Exercice 8 :

Un dé a été truqué :

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35

A est l’événement « Obtenir une face paire »,

B est l’événement « Obtenir au moins 2 ».

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2°) Si le dé n’est pas truqué, les événements A et B sont-ils indépendants ?

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire »   B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire »   B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

p(A) = 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,65

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

p(A) = 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,65

p(B) = 0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,8

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,65$

$p(B) = 0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,8$

$p(A \cap B) = 0,15 + 0,35 = 0,5$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,65$

$p(B) = 0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,8$

$p(A \cap B) = 0,15 + 0,35 = 0,5 \neq p(A) \times p(B)$ $\Longrightarrow$ Non

év. indépendants $\Longleftrightarrow$ $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

$0,5 \neq 0,65 \times 0,8 = 0,52$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,65$

$p(B) = 0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,8$

$p(A \cap B) = 0,15 + 0,35 = 0,5 \neq p(A) \times p(B)$ $\Longrightarrow$ Non

Autre méthode :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}35 = 0{,}65$

$p(B) = 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}35 = 0{,}8$

$p(A \cap B) = 0{,}15 + 0{,}35 = 0{,}5 \neq p(A) \times p(B)$ $\Longrightarrow$ Non

Autre méthode :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0{,}5}{0{,}8} = 0{,}625$$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,05	0,15	0,15	0,15	0,15	0,35
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire »   B = « Obtenir au moins 3 »

1°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,65$

$p(B) = 0,15 + 0,15 + 0,15 + 0,35 = 0,8$

$p(A \cap B) = 0,15 + 0,35 = 0,5 \neq p(A) \times p(B) \Longrightarrow$ Non

Autre méthode :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625 \neq p(A)$$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,1	0,15	0,15	0,15	0,15	0,3

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Si le dé n’est pas truqué, les événements A et B sont-ils indépendants ?

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

A = « Obtenir une face paire »   B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Si le dé n'est pas truqué, les événements A et B sont-ils indépendants ?

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire »   B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire »   B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

p(A) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6

p(B) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6$

$p(B) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6$

$p(A \cap B) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6$

$p(B) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6$

$p(A \cap B) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = p(A) \times p(B)$ $\Rightarrow$ Oui

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6$

$p(B) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6$

$p(A \cap B) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = p(A) \times p(B)$ $\Rightarrow$ Oui

Autre méthode :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6$

$p(B) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6$

$p(A \cap B) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = p(A) \times p(B)$ ⇨ Oui

Autre méthode :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{2/6}{4/6} = 2/4$$

Face	1	2	3	4	5	6
probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		A		A		A
			B	B	B	B

A = « Obtenir une face paire » B = « Obtenir au moins 3 »

2°) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$p(A) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6$

$p(B) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6$

$p(A \cap B) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = p(A) \times p(B)$ ⇒ Oui

Autre méthode :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{2/6}{4/6} = 2/4 = p(A)$$

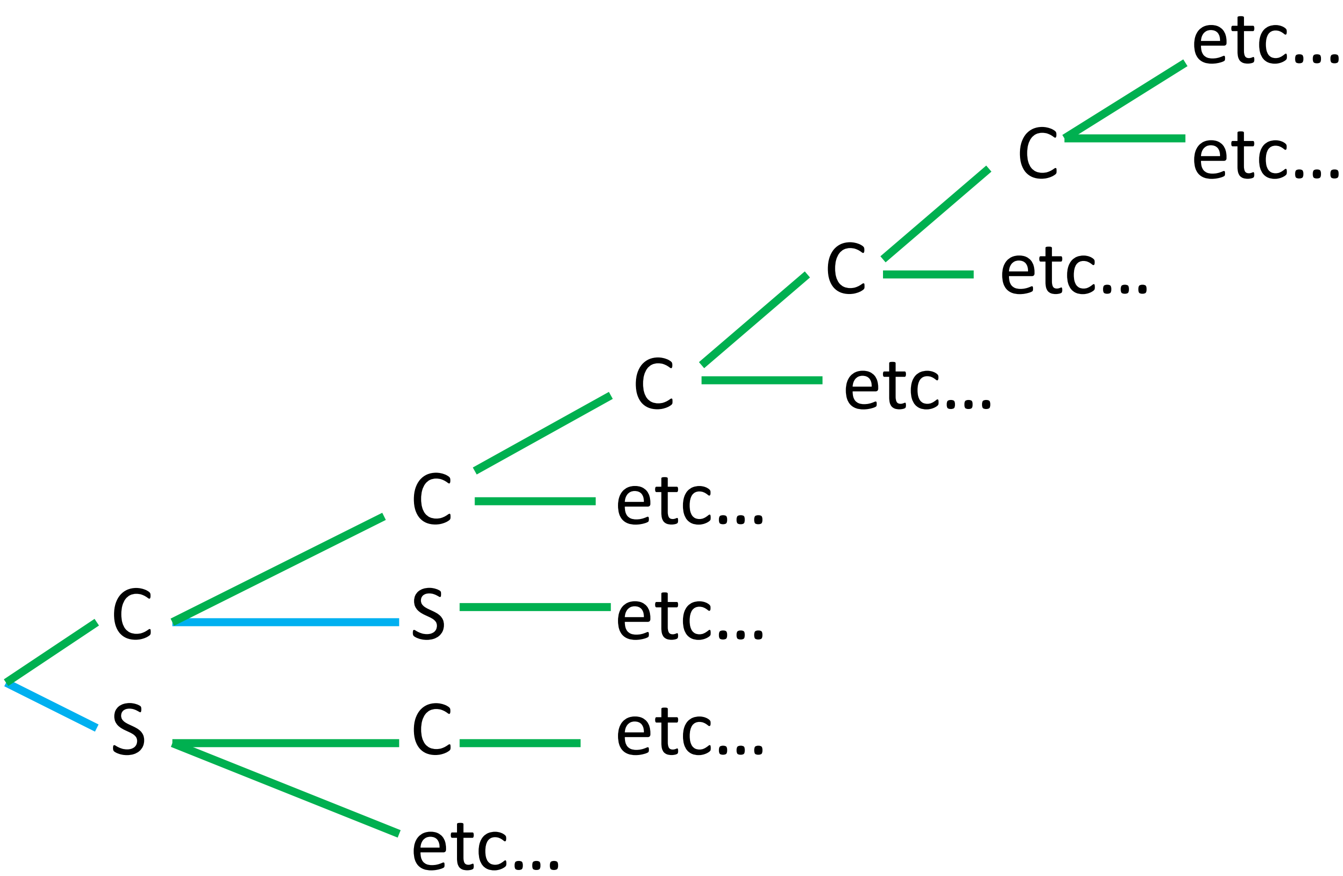
Exercice 9 :

Un fabricant de corn-flakes cache un cadeau dans certains paquets.

La probabilité de gagner 1 cadeau en achetant 20 paquets est d’environ 27%.

Quelle est la proportion de paquets contenant un cadeau ?

Je nomme (et jeune fille) p la proportion de cadeaux dans les paquets, C un paquet avec cadeau, S un paquet sans cadeau.



Je ne construis pas tout l'arbre car il est très gros.

Les paquets sont indépendants des autres : équivalent à un tirage avec remise.

La probabilité de gagner 1 cadeau en achetant 20 paquets est d’environ 27%.

Seule possibilité : ...

La probabilité de gagner 1 cadeau en achetant 20 paquets est d’environ 27%.

Seule possibilité : j’ai acheté 20 paquets et j’ai obtenu 1 paquet avec cadeau et 19 paquets sans cadeaux.

Issues possibles :

ce cadeau a été obtenu …

La probabilité de gagner 1 cadeau en achetant 20 paquets est d'environ 27%.

Seule possibilité : j'ai acheté 20 paquets et j'ai obtenu 1 paquet avec cadeau et 19 paquets sans cadeaux.

Issues possibles :

ce cadeau a été obtenu soit dans le 1er paquet, soit dans le 2ème, soit dans le 3ème, etc… , soit dans le 20ème paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : …

La probabilité de gagner 1 cadeau en achetant 20 paquets est d’environ 27%.

Seule possibilité : j’ai acheté 20 paquets et j’ai obtenu 1 paquet avec cadeau et 19 paquets sans cadeaux.

Issues possibles :

ce cadeau a été obtenu soit dans le 1^{er} paquet, soit dans le $2^{ème}$, soit dans le $3^{ème}$, etc… , soit dans le $20^{ème}$ paquet.

Nombres d’issues favorables possibles : 20

Probabilité d’une issue possible : …

Issues possibles : ce cadeau a été obtenu soit dans le 1^{er} paquet, soit dans le $2^{ème}$, soit dans le $3^{ème}$, etc… , soit dans le $20^{ème}$ paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : 20

Par exemple ce cadeau a été obtenu dans le $4^{ème}$ paquet : cela correspond dans l'arbre à la branche

Issues possibles : ce cadeau a été obtenu soit dans le 1er paquet, soit dans le 2ème, soit dans le 3ème, etc… , soit dans le 20ème paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : 20

Par exemple ce cadeau a été obtenu dans le 4ème paquet : cela correspond dans l'arbre à la branche

$S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6$ etc… $S_{18} — S_{19} — S_{20}$

Issues possibles : ce cadeau a été obtenu soit dans le 1^{er} paquet, soit dans le $2^{ème}$, soit dans le $3^{ème}$, etc… , soit dans le $20^{ème}$ paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : 20

Par exemple ce cadeau a été obtenu dans le $4^{ème}$ paquet : cela correspond dans l'arbre à la branche

S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6 etc… S_{18} — S_{19} — S_{20}

Probabilité de cette issue :

Issues possibles : ce cadeau a été obtenu soit dans le 1er paquet, soit dans le 2ème, soit dans le 3ème, etc… , soit dans le 20ème paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : 20

Par exemple ce cadeau a été obtenu dans le 4ème paquet : cela correspond dans l'arbre à la branche

$S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6$ etc… $S_{18} — S_{19} — S_{20}$

Probabilité de cette issue :

$(1 - p) \times (1 - p) \times (1 - p) \times p \times (1 - p) \times$ etc… $\times (1 - p)$

$= (1 - p)^{19} \times p$

Issues possibles : ce cadeau a été obtenu soit dans le 1er paquet, soit dans le 2ème, soit dans le 3ème, etc… , soit dans le 20ème paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : 20

Par exemple ce cadeau a été obtenu dans le 4ème paquet : cela correspond dans l'arbre à la branche

$S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6$ etc… $S_{18} — S_{19} — S_{20}$

Probabilité de cette issue :

$(1 - p) \times (1 - p) \times (1 - p) \times p \times (1 - p) \times$ etc… $\times (1 - p)$

$= (1 - p)^{19} \times p$

Propriété commune à toutes les issues favorables :

Issues possibles : ce cadeau a été obtenu soit dans le 1^{er} paquet, soit dans le $2^{ème}$, soit dans le $3^{ème}$, etc… , soit dans le $20^{ème}$ paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : 20

Par exemple ce cadeau a été obtenu dans le $4^{ème}$ paquet : cela correspond dans l'arbre à la branche

S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6 etc… S_{18} — S_{19} — S_{20}

Probabilité de cette issue :

$(1 - p) \times (1 - p) \times (1 - p) \times p \times (1 - p) \times$ etc… $\times (1 - p)$

$= (1 - p)^{19} \times p$

Propriété commune à toutes les issues favorables : les issues sont différentes mais elles ont chacune la même probabilité.

⇒ p(obtenir 1 cadeau) = …

Issues possibles : ce cadeau a été obtenu soit dans le 1er paquet, soit dans le 2ème, soit dans le 3ème, etc… , soit dans le 20ème paquet.

Nombres d'issues favorables possibles : 20

Par exemple ce cadeau a été obtenu dans le 4ème paquet : cela correspond dans l'arbre à la branche

S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6 etc… S_{18} — S_{19} — S_{20}

Probabilité de cette issue :

$(1-p)\times(1-p)\times(1-p)\times p\times(1-p)\times$ etc… $\times(1-p)$

$= (1-p)^{19}\times p$

Propriété commune à toutes les issues favorables : les issues sont différentes mais elles ont chacune la même probabilité.

⇒ p(obtenir 1 cadeau) = $20\times(1-p)^{19}\times p$

S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6 etc... C_{18} — S_{19} — S_{20}

Probabilité de cette issue :

$(1-p)\times(1-p)\times(1-p)\times p\times(1-p)\times$ etc... $\times(1-p)$

$= (1-p)^{19}\times p$

Propriété commune à toutes les issues favorables : les issues sont différentes mais elles ont chacune la même probabilité.

⇨ p(obtenir 1 cadeau) = $20\times(1-p)^{19}\times p$

On cherche p pour obtenir ...

$S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6$ etc... $C_{18} — S_{19} — S_{20}$

Probabilité de cette issue :

$(1-p)\times(1-p)\times(1-p)\times p\times(1-p)\times$ etc... $\times(1-p)$

$= (1-p)^{19}\times p$

Propriété commune à toutes les issues favorables : les issues sont différentes mais elles ont chacune la même probabilité.

$\Rightarrow$ p(obtenir 1 cadeau) $= 20\times(1-p)^{19}\times p$

On cherche p pour obtenir $20\times(1-p)^{19}\times p \approx 27\%$

... ?

$S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6$ etc… $C_{18} — S_{19} — S_{20}$

Probabilité de cette issue :

$(1-p)\times(1-p)\times(1-p)\times p\times(1-p)\times$ etc… $\times(1-p)$

$= (1-p)^{19}\times p$

Propriété commune à toutes les issues favorables : les issues sont différentes mais elles ont chacune la même probabilité.

$\Rightarrow$ $p($ obtenir 1 cadeau $) = 20\times(1-p)^{19}\times p$

On cherche p pour obtenir $20\times(1-p)^{19}\times p \approx 27\%$

Impossible de résoudre algébriquement !

… ?

$S_1 — S_2 — S_3 — C_4 — S_5 — S_6$ etc… $C_{18} — S_{19} — S_{20}$

Probabilité de cette issue :

$(1 - p)\times(1 - p)\times(1 - p)\times p\times(1 - p)\times$ etc… $\times(1 - p)$

$= (1 - p)^{19}\times p$

Propriété commune à toutes les issues favorables : les issues sont différentes mais elles ont chacune la même probabilité.

$\Rightarrow$ p(obtenir 1 cadeau) $= 20\times(1 - p)^{19}\times p$

On cherche p pour obtenir $20\times(1 - p)^{19}\times p \approx 27\%$

Impossible de résoudre algébriquement !

On utilise sa calculatrice. On obtient $p \approx$ …

$p($ obtenir 1 cadeau $) = 20 \times (1 - p)^{19} \times p$

On cherche p pour obtenir $20 \times (1 - p)^{19} \times p \approx 27\%$

Impossible de résoudre algébriquement !

On utilise sa calculatrice.

On tape $20 \times (1 - X)^{19} \times X$ en Y1 et 0,27 en Y2

Windows Xmini = 0 Xmaxi = 1 Ymini = 0 Ymaxi = 1

On obtient $p \approx \ldots$

$p($ obtenir 1 cadeau $) = 20\times(1-p)^{19}\times p$

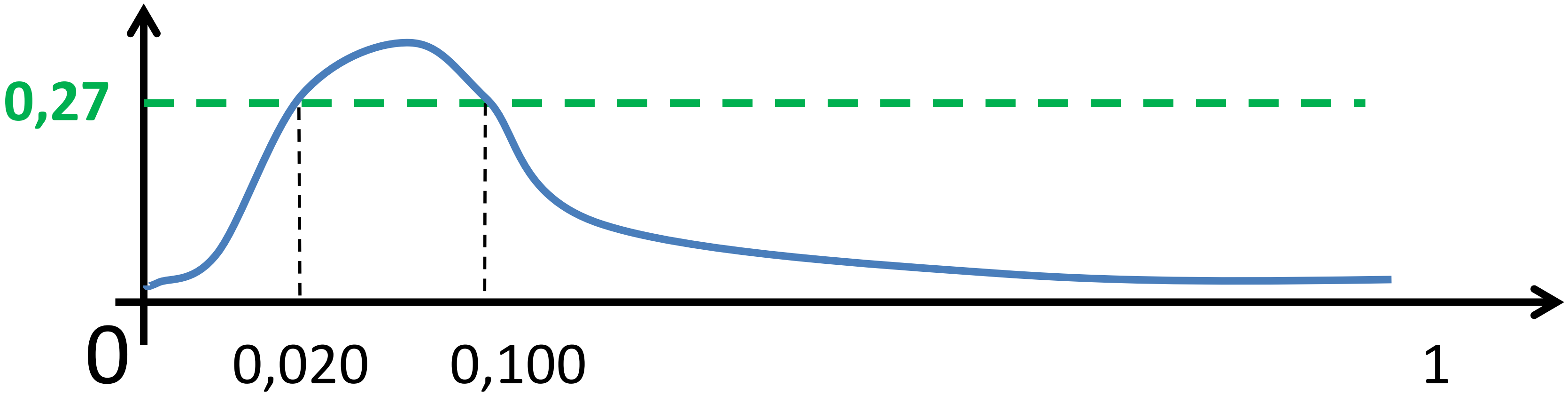
On cherche p pour obtenir $20\times(1-p)^{19}\times p \approx 27\%$

Impossible de résoudre algébriquement !

On utilise sa calculatrice.

On tape $20\times(1-X)^{19}\times X$ en Y1 et 0,27 en Y2

Windows Xmini = 0 Xmaxi = 1 Ymini = 0 Ymaxi = 0,5



On obtient $p \approx 2\%$ ou $p \approx 10\%$

$p($ obtenir 1 cadeau $) = 20 \times (1 - p)^{19} \times p$

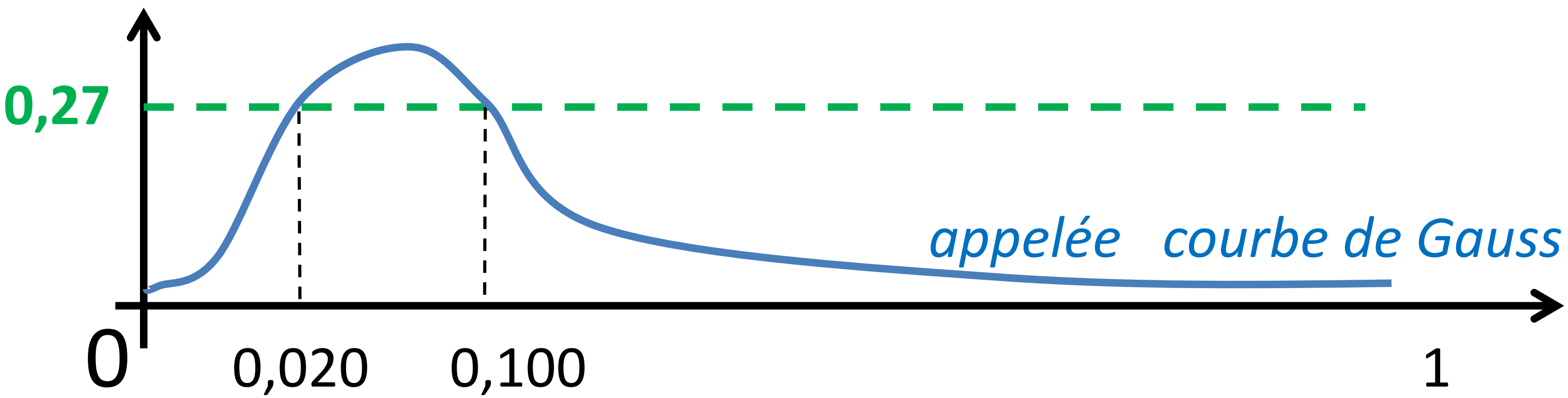
On cherche p pour obtenir $20 \times (1 - p)^{19} \times p \approx 27\%$

Impossible de résoudre algébriquement !

On utilise sa calculatrice.

On tape $20 \times (1 - X)^{19} \times X$ en Y1 et 0,27 en Y2

Windows Xmini = 0 Xmaxi = 1 Ymini = 0 Ymaxi = 0,5



On obtient $p \approx 2\%$ ou $p \approx 10\%$