Exercice 14 :

Déterminez les primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{1 - x}{x^2} \qquad g(x) = \frac{4}{x}\,(\ln(x))^3 \qquad h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10}$$

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} \qquad t(x) = \frac{x^4}{1 + x^5}$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$f(x) = \frac{1-x}{x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \Rightarrow F(x) = \ldots$$

$$g(x) = \frac{4}{x}(\ln(x))^3$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$f(x) = \frac{1 - x}{x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{x} - \ln(x) + C$$

$$g(x) = \frac{4}{x}\,(\ln(x))^3$$

$$(v(u))' = v'(u) \times u'$$

$$\Rightarrow G(x) = \ldots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$f(x) = \frac{1 - x}{x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{x} - \ln(x) + C$$

$$g(x) = \frac{4}{x}(\ln(x))^3 = 4(\ln(x))^3 \times \frac{1}{x}$$

$$(v(u))' = v'(u) \times u'$$

$$\Rightarrow G(x) = \ldots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$f(x) = \frac{1 - x}{x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{x} - \ln(x) + C$$

$$g(x) = \frac{4}{x}(\ln(x))^3 = 4(\ln(x))^3 \times \frac{1}{x} = 4u^3 \times u'$$

$$(v(u))' = v'(u) \times u'$$

$$\Rightarrow G(x) = \ldots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$f(x) = \frac{1-x}{x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{x} - \ln(x) + C$$

$$g(x) = \frac{4}{x}(\ln(x))^3 = 4(\ln(x))^3 \times \frac{1}{x} = 4u^3 \times u' = (u^4)'$$

$$(v(u))' = v'(u) \times u'$$

$$\Rightarrow G(x) = u^4 + C = (\ln(x))^4 + C$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$g(x) = \frac{4}{x}\,(\ln(x))^3 = 4\,(\ln(x))^3 \times \frac{1}{x} = 4u^3 \times u' = (u^4)'$$

$$\Rightarrow G(x) = u^4 + C = \mathbf{(\ln(x))^4 + C}$$

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10}$$

$$\Rightarrow H(x) = \dots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$g(x) = \frac{4}{x} (\ \ln(x)\ )^3 = 4 (\ \ln(x)\ )^3 \times \frac{1}{x} = 4u^3 \times u' = (\ u^4\ )'$$

$$\Rightarrow G(x) = u^4 + C = \mathbf{(\ \ln(x)\ )^4 + C}$$

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x$$

$$\Rightarrow H(x) = \ldots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$g(x) = \frac{4}{x}(\ln(x))^3 = 4(\ln(x))^3 \times \frac{1}{x} = 4u^3 \times u' = (u^4)'$$

$$\Rightarrow G(x) = u^4 + C = (\ln(x))^4 + C$$

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x = \frac{1}{u} \times u'$$

$$\Rightarrow H(x) = \dots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$g(x) = \frac{4}{x} (\ln(x))^3 = 4 (\ln(x))^3 \times \frac{1}{x} = 4u^3 \times u' = (u^4)'$$

$$\Rightarrow G(x) = u^4 + C = (\ln(x))^4 + C$$

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x = \frac{1}{u} \times u' = (\ln(u))'$$

$$\Rightarrow H(x) = \ln(u) + C = \ln(x^2 + 10) + C$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x = \frac{1}{u} \times u'$$

$$\Rightarrow H(x) = \ln(u) + C = \mathbf{\ln(x^2 + 10) + C}$$

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x}$$

$$\Rightarrow K(x) = \ldots$$

$$(v(u))' = v'(u) \times u'$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x = \frac{1}{u} \times u'$$

$$\Rightarrow H(x) = \ln(u) + C = \mathbf{\ln(x^2 + 10) + C}$$

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} = (\ln(x))^4 \times \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow K(x) = \ldots$$

$(v(u))' = v'(u) \times u'$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x = \frac{1}{u} \times u'$$

$$\Rightarrow H(x) = \ln(u) + C = \mathbf{\ln(x^2 + 10) + C}$$

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} = \frac{1}{5}\, 5\,(\ln(x))^4 \times \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow K(x) = \ldots$$

$$(k\, v(u))' = k\, v'(u) \times u'$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x = \frac{1}{u} \times u'$$

$$\Rightarrow H(x) = \ln(u) + C = \mathbf{\ln(x^2 + 10) + C}$$

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} = \frac{1}{5}\, 5 (\ln(x))^4 \times \frac{1}{x} = 0{,}2 \times 5u^4 \times u'$$

$$\Rightarrow K(x) = \ldots$$

$(k\, v(u))' = k\, v'(u) \times u'$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 + 10} = \frac{1}{x^2 + 10} \times 2x = \frac{1}{u} \times u' = (\ \ln(u)\ )'$$

$$\Rightarrow H(x) = \ln(u) + C = \mathbf{\ln(x^2 + 10) + C}$$

$$k(x) = \frac{(\ \ln(x)\ )^4}{x} = \frac{1}{5}\, 5\,(\ \ln(x)\ )^4 \times \frac{1}{x} = 0{,}2 \times 5u^4 \times u'$$

$$k(x) = 0{,}2\,(\ u^5\ )' \Rightarrow K(x) = 0{,}2 \times u^5 + C = \mathbf{0{,}2\,(\ \ln(x)\ )^5 + C}$$

$$(\ k\, v(\ u\ )\ )' = k\, v'(\ u\ ) \times u'$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} = \frac{1}{5}\, 5\,(\ln(x))^4 \times \frac{1}{x} = 0{,}2 \times 5u^4 \times u'$$

$$k(x) = 0{,}2\,(u^5)' \Rightarrow K(x) = 0{,}2 \times u^5 + C = \mathbf{0{,}2\,(\ln(x))^5 + C}$$

$$t(x) = \frac{x^4}{1 + x^5}$$

$$\Rightarrow T(x) = \dots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} = \frac{1}{5}\, 5\,(\ln(x))^4 \times \frac{1}{x} = 0{,}2 \times 5u^4 \times u'$$

$$k(x) = 0{,}2\,(u^5)' \Rightarrow K(x) = 0{,}2 \times u^5 + C = \mathbf{0{,}2\,(\ln(x))^5 + C}$$

$$t(x) = \frac{x^4}{1 + x^5} = 0{,}2 \times \frac{1}{1 + x^5} \times 5x^4$$

$$\Rightarrow T(x) = \ldots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} = \frac{1}{5}\,5\,(\ln(x))^4 \times \frac{1}{x} = 0{,}2 \times 5u^4 \times u'$$

$$k(x) = 0{,}2\,(u^5)' \Rightarrow K(x) = 0{,}2 \times u^5 + C = \mathbf{0{,}2\,(\ln(x))^5 + C}$$

$$t(x) = \frac{x^4}{1 + x^5} = 0{,}2 \times \frac{1}{1 + x^5} \times 5x^4 = 0{,}2 \times \frac{1}{u} \times u'$$

$$\Rightarrow T(x) = \ldots$$

Exercice 14 : Déterminez les primitives :

$$k(x) = \frac{(\ln(x))^4}{x} = \frac{1}{5}\,5(\ln(x))^4 \times \frac{1}{x} = 0{,}2 \times 5u^4 \times u'$$

$$k(x) = 0{,}2\,(u^5)' \Rightarrow K(x) = 0{,}2 \times u^5 + C = \mathbf{0{,}2\,(\ln(x))^5 + C}$$

$$t(x) = \frac{x^4}{1+x^5} = 0{,}2 \times \frac{1}{1+x^5} \times 5x^4 = 0{,}2 \times \frac{1}{u} \times u' = 0{,}2\,(\ln(u))'$$

$$\Rightarrow T(x) = 0{,}2 \times \ln(u) + C = \mathbf{0{,}2\,\ln(1+x^5) + C}$$

Exercice 15 :

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \ln(3 \times 5^n)$

Est-elle arithmétique ? géométrique ?

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3 \times 5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3 \times 5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3 \times 5^2) = \ln(75)$

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3 \times 5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3 \times 5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3 \times 5^2) = \ln(75)$

$u_1 - u_0 = \ldots$

$u_2 - u_1 = \ldots$

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3 \times 5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3 \times 5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3 \times 5^2) = \ln(75)$

$u_1 - u_0 = \ln(15) - \ln(3)$

$u_2 - u_1 = \ln(75) - \ln(15)$

Exo 15 : $u_n = \ln(3\times5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3\times5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3\times5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3\times5^2) = \ln(75)$

$u_1 - u_0 = \ln(15) - \ln(3) = \ln\left(\dfrac{15}{3}\right) = \ln(5)$

$u_2 - u_1 = \ln(75) - \ln(15) = \ln\left(\dfrac{75}{25}\right) = \ln(5) = u_1 - u_0$

$\Longrightarrow$ (u_n) *semble* une **suite arithmétique** de raison **$\ln(5)$**

Exo 15 : $u_n = \ln(3\times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3\times 5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3\times 5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3\times 5^2) = \ln(75)$

$u_1 - u_0 = \ln(15) - \ln(3) = \ln\left(\frac{15}{3}\right) = \ln(5)$

$u_2 - u_1 = \ln(75) - \ln(15) = \ln\left(\frac{75}{25}\right) = \ln(5) = u_1 - u_0$

$\Rightarrow$ (u_n) *semble* une **suite arithmétique** de raison **ln(5)**

$u_{n+1} - u_n = \ln(3\times 5^{n+1}) - \ln(3\times 5^n)$

Exo 15 : $u_n = \ln(3\times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3\times 5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3\times 5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3\times 5^2) = \ln(75)$

$u_1 - u_0 = \ln(15) - \ln(3) = \ln\left(\frac{15}{3}\right) = \ln(5)$

$u_2 - u_1 = \ln(75) - \ln(15) \quad = \ln\left(\frac{75}{25}\right) = \ln(5) = u_1 - u_0$

⇨ (u_n) *semble* une **suite arithmétique** de raison **ln(5)**

$u_{n+1} - u_n = \ln(3\times 5^{n+1}) - \ln(3\times 5^n) = \ln\left(\frac{3\times 5^{n+1}}{3\times 5^n}\right)$

Exo 15 : $u_n = \ln(3\times5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3\times5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3\times5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3\times5^2) = \ln(75)$

$u_1 - u_0 = \ln(15) - \ln(3) = \ln\left(\frac{15}{3}\right) = \ln(5)$

$u_2 - u_1 = \ln(75) - \ln(15) = \ln\left(\frac{75}{25}\right) = \ln(5) = u_1 - u_0$

➡ (u_n) *semble* une **suite arithmétique** de raison **ln(5)**

$u_{n+1} - u_n = \ln(3\times5^{n+1}) - \ln(3\times5^n) = \ln\left(\frac{3\times5^{n+1}}{3\times5^n}\right)$

$= \ln\left(\frac{5^{n+1}}{5^n}\right)$

Exo 15 : $u_n = \ln(3\times5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3\times5^0) = \ln(3)$

$u_1 = \ln(3\times5^1) = \ln(15)$

$u_2 = \ln(3\times5^2) = \ln(75)$

$u_1 - u_0 = \ln(15) - \ln(3) = \ln\left(\frac{15}{3}\right) = \ln(5)$

$u_2 - u_1 = \ln(75) - \ln(15) = \ln\left(\frac{75}{25}\right) = \ln(5) = u_1 - u_0$

$\Rightarrow$ (u_n) *semble* une **suite arithmétique** de raison **ln(5)**

$u_{n+1} - u_n = \ln(3\times5^{n+1}) - \ln(3\times5^n) = \ln\left(\frac{3\times5^{n+1}}{3\times5^n}\right)$

$= \ln\left(\frac{5^{n+1}}{5^n}\right) = \ln(5)$

$\Rightarrow$ (u_n) *est* une **suite arithmétique** de raison **ln(5)**

Exo 15 : $u_n = \ln(3\times5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3\times5^0) = \ln(3) \approx 1{,}10$

$u_1 = \ln(3\times5^1) = \ln(15) \approx 2{,}71$

$u_2 = \ln(3\times5^2) = \ln(75) \approx 4{,}32$

$$\frac{u_1}{u_0} \approx \frac{2{,}71}{1{,}10} \approx 2{,}46$$

Exo 15 : $u_n = \ln(3\times5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3\times5^0) = \ln(3) \approx 1,10$

$u_1 = \ln(3\times5^1) = \ln(15) \approx 2,71$

$u_2 = \ln(3\times5^2) = \ln(75) \approx 4,32$

$$\frac{u_1}{u_0} \approx \frac{2,71}{1,10} \approx 2,46 \qquad \frac{u_2}{u_1} \approx \frac{4,32}{2,71} \approx 1,59$$

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

$u_0 = \ln(3 \times 5^0) = \ln(3) \approx 1,10$

$u_1 = \ln(3 \times 5^1) = \ln(15) \approx 2,71$

$u_2 = \ln(3 \times 5^2) = \ln(75) \approx 4,32$

$$\frac{u_1}{u_0} \approx \frac{2,71}{1,10} \approx 2,46 \qquad \frac{u_2}{u_1} \approx \frac{4,32}{2,71} \approx 1,59 \neq \frac{u_1}{u_0}$$

⇒ (u_n) *n'est pas* une **suite géométrique**

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$u_n = \ln(3 \times 5^n)$

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$$u_n = \ln(3 \times 5^n) = \ln(3) + \ln(5^n)$$

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$$u_n = \ln(3 \times 5^n) = \ln(3) + \ln(5^n) = \ln(3) + n\ln(5)$$

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$u_n = \ln(3 \times 5^n) = \ln(3) + \ln(5^n) = \mathbf{\ln(3) + n \ln(5)}$

$\mathbf{\ln(3) + n \ln(5)}$ est une expression *affine*,

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$u_n = \ln(3 \times 5^n) = \ln(3) + \ln(5^n) = \ln(3) + n\ln(5)$

$\ln(3) + n\ln(5)$ est une expression *affine*,

donc (u_n) est une **suite arithmétique**

de premier terme $\ln(3)$ et de raison $\ln(5)$

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$u_n = \ln(3 \times 5^n) = \ln(3) + \ln(5^n) = \mathbf{\ln(3) + n \ln(5)}$

$\mathbf{\ln(3) + n \ln(5)}$ est une expression *affine*,

donc (u_n) est une **suite arithmétique**

de premier terme $\mathbf{\ln(3)}$ et de raison $\mathbf{\ln(5)}$

La *fonction* **ln** a été trouvée par Mr Neper pour transformer

le …

en …

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$u_n = \ln(3 \times 5^n) = \ln(3) + \ln(5^n) = \ln(3) + n\ln(5)$

$\ln(3) + n\ln(5)$ est une expression *affine*,

donc (u_n) est une **suite arithmétique**

de premier terme $\ln(3)$ et de raison $\ln(5)$

La *fonction* **ln** a été trouvée par Mr Neper pour transformer

le *produit* 3×5^n d'une **…**

en une *somme* $\ln(3) + n\ln(5)$ d'une **…**

Exo 15 : $u_n = \ln(3 \times 5^n)$ définie sur $\mathbb{N}$

Autre méthode :

$u_n = \ln(3 \times 5^n) = \ln(3) + \ln(5^n) = \ln(3) + n\ln(5)$

$\ln(3) + n\ln(5)$ est une expression *affine*,

donc (u_n) est une **suite arithmétique**

de premier terme $\ln(3)$ et de raison $\ln(5)$

La *fonction* ln a été trouvée par Mr Neper pour transformer le *produit* 3×5^n d'une **suite géométrique** en une *somme* $\ln(3) + n\ln(5)$ d'une **suite arithmétique**

suite géométrique $3 \times 5^n \longmapsto$ **suite arithmétique** $\ln(3 \times 5^n)$