Exercice 12 :

Les suites dont on donne des termes successifs u_0 à u_2 seraient-elles des suites géométriques ?

Si oui, déterminez leur raison et le terme suivant.

1°)	2	10	50
2°)	10	20	30
3°)	100	-50	25
4°)	-20	2	-0,2

Exercice 12 :

1°) $2 \xrightarrow{\times 5} 10 \xrightarrow{\times 5} 50$ Oui

2°) 10 20 30

3°) 100 -50 25

4°) -20 2 -0,2

Exercice 12 :

1°) $2 \xrightarrow{\times 5} 10 \xrightarrow{\times 5} 50 \xrightarrow{\times 5} 250$ suite géom.

2°) 10 20 30

3°) 100 -50 25

4°) -20 2 -0,2

Exercice 12 :

1°) 2 $\xrightarrow{\times 5}$ 10 $\xrightarrow{\times 5}$ 50 $\xrightarrow{\times 5}$ 250 suite géom.

2°) 10 $\xrightarrow{\times 2}$ 20 $\xrightarrow{\times 1,5}$ 30 Non géom.

3°) 100 -50 25

4°) -20 2 -0,2

Exercice 12 :

1°) $2 \xrightarrow{\times 5} 10 \xrightarrow{\times 5} 50 \xrightarrow{\times 5} 250$

suite géom.

2°) $10 \xrightarrow{\times 2} 20 \xrightarrow{\times 1{,}5} 30$

Non géom.

3°) $100 \xrightarrow{\times(-0{,}5)} -50 \xrightarrow{\times(-0{,}5)} 25 \xrightarrow{\times(-0{,}5)} -12{,}5$

suite géom.

4°) -20 2 -0,2

1°) $2 \xrightarrow{\times 5} 10 \xrightarrow{\times 5} 50 \xrightarrow{\times 5} 250$ suite géom.

2°) $10 \xrightarrow{\times 2} 20 \xrightarrow{\times 1{,}5} 30$ Non géom.

3°) $100 \xrightarrow{\times(-0{,}5)} -50 \xrightarrow{\times(-0{,}5)} 25 \xrightarrow{\times(-0{,}5)} -12{,}5$ suite géom.

4°) $-20 \xrightarrow{\times(-0{,}1)} 2 \xrightarrow{\times(-0{,}1)} -0{,}2 \xrightarrow{\times(-0{,}1)} 0{,}02$ suite géom.

Exercice 13 :

Les phénomènes suivants correspondent-ils à des suites géométriques ? Si oui, déterminez leur raison.

1°) La production augmente tous les mois de 20%.

2°) Le coût augmente tous les mois de 5 €.

3°) La consommation est divisée par 2 tous les ans.

4°) Les prix diminuent de 5,3% tous les ans.

5°) Mon capital déposé à la banque augmente de 3% tous les ans et les frais de dépôt annuels sont de 20 €.

Exercice 13 :

Les phénomènes suivants correspondent-ils à des suites géométriques ? Si oui, déterminez leur raison.

1°) La production augmente tous les mois de 20%. u_n = production du $n^{ième}$ mois

$u_{n+1} = \ldots$

➡ La suite est-elle géométrique ?

Exercice 13 :

Les phénomènes suivants correspondent-ils à des suites géométriques ? Si oui, déterminez leur raison.

1°) La production augmente tous les mois de 20%. u_n = production du n$^{\text{ième}}$ mois

$u_{n+1} = u_n + 20\%\ u_n = (1 + 20\%)\ u_n = 1{,}2\ u_n$

$u_{n+1} = 1{,}2\ u_n \iff$ la suite est géométrique de raison 1,2

Exercice 13 :

1°) La production augmente tous les mois de 20%.

$u_{n+1} = u_n + 20\%\ u_n = (1 + 20\%)\ u_n = 1{,}2\ u_n$

$u_{n+1} = 1{,}2\ u_n$ $\Longleftrightarrow$ la suite est géométrique de raison 1,2

2°) Le coût augmente tous les mois de 5 €.

$u_{n+1} = u_n + 5$

$u_{n+1} \neq q \times u_n$ $\Longleftrightarrow$ la suite n'est pas géométrique.

Exercice 13 :

3°) La consommation est divisée par 2 tous les ans.

$u_{n+1} = u_n / 2 = u_n \times (1 / 2) = 0,5\, u_n$

$u_{n+1} = 0,5\, u_n \quad \Leftrightarrow \quad$ la suite est géométrique de raison 0,5

Exercice 13 :

3°) La consommation est divisée par 2 tous les ans.

$u_{n+1} = u_n / 2 = u_n \times (1 / 2) = 0,5\ u_n$

$u_{n+1} = 0,5\ u_n \Longleftrightarrow$ la suite est géométrique de raison 0,5

4°) Les prix diminuent de 5,3% tous les ans.

$u_{n+1} = u_n - 5,3\%\ u_n = (1 - 5,3\%)\ u_n = 0,947\ u_n$

$u_{n+1} = 0,947\ u_n \Longleftrightarrow$ la suite est géométrique de raison 0,947

Exercice 13 :

5°) Mon capital déposé à la banque augmente de 3% tous les ans et les frais de dépôt annuels sont de 20 €.

$u_{n+1} = u_n + 3\%\ u_n - 20$

$\Longleftrightarrow$ la suite est …

Exercice 13 :

5°) Mon capital déposé à la banque augmente de 3% tous les ans et les frais de dépôt annuels sont de 20 €.

$u_{n+1} = u_n + 3\%\ u_n - 20 = (\ 1 + 3\%\ )\ u_n - 20$

$= 1{,}03\ u_n - 20$

$u_{n+1} = 1{,}03 \times u_n - 20 \neq q \times u_n$

$\Longleftrightarrow$ la suite n'est pas géométrique.

Conclusion :

Si on ajoute une *valeur absolue* (des €, des kg, des Watt …) on obtient une suite …

Conclusion :

Si on ajoute une *valeur absolue* (des €, des kg, des Watt …) on obtient une suite *arithmétique*

$$u_{n+1} = u_n + 3 \qquad v_{n+1} = v_n - 5$$

Si on ajoute une *proportion* (des %) on obtient une suite …

Conclusion :

Si on ajoute une *valeur absolue* (des €, des kg, des Watt …) on obtient une suite *arithmétique*

$$u_{n+1} = u_n + 3 \qquad v_{n+1} = v_n - 5$$

Si on ajoute une *proportion* (des %) on obtient une suite *géométrique*

$$u_{n+1} = u_n + 3\%\ u_n = 1{,}03 \times u_n$$

$$v_{n+1} = v_n - 5\%\ v_n = 0{,}95 \times v_n$$

Si on fait les deux la suite est …

Conclusion :

Si on ajoute une *valeur absolue* (des €, des kg, des Watt …) on obtient une suite *arithmétique*

$$u_{n+1} = u_n + 3 \qquad v_{n+1} = v_n - 5$$

Si on ajoute une *proportion* (des %) on obtient une suite *géométrique*

$$u_{n+1} = u_n + 3\%\ u_n = 1{,}03 \times u_n$$

$$v_{n+1} = v_n - 5\%\ v_n = 0{,}95 \times v_n$$

Si on fait les deux la suite est ni *arithm.* ni *géom.*

Exercice 14 :

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}^*$.

$$u_3 = 18 \qquad\qquad u_4 = -54$$

Déterminez le 1er terme.

Exercice 14 :

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}^*$.

$u_3 = 18$ $u_4 = -54$

Déterminez le 1er terme.

Même méthode que l'exo 4 sauf en prenant

$$\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$$ au lieu de $$u_N - u_N = (n - m)\,r$$

Exercice 14 :

1°) (u_n) est une suite **géométrique** définie sur $\mathbb{N}^*$.

$u_3 = 18$ $u_4 = - 54$ Déterminez le $1^{ème}$ terme.

Méthode :

$$\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$$

Etape 1 : $u_3 = 18$ et $u_4 = - 54$ me permet de déterminer **q**.

Etape 2 : Puis $u_4 = - 54$ (ou avec $u_3 = 18$) me permet de déterminer le **1^{er} terme**.

Exercice 14 :

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}^*$.

$u_3 = 18$ $u_4 = -54$ Déterminez le $1^{\text{ème}}$ terme.

$$\frac{u_4}{u_3} = q^{4-3} \Rightarrow q^1 = \mathbf{q} = \frac{u_4}{u_3} = \frac{-54}{18} = \mathbf{-3}$$

Exercice 14 :

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur IN*.

$u_3 = 18$ $u_4 = - 54$ Déterminez le 1ème terme.

$$\frac{u_4}{u_3} = q^{4-3} \Rightarrow q^1 = \mathbf{q} = \frac{u_4}{u_3} = \frac{-54}{18} = \mathbf{-3}$$

La suite est définie sur IN* = { 1 ; 2 ; … } donc le 1er terme est u_1

Exercice 14 :

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}^*$.

$u_3 = 18$ $u_4 = -54$ Déterminez le 1ème terme.

$$\frac{u_4}{u_3} = q^{4-3} \Rightarrow q^1 = q = \frac{u_4}{u_3} = \frac{-54}{18} = -3$$

La suite est définie sur $\mathbb{N}^* = \{ 1 ; 2 ; \dots \}$ donc le 1er terme est u_1

$$\frac{u_1}{u_3} = q^{1-3} \Rightarrow u_1 = u_3\, q^{-2} = 18\,(-3)^{-2} = 18\,\frac{1}{(-3)^2} = \frac{18}{9} = 2$$

Exercice 14 : autre possibilité

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}^*$.

$u_3 = 18$ $u_4 = -54$ Déterminez le 1ème terme.

$$\frac{u_3}{u_4} = q^{3-4}$$

Exercice 14 : autre possibilité

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur IN*.

$u_3 = 18$ $u_4 = -54$ Déterminez le $1^{ème}$ terme.

$$\frac{u_3}{u_4} = q^{3-4} \Rightarrow q^{-1} = \frac{u_3}{u_4} = \frac{18}{-54} \Rightarrow q = \ldots$$

Exercice 14 : autre possibilité

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}^*$.

$u_3 = 18$ $u_4 = - 54$ Déterminez le 1ème terme.

$$\frac{u_3}{u_4} = q^{3-4} \Rightarrow q^{-1} = \frac{u_3}{u_4} = \frac{18}{-54} \Rightarrow q = \left(\frac{18}{-54}\right)^{1/(-1)}$$

$$= \left(\frac{1}{-3}\right)^{-1} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$a^n = b \Leftrightarrow a = b^{1/n}$$

Exercice 14 : autre possibilité

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur IN*.

$u_3 = 18$ $u_4 = -54$ Déterminez le 1ème terme.

$$\frac{u_3}{u_4} = q^{3-4} \Rightarrow q^{-1} = \frac{u_3}{u_4} = \frac{18}{-54} \Rightarrow q = \left(\frac{18}{-54}\right)^{1/(-1)} = -3$$

La suite est définie sur IN* = { 1 ; 2 ; … } donc le 1er terme est u_1

$$\frac{u_3}{u_1} = q^{3-1} \Rightarrow \mathbf{u_1} = \ \ldots$$

Exercice 14 : $a^n = b \Leftrightarrow a = b^{1/n}$

1°) (u_n) est une suite géométrique définie sur IN*.

$u_3 = 18$ $u_4 = -54$ Déterminez le 1ème terme.

$$\frac{u_3}{u_4} = q^{3-4} \Rightarrow q^{-1} = \frac{u_3}{u_4} = \frac{18}{-54} \Rightarrow q = \left(\frac{18}{-54}\right)^{1/(-1)} = -3$$

La suite est définie sur IN* = { 1 ; 2 ; … } donc le 1er terme est u_1

$$\frac{u_3}{u_1} = q^{3-1} \Rightarrow u_3 = u_1 q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{18}{(-3)^2} = \frac{18}{9} = 2$$

Exercice 14 :

2°) (v_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$v_5 = 96$ $v_8 = 768$ Déterminez le 13$^{\text{ème}}$ terme.

Exercice 14 :

2°) (v_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$v_5 = 96$ $v_8 = 768$ Déterminez le 13ème terme.

$\boxed{\dfrac{v_8}{v_5} = q^{8-5}}$ donc $q^3 = \dfrac{768}{96} = 8$ donc $q = 8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$

Exercice 14 :

2°) (v_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$v_5 = 96$ $v_8 = 768$ Déterminez le 13ème terme.

$\boxed{\dfrac{v_8}{v_5} = q^{8-5}}$ donc $q^3 = \dfrac{768}{96} = 8$ donc $q = 8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$

La suite est définie sur $\mathbb{N} = \{ 0 ; 1 ; 2 ; \ldots \}$ donc le 1er terme est v_0

donc le 13ème terme est v_{12}

$\boxed{\dfrac{v_{12}}{v_5} = q^{12-5}}$ donc $v_{12} = v_5 q^7 = 96 (2^7) = 12288$

3°) (w_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$w_1 = 6$ $w_{12} = 1062882$ Déterminez le 7ème terme.

3°) (w_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$w_1 = 6$ $w_{12} = 1062882$ Déterminez le 7ème terme.

$$\boxed{\frac{w_{12}}{w_1} = q^{12-1}} \Rightarrow q^{11} = \frac{1062882}{6} = 177147$$

$$\Rightarrow q = 177147^{1/11} = 3$$

3°) (w_n) est une suite géométrique définie sur ℕ.

$w_1 = 6$ $w_{12} = 1062882$ Déterminez le 7ème terme.

$$\boxed{\frac{w_{12}}{w_1} = q^{12-1}} \Rightarrow q^{11} = \frac{1062882}{6} = 177147$$

$$\Rightarrow q = 177147^{1/11} = 3$$

La suite est définie sur ℕ* = { 1 ; 2 ; … } donc le 1er terme est w_1

donc le 7ème terme est w_7

$$\boxed{\frac{w_7}{w_1} = q^{7-1}} \Rightarrow w_7 = w_1\, q^6 = 6 \times 3^6 = 4374$$

4°) (t_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$t_4 = -162$ $t_9 = 28697814$ Déterminez le terme général.

4°) (t_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$t_4 = -162$ $t_9 = 28697814$ Déterminez le terme général.

$$\boxed{\frac{t_9}{t_4} = q^{9-4}}$$

$\Rightarrow$ $$q^5 = \frac{28697814}{-162} = -177147$$

$\Rightarrow$ $q = (-177147)^{1/5} \approx$ **-11,21**

4°) (t_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$.

$t_4 = -162$ $t_9 = 28697814$ Déterminez le terme général.

$$\boxed{\frac{t_9}{t_4} = q^{9-4}} \Rightarrow q^5 = \frac{28697814}{-162} = -177147$$

$$\Rightarrow q = (-177147)^{1/5} \approx -11,21$$

$$\boxed{\frac{t_n}{t_4} = q^{n-4}} \Rightarrow t_n = t_4\, q^{n-4} \approx -162 \times 11,21^{n-4}$$

Exercice 14 :

5°) (b_n) est une suite géométrique. $b_3 = -128$ $b_{12} = 0,25$

Déterminez le rang du terme $b_N = 1024$

Exercice 14 :

5°) (b_n) est une suite géométrique. $b_3 = -128$ $b_{12} = 0,25$

Déterminez le rang du terme $b_N = 1024$

$$\boxed{\frac{b_{12}}{b_3} = q^{12-3}} \Rightarrow q^9 = \frac{0,25}{-128} \Rightarrow q = \left(\frac{0,25}{-128}\right)^{1/9} = -0,5$$

Exercice 14 :

5°) (b_n) est une suite géométrique. $b_3 = -128$ $b_{12} = 0,25$

Déterminez le **rang** du terme $b_N = 1024$

$$\boxed{\frac{b_{12}}{b_3} = q^{12-3}} \Rightarrow q^9 = \frac{0,25}{-128} \Rightarrow q = \left(\frac{0,25}{-128}\right)^{1/9} = \mathbf{-0,5}$$

$$\boxed{\frac{b_N}{b_3} = q^{N-3}} \Leftrightarrow \frac{1024}{-128} = (-0,5)^{N-3}$$

Exercice 14 :

5°) (b_n) est une suite géométrique. $b_3 = -128$ $b_{12} = 0,25$

Déterminez le rang du terme $b_N = 1024$

$$\boxed{\frac{b_{12}}{b_3} = q^{12-3}} \Rightarrow q^9 = \frac{0,25}{-128} \Rightarrow q = \left(\frac{0,25}{-128}\right)^{1/9} = -0,5$$

$$\boxed{\frac{b_N}{b_3} = q^{N-3}} \Leftrightarrow \frac{1024}{-128} = (-0,5)^{N-3}$$

Il faudra attendre un futur chapitre pour pouvoir descendre N de l'exposant

$\Rightarrow$ on teste à la calculatrice $\Rightarrow$ on trouve $u_0 = 1024$

Exercice 15 :

L'iode 131 est un corps radioactif perdant 8,3% de noyaux chaque jour. On étudie un échantillon contenant 10^6 noyaux.

Soit u_n le nombre de noyaux d'iode le $n^{ième}$ jour.

1°) La suite est-elle géométrique ?

2°) Quelle est la proportion (à 0,01% près) de noyaux perdus en 4 semaines ?

3°) Un corps n'a plus que 50% de noyaux. Combien de jours se sont écoulés ? (appelé demi-vie de l'iode)

Exercice 15 :

L’iode 131 est un corps radioactif perdant 8,3% de noyaux chaque jour. On étudie un échantillon contenant 10^6 noyaux.

Soit u_n le nombre de noyaux d’iode le $n^{ième}$ jour.

1°) La suite est-elle géométrique ?

Exercice 15 :

L'iode 131 est un corps radioactif perdant 8,3% de noyaux chaque jour. On étudie un échantillon contenant 10^6 noyaux.

Soit u_n le nombre de noyaux d'iode le $n^{ième}$ jour.

1°) La suite est-elle géométrique ?

idem exo 13

Exercice 15 :

L'iode 131 est un corps radioactif perdant 8,3% de noyaux chaque jour. On étudie un échantillon contenant 10^6 noyaux.

Soit u_n le nombre de noyaux d'iode le $n^{ième}$ jour.

1°) La suite est-elle géométrique ?

$u_{n+1} = u_n - 8{,}3\%\ u_n = (1 - 8{,}3\%)\ u_n = 0{,}917\ u_n$

$u_{n+1} = 0{,}917\ u_n \iff$ la suite est géométrique

de raison 0,917

Exercice 15 :

2°) Quelle est la proportion (à 0,01% près) de noyaux perdus en 4 semaines ?

La suite est *géométrique* de raison q = 0,917

$$\boxed{\frac{u_{28}}{u_0} = q^{28-0}} = 0{,}917^{28} \approx 0{,}0884$$

proportion *restante*

Le corps a donc *perdu* $\approx 1 - 0{,}0884 =$ **91,16%**

3°) Un corps n'a plus que 50% de noyaux. Combien de jours se sont écoulés ?

C'est la question 2° dans le sens inverse :

$$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \Leftrightarrow 50\% = q^n$$

$$\Leftrightarrow 0,5 = 0,917^n$$

Il faudra attendre un chapitre ultérieur pour pouvoir résoudre algébriquement une équation où l'**inconnue** est dans l'**exposant**.

3°) Un corps n'a plus que 40% de carbone 14. Quel est son âge ?

suite géom ➡ $\dfrac{u_n}{u_0} = q^{n-0} \iff 50\% \approx 0{,}917^n$

Il faudra attendre un chapitre ultérieur pour pouvoir résoudre algébriquement une équation où l'**inconnue** est dans l'**exposant**.

Calculatrice : $0{,}917^7 \approx 0{,}54$ $\quad$ $0{,}917^8 \approx 0{,}49998$

Réponse : $\approx$ **8** jours.