)$
car D dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$D \approx 2^{82\,589\,933} \longrightarrow \log(D) \approx \dots$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

La calculatrice ne peut donner $\log(D) = \log(2^{82\,589\,933} - 1)$

car D dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$D \approx 2^{82\,589\,933} \longrightarrow \log(D) \approx \log(2^{82\,589\,933}) = 82\,589\,933 \log(2) \approx 24\,862\,047,17$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

La calculatrice ne peut donner $\log(D) = \log(2^{82\,589\,933} - 1)$

car D dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$D \approx 2^{82\,589\,933} \longrightarrow \log(D) \approx \log(2^{82\,589\,933}) = 82\,589\,933 \log(2) \approx 24\,862\,047,17$$

$$\longrightarrow 24\,862\,047 < \log(D) < 24\,862\,048$$

$$\longrightarrow 10^{24\,862\,047} < D < 10^{24\,862\,048} \longrightarrow D \text{ comporte } \approx 24\,862\,048 \text{ chiffres}$$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

La calculatrice ne peut donner $\log(D) = \log(2^{82\,589\,933} - 1)$

car D dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$D \approx 2^{82\,589\,933} \longrightarrow \log(D) \approx \log(2^{82\,589\,933}) = 82\,589\,933 \log(2) \approx 24\,862\,047,17$$

$$\longrightarrow 24\,862\,047 < \log(D) < 24\,862\,048$$

$$\longrightarrow 10^{24\,862\,047} < D < 10^{24\,862\,048} \longrightarrow D \text{ comporte } \approx 24\,862\,048 \text{ chiffres}$$

Peut-on dire $D \text{ comporte } = 24\,862\,048 \text{ chiffres ?}$

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

La calculatrice ne peut donner $\log(D) = \log(2^{82\,589\,933} - 1)$

car D dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$D \approx 2^{82\,589\,933} \longrightarrow \log(D) \approx \log(2^{82\,589\,933}) = 82\,589\,933 \log(2) \approx 24\,862\,047,17$$

$$\longrightarrow 24\,862\,047 < \log(D) < 24\,862\,048$$

$$\longrightarrow 10^{24\,862\,047} < D < 10^{24\,862\,048} \longrightarrow D \text{ comporte } \approx 24\,862\,048 \text{ chiffres}$$

Peut-on dire $D \text{ comporte } = 24\,862\,048 \text{ chiffres ?}$

Seulement si l'approximation de 1 sur D n'a pas provoqué un écart d'au moins 1 sur 24 862 048

exemple : ... et ... $- 1$ n'ont pas le même nombre de chiffres !

Exercice 16 : utilisation du log décimal et de la calculatrice

4°) Combien le nombre de Mersenne $D = 2^{82\,589\,933} - 1$ possède-t-il de chiffres ?

La calculatrice ne peut donner $\log(D) = \log(2^{82\,589\,933} - 1)$

car D dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$D \approx 2^{82\,589\,933} \longrightarrow \log(D) \approx \log(2^{82\,589\,933}) = 82\,589\,933 \log(2) \approx 24\,862\,047,17$$

$$\longrightarrow 24\,862\,047 < \log(D) < 24\,862\,048$$

$$\longrightarrow 10^{24\,862\,047} < D < 10^{24\,862\,048} \longrightarrow D \text{ comporte } \approx 24\,862\,048 \text{ chiffres}$$

Peut-on dire $D \text{ comporte } = 24\,862\,048 \text{ chiffres}$?

Seulement si l'approximation de 1 sur D n'a pas provoqué un écart d'au moins 1 sur 24 862 048

exemple : 1000 et $1000 - 1$ n'ont pas le même nombre de chiffres !

La calculatrice ne peut donner $\log(D) = \log(2^{82\,589\,933} - 1)$

car D dépasse ses capacités (maxi 10^{99}).

$$D \approx 2^{82\,589\,933} \longrightarrow \log(D) \approx \log(2^{82\,589\,933}) = 82\,589\,933 \log(2) \approx 24\,862\,047,17$$

$$\longrightarrow 24\,862\,047 < \log(D) < 24\,862\,048$$

$$\longrightarrow 10^{24\,862\,047} < D < 10^{24\,862\,048} \longrightarrow D \text{ comporte } \approx 24\,862\,048 \text{ chiffres}$$

Peut-on dire $D \text{ comporte } = 24\,862\,048 \text{ chiffres} \text{ ?}$

Seulement si l'approximation de 1 sur D n'a pas provoqué un écart d'au moins 1 sur 24 862 048

exemple : 1000 et $1000 - 1$ n'ont pas le même nombre de chiffres !

Les seuls nombres qui perdent un chiffre sont ceux du type 10^n

$2^{82\,589\,933}$ n'en fait pas partie (les n^b 2^n se terminent par 2, 4, 8 ou 6)

$$\longrightarrow 2^{82\,589\,933} - 1 \text{ possède } 24\,862\,048 \text{ chiffres}$$

Exercice 17 :

L'homme détecte un son à partir d'une intensité acoustique I_a de 10^{-12} W/m², et son tympan est endommagé à partir de 100 W/m².

Il saisit une différence lorsque les intensités sont dans un rapport de 1 à 10.

- 1°) Combien y a-t-il d'intensités "charnières" pour la sensation humaine ?
- 2°) Placez ces intensités sur un axe gradué (échelle 5 W/m² par cm) . Quel défaut remarquez-vous ?
- 3°) Au lieu de placer sur un axe les valeurs numériques des intensités, que proposez-vous comme caractéristique à placer sur un nouvel axe ? Quelle est l'échelle si l'on veut que toutes ces valeurs occupent un segment de 21 cm ? Comment sont placées toutes ces valeurs sur ce nouvel axe ?
- 4°) Quelle est la fonction permettant de déterminer cette nouvelle caractéristique pour n'importe quelle intensité ?
- 5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB.

Retrouvez l'expression $f(I_a)$ de Mr Bell.

Exercice 17 :

L'homme détecte un son à partir d'une intensité acoustique I_a de 10^{-12} W/m^2 , et son tympan est endommagé à partir de 100 W/m^2 .

Il saisit une différence lorsque les intensités sont dans un rapport de 1 à 10.

1°) Combien y a-t-il d'intensités "charnières" pour la sensation humaine ?

Exercice 17 : L'homme détecte un son à partir d'une intensité acoustique de 10^{-12} W/m^2 , et son tympan est endommagé à partir de 100 W/m^2 .

L'homme saisit une différence lorsque les intensités sont dans un rapport de 1 à 10.

1°) Combien y a-t-il d'intensités "charnières" pour la sensation humaine ?

rapport de 1 à 10 : mini 10^{-12} $\longrightarrow$ $10^{-12} \times 10 = 10^{-11}$ $\longrightarrow$ $10^{-11} \times 10 = 10^{-10}$

etc... 10^{-9} 10^{-8} etc... 0,01 0,1 1 $\longrightarrow$ 10 $\longrightarrow$ maxi 100 = 10^2

Il y a $2 - (-12) + 1 = 15$ intensités "charnières".

Exercice 17 : L'homme détecte un son à partir d'une intensité acoustique de 10^{-12} W/m^2 , et son tympan est endommagé à partir de 100 W/m^2 .

L'homme saisit une différence lorsque les intensités sont dans un rapport de 1 à 10.

1°) Combien y a-t-il d'intensités "charnières" pour la sensation humaine ?

rapport de 1 à 10 : mini 10^{-12} $\longrightarrow$ $10^{-12} \times 10 = 10^{-11}$ $\longrightarrow$ $10^{-11} \times 10 = 10^{-10}$

etc... 10^{-9} 10^{-8} etc... 0,01 0,1 1 $\longrightarrow$ 10 $\longrightarrow$ maxi 100 = 10^2

Il y a $2 - (-12) + 1 = 15$ intensités "charnières".

2°) Placez ces intensités sur un axe gradué (échelle 5 W/m^2 par cm) . Quel défaut remarquez-vous ?



Défaut : ...

Exercice 17 : L'homme détecte un son à partir d'une intensité acoustique de 10^{-12} W/m^2 , et son tympan est endommagé à partir de 100 W/m^2 .

L'homme saisit une différence lorsque les intensités sont dans un rapport de 1 à 10.

1°) Combien y a-t-il d'intensités "charnières" pour la sensation humaine ?

rapport de 1 à 10 : mini 10^{-12} $\Rightarrow 10^{-12} \times 10 = 10^{-11} \Rightarrow 10^{-11} \times 10 = 10^{-10}$

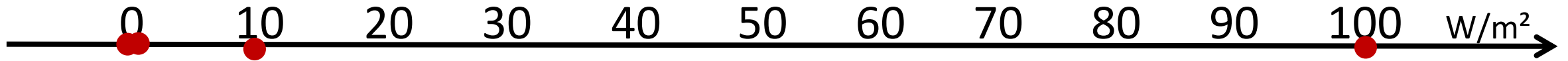
etc... 10^{-9} 10^{-8} etc... 0,01 0,1 1 $\Rightarrow 10 \Rightarrow$ maxi $100 = 10^2$

Il y a $2 - (-12) + 1 = 15$ intensités "charnières".

2°) Placez ces intensités sur un axe gradué (échelle 5 W/m^2 par cm). Quel défaut remarquez-vous ?



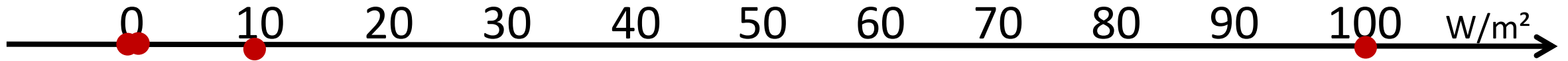
Défaut : seuls 2 points sont distinguables, 13 sont confondus sur une toute petite plage.



3°) Au lieu de placer sur un axe les valeurs numériques des intensités, que proposez-vous comme caractéristique à placer sur un nouvel axe ?

mini 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} etc... 10^{-2} ; 10^{-1} ; 0,1 ; 1 ; 10 ; maxi 100 W/m^2

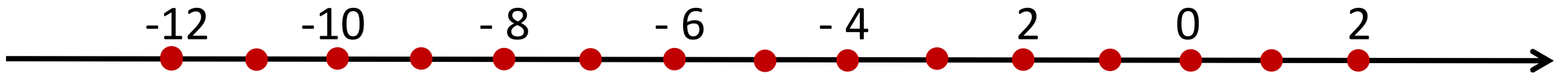
On peut placer les ... des intensités :

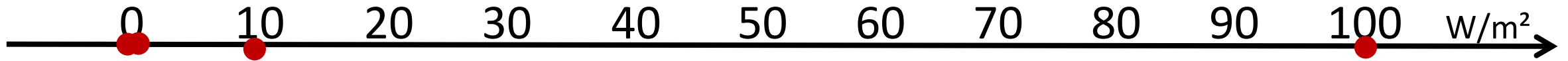


3°) Au lieu de placer sur un axe les valeurs numériques des intensités, que proposez-vous comme caractéristique à placer sur un nouvel axe ?

mini 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} etc... 10^{-2} ; 10^{-1} ; 0,1 ; 1 ; 10 ; maxi 100 W/m^2

On peut placer les exposants des intensités :

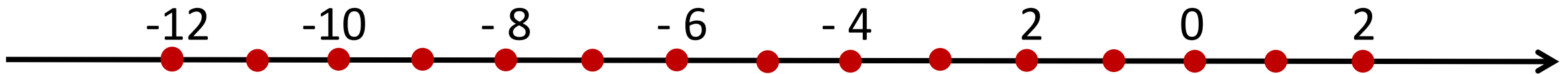




3°) Au lieu de placer sur un axe les valeurs numériques des intensités, que proposez-vous comme caractéristique à placer sur un nouvel axe ?

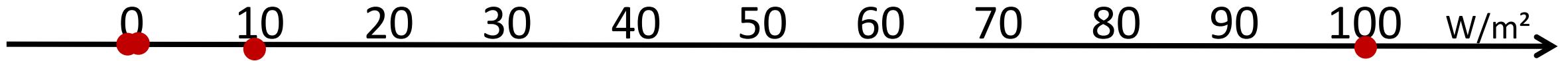
mini 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} etc... 10^{-2} ; 10^{-1} ; 0,1 ; 1 ; 10 ; maxi 100 W/m^2

On peut placer les exposants des intensités :



Quelle est l'échelle si l'on veut que toutes ces valeurs occupent un segment de 21 cm ?

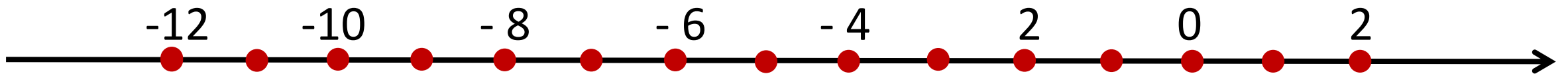
... cm/unité



3°) Au lieu de placer sur un axe les valeurs numériques des intensités, que proposez-vous comme caractéristique à placer sur un nouvel axe ?

mini 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} etc... 10^{-2} ; 10^{-1} ; 0,1 ; 1 ; 10 ; maxi 100 W/m^2

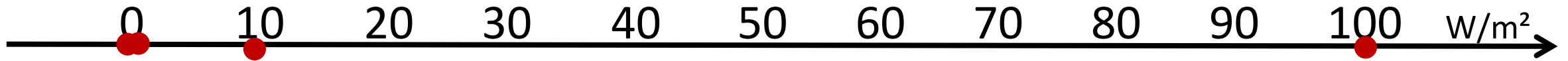
On peut placer les exposants des intensités :



Quelle est l'échelle si l'on veut que toutes ces valeurs occupent un segment de 21 cm ?

$$2 - (-12) = 14$$

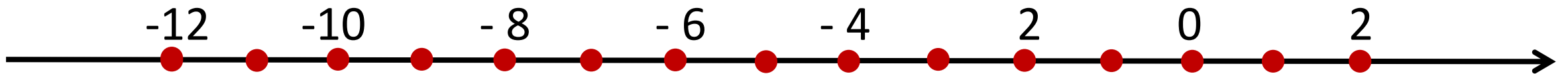
$$21 / 14 = \mathbf{1,5 \text{ cm/unité}}$$



3°) Au lieu de placer sur un axe les valeurs numériques des intensités, que proposez-vous comme caractéristique à placer sur un nouvel axe ?

mini 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} etc... 10^{-2} ; 10^{-1} ; 0,1 ; 1 ; 10 ; maxi 100 W/m^2

On peut placer les exposants des intensités :

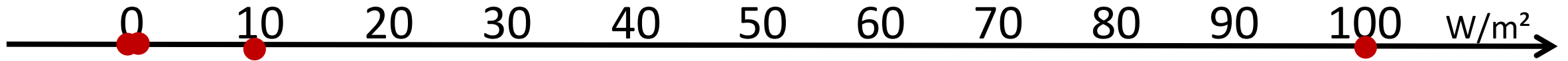


Quelle est l'échelle si l'on veut que toutes ces valeurs occupent un segment de 21 cm ?

$$2 - (-12) = 14 \quad 21 / 14 = \mathbf{1,5 \text{ cm/unité}}$$

Comment sont placées toutes ces valeurs sur ce nouvel axe ?

...



3°) Au lieu de placer sur un axe les valeurs numériques des intensités, que proposez-vous comme caractéristique à placer sur un nouvel axe ?

mini 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} etc... 10^{-2} ; 10^{-1} ; 0,1 ; 1 ; 10 ; maxi 100 W/m^2

On peut placer les exposants des intensités :



Quelle est l'échelle si l'on veut que toutes ces valeurs occupent un segment de 21 cm ?

$$2 - (-12) = 14 \quad 21 / 14 = \mathbf{1,5 \text{ cm/unité}}$$

Comment sont placées toutes ces valeurs sur ce nouvel axe ?

Toutes ces valeurs sont placées **à égales distances** les unes des autres.

4°) Quelle est la fonction permettant de déterminer cette nouvelle caractéristique pour n'importe quelle intensité ?

On cherche la fonction f telle que $f(10^n) = n$

f est la fonction ...

4°) Quelle est la fonction permettant de déterminer cette nouvelle caractéristique pour n'importe quelle intensité ?

On cherche la fonction f telle que $f(10^n) = n$

f est la fonction **logarithme décimal** car $\log(10^n) = n$

4°) Quelle est la fonction permettant de déterminer cette nouvelle caractéristique pour n'importe quelle intensité ?

On cherche la fonction f telle que $f(10^n) = n$

f est la fonction **logarithme décimal** car $\log(10^n) = n$

Autre méthode :

$$\Rightarrow f(x) = n = \frac{n \ln(10)}{\ln(10)}$$

4°) Quelle est la fonction permettant de déterminer cette nouvelle caractéristique pour n'importe quelle intensité ?

On cherche la fonction f telle que $f(10^n) = n$

f est la fonction **logarithme décimal** car $\log(10^n) = n$

Autre méthode :

$$\Rightarrow f(x) = n = \frac{n \ln(10)}{\ln(10)} = \frac{\ln(10^n)}{\ln(10)}$$

4°) Quelle est la fonction permettant de déterminer cette nouvelle caractéristique pour n'importe quelle intensité ?

On cherche la fonction f telle que $f(10^n) = n$

f est la fonction **logarithme décimal** car $\log(10^n) = n$

Autre méthode :

$$\Rightarrow f(x) = n = \frac{n \ln(10)}{\ln(10)} = \frac{\ln(10^n)}{\ln(10)} = \log(10^n)$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction **f** telle que **$f(10^{-12}) = 0$ dB** et **$f(100) = 140$ dB**. Retrouvez l'expression **$f(x)$** de Mr Bell.

L'expression **$f(10^n)$** doit tenir compte de l'exposant **n** de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique **I_a** pour que les faibles valeurs **10^n** du début ne se chevauchent pas

➡ **$f(10^n) = \dots$**

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction **f** telle que **$f(10^{-12}) = 0$ dB** et **$f(100) = 140$ dB**. Retrouvez l'expression **$f(x)$** de Mr Bell.

L'expression **$f(10^n)$** doit tenir compte de l'exposant **n** de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique **I_a** pour que les faibles valeurs **10^n** du début ne se chevauchent pas

➡ **$f(10^n) = a \log(10^n) + b$**

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction **f** telle que **$f(10^{-12}) = 0$ dB** et **$f(100) = 140$ dB**. Retrouvez l'expression **$f(x)$** de Mr Bell.

L'expression **$f(10^n)$** doit tenir compte de l'exposant **n** de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique **I_a** pour que les faibles valeurs **10^n** du début ne se chevauchent pas

→ **$f(10^n) = a \log(10^n) + b$**

$f(10^{-12}) = 0$ ↔ ...

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction **f** telle que **$f(10^{-12}) = 0$ dB** et **$f(100) = 140$ dB**. Retrouvez l'expression **$f(x)$** de Mr Bell.

L'expression **$f(10^n)$** doit tenir compte de l'exposant **n** de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique **I_a** pour que les faibles valeurs **10^n** du début ne se chevauchent pas

$$\longrightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \longleftrightarrow a \log(10^{-12}) + b = 0$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction **f** telle que **$f(10^{-12}) = 0$ dB** et **$f(100) = 140$ dB**. Retrouvez l'expression **$f(x)$** de Mr Bell.

L'expression **$f(10^n)$** doit tenir compte de l'exposant **n** de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique **I_a** pour que les faibles valeurs **10^n** du début ne se chevauchent pas

→ **$f(10^n) = a \log(10^n) + b$**

$f(10^{-12}) = 0$ ↔ **$a \log(10^{-12}) + b = 0$** **$f(100) = 140$** ↔ ...

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\longrightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \longleftrightarrow a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \longleftrightarrow a \log(10^2) + b = 140$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

La 1^{ère} donne $b = \dots$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction **f** telle que **$f(10^{-12}) = 0$ dB** et **$f(100) = 140$ dB**. Retrouvez l'expression **$f(x)$** de Mr Bell.

L'expression **$f(10^n)$** doit tenir compte de l'exposant **n** de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique **I_a** pour que les faibles valeurs **10^n** du début ne se chevauchent pas

$$\longrightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

La 2^{ème} devient ...

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction **f** telle que **$f(10^{-12}) = 0$ dB** et **$f(100) = 140$ dB**. Retrouvez l'expression **$f(x)$** de Mr Bell.

L'expression **$f(10^n)$** doit tenir compte de l'exposant **n** de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique **I_a** pour que les faibles valeurs **10^n** du début ne se chevauchent pas

$$\longrightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff a = \dots$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = \dots$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120$$

$$\text{Réponse : } f(I_a) = \dots$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120 \qquad \text{Réponse : } f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120 \qquad \text{Réponse : } f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120$$

$$f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120 = 10 (\log(I_a) - \dots)$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120 \qquad \text{Réponse : } f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120$$

$$f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120 = 10 (\log(I_a) - (-12))$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120 \qquad \text{Réponse : } f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120$$

$$f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120 = 10 (\log(I_a) - (-12)) = 10 (\log(I_a) - \log(\dots))$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120 \qquad \text{Réponse : } f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120$$

$$f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120 = 10 (\log(I_a) - (-12)) = 10 (\log(I_a) - \log(10^{-12}))$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120 \qquad \text{Réponse : } f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120$$

$$f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120 = 10 (\log(I_a) - (-12)) = 10 (\log(I_a) - \log(10^{-12}))$$

$$\iff f(I_a) = 10 \log(\dots)$$

5°) On cherche à remplacer l'intensité acoustique par une **valeur numérique** plus compréhensible pour les humains. Mr Bell propose comme loi une fonction f telle que $f(10^{-12}) = 0$ dB et $f(100) = 140$ dB. Retrouvez l'expression $f(x)$ de Mr Bell.

L'expression $f(10^n)$ doit tenir compte de l'exposant n de la puissance de 10 et non de la valeur numérique de l'intensité acoustique I_a pour que les faibles valeurs 10^n du début ne se chevauchent pas

$$\Rightarrow f(10^n) = a \log(10^n) + b$$

$$f(10^{-12}) = 0 \iff a \log(10^{-12}) + b = 0 \qquad f(100) = 140 \iff a \log(10^2) + b = 140$$

$$\text{La 1}^{\text{ère}} \text{ donne } b = -a \log(10^{-12}) = -a(-12) = 12a$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ devient } a(2) + 12a = 140 \iff 14a = 140 \iff a = 10$$

$$\text{On en déduit } b = 12a = 120 \qquad \text{Réponse : } f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120$$

$$f(I_a) = 10 \log(I_a) + 120 = 10 (\log(I_a) - (-12)) = 10 (\log(I_a) - \log(10^{-12}))$$

$$\iff f(I_a) = 10 \log(I_a / 10^{-12}) \text{ qui est la relation la plus souvent présentée.}$$