III Application des intégrales

1°) Intégrations par Parties (IPP).

III Application des intégrales

1°) Intégrations par Parties (IPP).

On sait que $(u \times v)' = u' v + v' u$

$\Longrightarrow$ $\int u' v \, dx = \quad \ldots$

III Application des intégrales

1°) Intégrations par Parties (IPP).

On sait que $(u \times v)' = u' v + v' u$

$$\Longrightarrow \int u' v \, dx = \int ((u \times v)' - v' u) \, dx$$

$$= \quad \dots$$

III Application des intégrales

1°) Intégrations par Parties (IPP).

On sait que $(u \times v)' = u' v + v' u$

$$\Longrightarrow \int u' v \, dx = \int \left((u \times v)' - v' u \right) dx$$

$$= \int (u \times v)' \, dx - \int v' u \, dx$$

$$= \quad \ldots \quad - \int v' u \, dx$$

III Application des intégrales

1°) Intégrations par Parties (IPP).

On sait que $(u \times v)' = u' v + v' u$

$$\Rightarrow \int u' v \, dx = \int ((u \times v)' - v' u) \, dx$$

$$= \int (u \times v)' \, dx - \int v' u \, dx$$

$$= \left[u \times v \right] - \int v' u \, dx$$

$$\boxed{\int u' v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' u \, dx}$$

III Application des intégrales

1°) Intégrations par Parties (IPP).

On sait que $(u \times v)' = u' v + v' u$

$$\Rightarrow \int u' v \, dx = \int ((u \times v)' - v' u) \, dx$$

$$= \int (u \times v)' \, dx - \int v' u \, dx$$

$$= \left[u \times v \right] - \int v' u \, dx$$

$$\boxed{\int u' v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' u \, dx}$$

Utilité :

lorsque l'on …

III Application des intégrales

1°) Intégrations par Parties (IPP).

On sait que $\quad (u \times v)' = u'v + v'u$

$$\Longrightarrow \quad \int u'v \, dx = \int \left((u \times v)' - v'u \right) dx$$

$$= \int (u \times v)' \, dx - \int v'u \, dx$$

$$= \left[u \times v \right] - \int v'u \, dx$$

$$\boxed{\int u'v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v'u \, dx}$$

Utilité :

lorsque l'on ne connaît pas la primitive de $u'v$

mais que l'on connaît la primitive de $v'u$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

Impossible de …

$\Rightarrow$ obligation …

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

Impossible de trouver la primitive de x cos x

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

$$\boxed{\int u'\,v\,dx = \left[u \times v\right] - \int v'\,u\,dx}$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

Impossible de trouver la primitive de $x \cos x$

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

possibilités : …

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

Impossible de trouver la primitive de $x \cos x$

→ obligation d'utiliser les IPP

1ère possibilité : $u' = x$ $v = \cos x$

2ème possibilité : $v = x$ $u' = \cos x$

$$\int u'\,v\,dx = \left[u \times v\right] - \int v'\,u\,dx$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

1ère possibilité : $u' = x$ $v = \cos x$

⇒ $u = \ldots$ $v' = \ldots$

$$\boxed{\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx}$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

1ère possibilité : $u' = x$ $\quad v = \cos x$

$\Rightarrow$ $u = 0{,}5x^2$ $\quad v' = - \sin x$

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

1ère possibilité : $u' = x$ $v = \cos x$

$\Rightarrow$ $u = 0{,}5x^2$ $v' = -\sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[\ldots \qquad \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \ldots \qquad dx$$

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

1ère possibilité : $u' = x$ $\quad v = \cos x$

$\Rightarrow$ $u = 0{,}5x^2$ $\quad v' = -\sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[0{,}5\, x^2 \cos x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -0{,}5\, x^2 \sin x \, dx$$

… ?

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Exercice 7 :

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

1ère possibilité : $u' = x$ $v = \cos x$

$\Rightarrow$ $u = 0{,}5x^2$ $v' = -\sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[0{,}5\, x^2 \cos x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -0{,}5\, x^2 \sin x \, dx$$

impossible de trouver la primitive !

$$\boxed{\int u'\,v\,dx = \left[\,u \times v\,\right] - \int v'\,u\,dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

2ème possibilité : $v = x$ $\quad u' = \cos x$

$\Rightarrow$ $v' = \ldots$ $\quad u = \ldots$

$$\boxed{\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

2ème possibilité : $v = x$ $\quad u' = \cos x$

$\Longrightarrow$ $v' = 1$ $\quad u = \sin x$

$$\boxed{\int u'\, v\, dx \;=\; \left[\, u \times v \,\right] \;-\; \int v'\, u\, dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

2ème possibilité : $v = x$ $u' = \cos x$

$\Rightarrow$ $v' = 1$ $u = \sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[\; \dots \qquad \right]_0^{\pi} \; - \; \int_0^{\pi} \dots \quad dx$$

$$\boxed{\int u'\, v\, dx = \left[u \times v \right] - \int v'\, u\, dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

2ème possibilité : $v = x$ $u' = \cos x$

$\Rightarrow$ $v' = 1$ $u = \sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \sin x \, dx$$

$$\boxed{\int u'\, v\, dx = \left[\, u \times v \,\right] - \int v'\, u\, dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

2ème possibilité : $v = x$ $\quad u' = \cos x$

$\Longrightarrow$ $v' = 1$ $\quad u = \sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[\, x \sin x \,\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \sin x \, dx$$

$$= \left[\, x \sin x \,\right]_0^{\pi} - \left[\, \ldots \qquad \right]_0^{\pi}$$

$$\boxed{\int u'\, v\, dx = \left[u \times v \right] - \int v'\, u\, dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

2ème possibilité : $v = x$ $\quad u' = \cos x$

$\Rightarrow$ $v' = 1$ $\quad u = \sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \sin x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \left[- \cos x \right]_0^{\pi}$$

$$\boxed{\int u'\,v\,dx = \left[\,u \times v\,\right] - \int v'\,u\,dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

2ème possibilité : $v = x$ $\quad u' = \cos x$

$\Rightarrow$ $v' = 1$ $\quad u = \sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[\, x \sin x \,\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \sin x \, dx$$

$$= \left[\, x \sin x \,\right]_0^{\pi} - \left[\, -\cos x \,\right]_0^{\pi}$$

$$= \ldots$$

$$\boxed{\int u'\, v\, dx = \left[u \times v \right] - \int v'\, u\, dx}$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

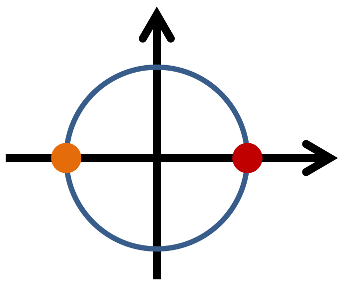
2ème possibilité : $v = x$ $\quad u' = \cos x$

$\Rightarrow$ $v' = 1$ $\quad u = \sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \sin x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \left[- \cos x \right]_0^{\pi}$$



$$= (\pi \times 0 - 0 \times 0) - (- (- 1) - (- (1))) = \dots$$

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Déterminez $A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

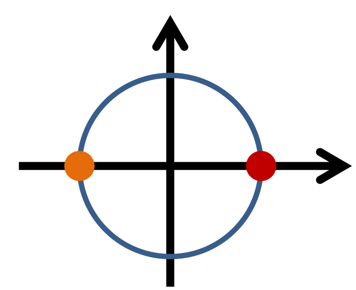
2ème possibilité : $v = x \qquad u' = \cos x$

$\Longrightarrow \quad v' = 1 \qquad u = \sin x$

$$A = \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \sin x \, dx$$

$$= \left[x \sin x \right]_0^{\pi} - \left[-\cos x \right]_0^{\pi}$$



$$= (\pi \times 0 - 0 \times 0) - (- (-1) - (- (1))) = 0 - 2 = -2$$

$$\boxed{\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx}$$

Conclusion : **Choix des u' et v :**

Pour un produit $AB = u' \, v$

il faut donc choisir

$A = \ldots$ pour le dériver et $B = \ldots$ pour l'intégrer

et que l'on puisse ...

$$\boxed{\int u'\, v\, dx = \left[\, u \times v \,\right] - \int v'\, u\, dx}$$

Conclusion : **Choix des u' et v :**

Pour un produit $AB = u'\, v$

il faut donc choisir

$A = v$ pour le dériver et $B = u'$ pour l'intégrer

et que l'on puisse connaître la primitive de $v'\, u$

$$\boxed{\int u' \, v \, dx \;=\; \left[\, u \times v \,\right] \;-\; \int v' \, u \, dx}$$

Conclusion : **Choix des u' et v :**

Pour un produit $AB = u' \, v$

il faut donc choisir

$A = v$ pour le dériver et $B = u'$ pour l'intégrer

et que l'on puisse connaître la primitive de $v' \, u$

Lorsque A est une fonction affine,

il faut choisir $A = \ldots$ et $B = \ldots$

$$\boxed{\int u'\,v\,dx \;=\; \left[\,u \times v\,\right] \;-\; \int v'\,u\,dx}$$

Conclusion : **Choix des u' et v :**

Pour un produit $AB = u'\,v$

il faut donc choisir

$A = v$ pour le dériver et $B = u'$ pour l'intégrer

et que l'on puisse connaître la primitive de $v'\,u$

Lorsque A est une fonction affine,

il faut choisir $A = v$ et $B = u'$

car $v' =$ un réel k $\Longrightarrow$ $v'\,u = k\,u$

dont on pourra trouver la primitive

Exercice 8 :

Déterminez la primitive de $(3x + 1)\, e^{2x}$

Exercice 8 :

Déterminez la primitive de $(3x + 1)\, e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

Exercice 8 :

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1)\, e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

Exercice 8 :

$$\boxed{\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx}$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1)\, e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

v = ...   u' = ...

Exercice 8 :

$$\boxed{\int u'\,v\,dx = \left[\,u \times v\,\right] - \int v'\,u\,dx}$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1)\,e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

$v = 3x + 1$ $\quad\quad$ $u' = e^{2x}$

$\Rightarrow$ $v' = \ldots$ $\quad\quad$ $u = \ldots$

Exercice 8 :

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1)\, e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

$v = 3x + 1$ $\quad$ $u' = e^{2x}$

$\Rightarrow$ $v' = 3$ $\quad$ $u = 0{,}5\, e^{2x}$

$A = \int (3x + 1)\, e^{2x} \, dx$

$= \left[\ldots \right] - \int \ldots \, dx$

Exercice 8 :

$$\int u' v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' u \, dx$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1) e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

$v = 3x + 1 \qquad u' = e^{2x}$

$\Rightarrow v' = 3 \qquad u = 0{,}5 \, e^{2x}$

$A = \int (3x + 1) e^{2x} \, dx$

$= \left[0{,}5 \, e^{2x} (3x + 1) \right] - \int 3 \times 0{,}5 \, e^{2x} \, dx$

$= \left[0{,}5 \, e^{2x} (3x + 1) \right] - \left[\ldots \right]$

Exercice 8 :

$$\int u' v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' u \, dx$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1) e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

→ obligation d'utiliser les IPP

$v = 3x + 1 \qquad u' = e^{2x}$

→ $v' = 3 \qquad u = 0{,}5 \, e^{2x}$

$$A = \int (3x + 1) e^{2x} \, dx$$

$$= \left[0{,}5 \, e^{2x} (3x + 1) \right] - \int 3 \times 0{,}5 \, e^{2x} \, dx$$

$$= \left[0{,}5 \, e^{2x} (3x + 1) \right] - \left[0{,}75 \, e^{2x} \right]$$

$(3x + 1) e^{2x}$ a pour primitive ...

Exercice 8 :

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1)\, e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

$v = 3x + 1$ $\quad$ $u' = e^{2x}$

$\Rightarrow$ $v' = 3$ $\quad$ $u = 0{,}5\, e^{2x}$

$$A = \int (3x + 1)\, e^{2x} \, dx$$

$$= \left[0{,}5\, e^{2x} (3x + 1) \right] - \int 3 \times 0{,}5\, e^{2x} \, dx$$

$$= \left[0{,}5\, e^{2x} (3x + 1) \right] - \left[0{,}75\, e^{2x} \right]$$

$$= \left[e^{2x} (1{,}5x + 0{,}5) - 0{,}75\, e^{2x} \right]$$

$(3x + 1)\, e^{2x}$ a pour primitive ...

Exercice 8 :

$$\int u' \, v \, dx = \left[u \times v \right] - \int v' \, u \, dx$$

Déterminez la primitive de $(3x + 1) \, e^{2x}$

Impossible de trouver sa primitive

$\Rightarrow$ obligation d'utiliser les IPP

$v = 3x + 1 \qquad u' = e^{2x}$

$\Rightarrow v' = 3 \qquad u = 0{,}5 \, e^{2x}$

$$A = \int (3x + 1) \, e^{2x} \, dx$$

$$= \left[0{,}5 \, e^{2x} (3x + 1) \right] - \int 3 \times 0{,}5 \, e^{2x} \, dx$$

$$= \left[0{,}5 \, e^{2x} (3x + 1) \right] - \left[0{,}75 \, e^{2x} \right]$$

$$= \left[e^{2x} (1{,}5x + 0{,}5) - 0{,}75 \, e^{2x} \right]$$

$(3x + 1) \, e^{2x}$ a pour primitive $\mathbf{(1{,}5x - 0{,}25) \, e^{2x}}$