II Moyenne

μ *désigne* la moyenne

d'une *infinité* de nombres f(x)

pour une *infinité* d'antécédents x de [a ; b]

$$\boxed{\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx} = \frac{F(b)-F(a)}{b-a}$$

Démonstration de la formule : voir exo 1

Application : **exo 10**

II Moyenne

μ *désigne* la moyenne

d'une *infinité* de nombres $f(x)$

pour une *infinité* d'antécédents x de $[a ; b]$

$$\boxed{\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx} = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

Application : **exo 10** moyennes des images = ... ?

$f(x) = -6x^2 - 8x + 30$ définie sur $[-1 ; 3]$

Exercice 10 :

$f(x) = -6x^2 - 8x + 30$ définie sur $[-1 ; 3]$

$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[0 ; \pi/6]$

$h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[0 ; \pi/24]$

Déterminez les moyennes des images pour tous les x des ensembles de définition.

Exercice 10 :

$f(x) = -6x^2 - 8x + 30$ définie sur $[-1 ; 3]$

Déterminez les moyennes des images pour tous les x des ensembles de définition.

Exo 10 : f(x) = $-6x^2 - 8x + 30$ Déterminez la moyenne des f(x) pour tous les x de $[-1 ; 3]$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx$$

Exo 10 : $f(x) = -6x^2 - 8x + 30$ Déterminez la moyenne des f(x) pour tous les x de [- 1 ; 3]

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

$f(x) = -6x^2 - 8x + 30 \Rightarrow F(x) = \ldots$

Exo 10 : f(x) = $-6x^2 - 8x + 30$ Déterminez la moyenne des f(x) pour tous les x de [- 1 ; 3]

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

$f(x) = -6x^2 - 8x + 30 \Rightarrow F(x) = -2x^3 - 4x^2 + 30x + C$

F(3) = … F(-1) = …

$$\mu = \frac{(\ \ldots\ ) - (\ \ldots\ )}{3 - (-1)}$$

Exo 10 : f(x) = $-6x^2 - 8x + 30$ Déterminez la moyenne des f(x) pour tous les x de [- 1 ; 3]

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

$f(x) = -6x^2 - 8x + 30 \Rightarrow F(x) = -2x^3 - 4x^2 + 30x + C$

$F(3) = -54 - 36 + 90 + C$ $\quad\quad F(-1) = 2 - 4 - 30 + C$

$$\mu = \frac{(\;\dots\quad) - (\;\dots\quad)}{3 - (-1)}$$

Exo 10 : $f(x) = -6x^2 - 8x + 30$ Déterminez la moyenne des f(x) pour tous les x de [- 1 ; 3]

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

$f(x) = -6x^2 - 8x + 30 \Rightarrow F(x) = -2x^3 - 4x^2 + 30x + C$

$F(3) = -54 - 36 + 90 + C$ $F(-1) = 2 - 4 - 30 + C$

$$\mu = \frac{(0 + C) - (-32 + C)}{3 - (-1)} = \ldots$$

Exo 10 : $f(x) = -6x^2 - 8x + 30$ Déterminez la moyenne des f(x) pour tous les x de [- 1 ; 3]

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

$$f(x) = -6x^2 - 8x + 30 \Rightarrow F(x) = -2x^3 - 4x^2 + 30x + C$$

$$F(3) = -54 - 36 + 90 + C \qquad F(-1) = 2 - 4 - 30 + C$$

$$\mu = \frac{(0 + C) - (-32 + C)}{3 - (-1)} = \frac{32}{4} = \mathbf{8}$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\ 0\ ;\ \pi/6\ ]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b) - G(a)}{b-a}$$

$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x = \ldots \quad \cos^3 2x\ (\ \ldots \quad \sin 2x\ )$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\ 0\ ;\ \pi/6\ ]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x = \ldots \quad \cos^3 2x\ (\ \ldots\ \ \sin 2x\ )$

Seule dérivée qui est un produit

dans le tableau des dérivées : $v'(u) \times u'$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\ 0\ ;\ \pi/6\ ]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x = \ldots \quad \cos^3 2x\ (\ \ldots \quad \sin 2x\ )$

$\ldots \quad v'(u) \times u'$

Seule dérivée qui est un produit

dans le tableau des dérivées : $v'(u) \times u'$

$u' = \ldots \sin 2x \qquad u = \cos 2x$

v' est la puissance 3

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/6\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x = \frac{-1}{8}\,4\cos^3 2x\,(\,-2\sin 2x\,)$$

$$= \ldots$$

car $\quad (\cos 2x)' = (\cos w)' = -\sin w \times w'$

$$= -\sin 2x \times 2$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/6\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x = \frac{-1}{8}\,4\cos^3 2x\,(-2\sin 2x)$$

$$= \frac{-1}{8}\,(4u^3) \times u' = \ldots$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\, 0 \,;\, \pi/6 \,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b) - G(a)}{b-a}$$

$$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x = \frac{-1}{8}\, 4\cos^3 2x\,(-2\sin 2x)$$

$$= \frac{-1}{8}\,(4u^3) \times u' = \frac{-1}{8}\,(u^4)'$$

$\Rightarrow$ $G(x) = \ldots$

Exo 10 : g(x) = $\cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/6\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$g(x) = \cos^3 2x \sin 2x = \frac{-1}{8}\,4\cos^3 2x\,(-2\sin 2x)$$

$$= \frac{-1}{8}\,(4u^3) \times u' = \frac{-1}{8}\,(u^4)'$$

$$\Longrightarrow \quad G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\, 0 \,;\, \pi/6 \,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\dots}{\dots}$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\, 0 \,;\, \pi/6 \,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b) - G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$

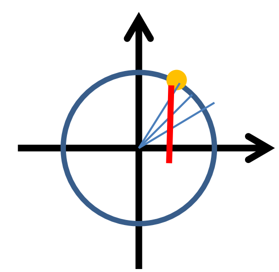
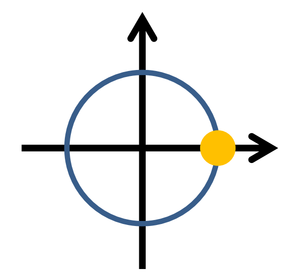
$$= \frac{\frac{-1}{8}\ldots - \frac{-1}{8}\ldots}{\pi/6}$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/6\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$

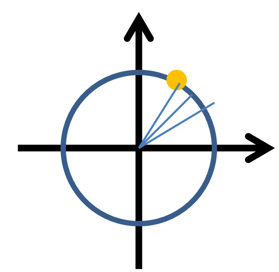
$$= \frac{\frac{-1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{-1}{8}\,1^4}{\pi/6}$$

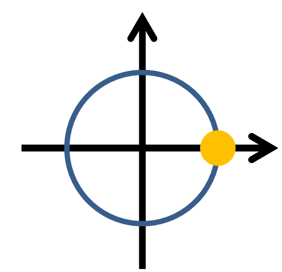
Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/6\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$





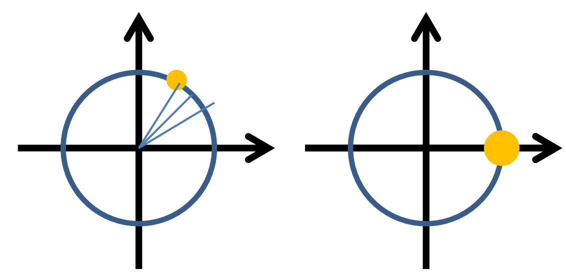
$$= \frac{\frac{-1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{-1}{8}\,1^4}{\pi/6} = \frac{\frac{-1}{128} + \frac{1}{8}}{\pi/6}$$

Exo 10 : g(x) = $\cos^3 2x \sin 2x$ définie sur [0 ; π/6]

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$



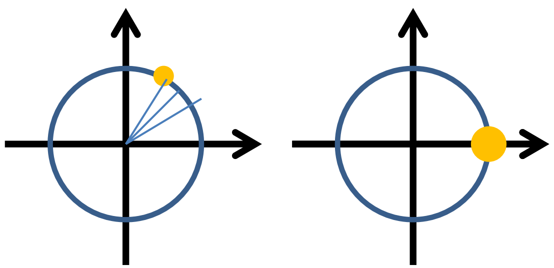
$$= \frac{\frac{-1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{-1}{8}\,1^4}{\pi/6} = \frac{\frac{-1}{128}+\frac{1}{8}}{\pi/6} = \frac{\frac{-1}{128}+\frac{16}{128}}{\pi/6}$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/6\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$



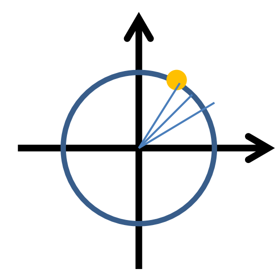
$$= \frac{\frac{-1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{-1}{8}\,1^4}{\pi/6} = \frac{\frac{-1}{128} + \frac{1}{8}}{\pi/6} = \frac{\frac{15}{128}}{\pi/6}$$

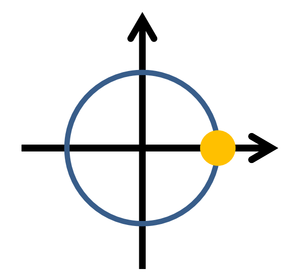
Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\ 0\ ;\ \pi/6\ ]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$





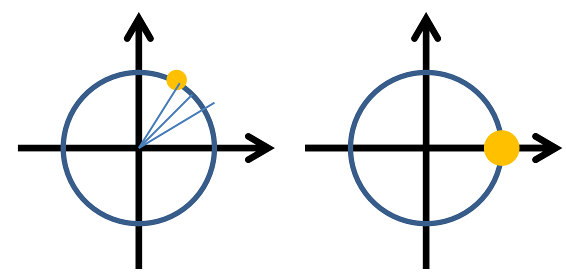
$$= \frac{\frac{-1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{-1}{8}\,1^4}{\pi/6} = \frac{\frac{-1}{128} + \frac{1}{8}}{\pi/6} = \frac{15}{128} \times \frac{6}{\pi}$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\ 0\ ;\ \pi/6\ ]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$



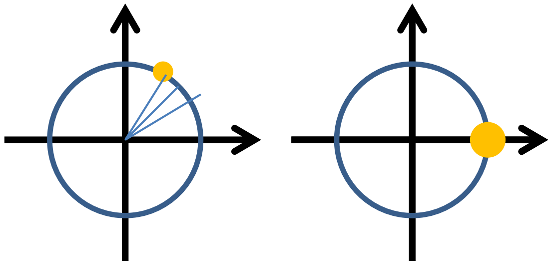
$$= \frac{\frac{-1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{-1}{8}\,1^4}{\pi/6} = \frac{\frac{-1}{128}+\frac{1}{8}}{\pi/6} = \frac{90}{128\pi}$$

Exo 10 : $g(x) = \cos^3 2x \sin 2x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/6\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,dx = \frac{G(b)-G(a)}{b-a}$$

$$G(x) = \frac{-1}{8}\cos^4 2x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{-1}{8}\cos^4 \pi/3 - \frac{-1}{8}\cos^4 0}{\pi/6 - 0}$$



$$= \frac{\frac{-1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{-1}{8}\,1^4}{\pi/6} = \frac{\frac{-1}{128} + \frac{1}{8}}{\pi/6} = \frac{90}{128\pi} = \frac{45}{64\pi}$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b h(x)\, dx = \frac{H(b) - H(a)}{b-a}$$

$$h(x) = \sin^2 3x \cos 3x = \ldots \quad \sin^2 3x \,(\ldots \cos 3x)$$

$$= \ldots \quad v'(u) \times u'$$

Même méthode qu'à la fonction précédente

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b)-H(a)}{b-a}$$

$$h(x) = \sin^2 3x \cos 3x = \frac{1}{9}\, 3 \sin^2 3x\, (3 \cos 3x)$$

$$= \dots$$

car $(\sin 3x)' = (\sin w)' = \cos w \times w'$

$$= \cos 3x \times 3$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b) - H(a)}{b-a}$$

$$h(x) = \sin^2 3x \cos 3x = \frac{1}{9}\, 3 \sin^2 3x\, (3 \cos 3x)$$

$$= \frac{1}{9}\,(3\,u^2) \times u' = \ldots$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b)-H(a)}{b-a}$$

$$h(x) = \sin^2 3x \cos 3x = \frac{1}{9}\, 3 \sin^2 3x\, (3 \cos 3x)$$

$$= \frac{1}{9} (3 u^2) \times u' = \frac{1}{9} (u^3)'$$

$$\Rightarrow \quad H(x) = \ldots$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b)-H(a)}{b-a}$$

$$h(x) = \sin^2 3x \cos 3x = \frac{1}{9}\, 3\sin^2 3x\,(3\cos 3x)$$

$$= \frac{1}{9}\,(3u^2) \times u' = \frac{1}{9}\,(u^3)'$$

$$\Rightarrow \quad H(x) = \frac{1}{9}\sin^3 3x + C$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b) - H(a)}{b-a}$$

$$H(x) = \frac{1}{9} \sin^3 3x + C$$

$$\mu = \frac{\dots}{\dots}$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b) - H(a)}{b-a}$$

$$H(x) = \frac{1}{9} \sin^3 3x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{9} \sin^3 \pi/2 - \frac{1}{9} \sin^3 -\pi/2}{\pi/6 - (-\pi/6)}$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b) - H(a)}{b-a}$$

$$H(x) = \frac{1}{9} \sin^3 3x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{9} \sin^3 \pi/2 - \frac{1}{9} \sin^3 -\pi/2}{\pi/6 - (-\pi/6)}$$

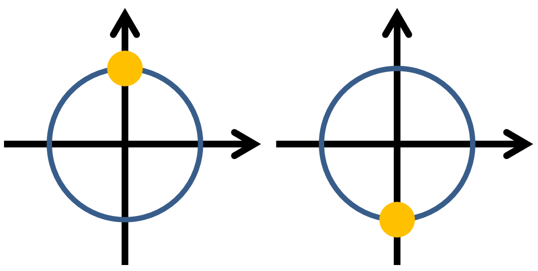
$$= \frac{\frac{1}{9} \ldots - \frac{1}{9} \ldots}{\pi/3}$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b)-H(a)}{b-a}$$

$$H(x) = \frac{1}{9}\sin^3 3x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{9}\sin^3 \pi/2 - \frac{1}{9}\sin^3 -\pi/2}{\pi/6 - (-\pi/6)}$$



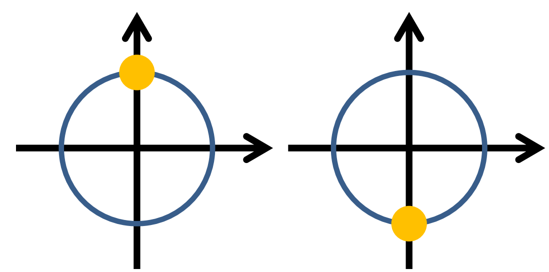
$$= \frac{\frac{1}{9}\,1^3 - \frac{1}{9}\,(-1)^3}{2\pi/6} = \dots$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[\, - \pi/6 \; ; \pi/6 \,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b) - H(a)}{b-a}$$

$$H(x) = \frac{1}{9}\sin^3 3x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{9}\sin^3 \pi/2 - \frac{1}{9}\sin^3 -\pi/2}{\pi/6 - (-\pi/6)}$$



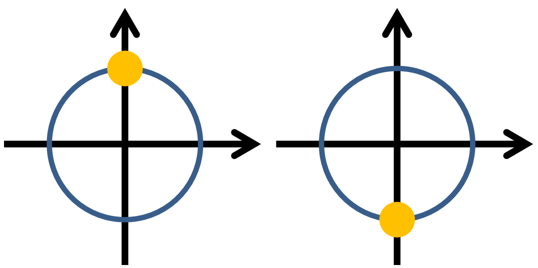
$$= \frac{\frac{1}{9}1^3 - \frac{1}{9}(-1)^3}{2\pi/6} = \frac{\frac{2}{9}}{\pi/3} = \ldots$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b) - H(a)}{b-a}$$

$$H(x) = \frac{1}{9}\sin^3 3x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{9}\sin^3 \pi/2 - \frac{1}{9}\sin^3 -\pi/2}{\pi/6 - (-\pi/6)}$$



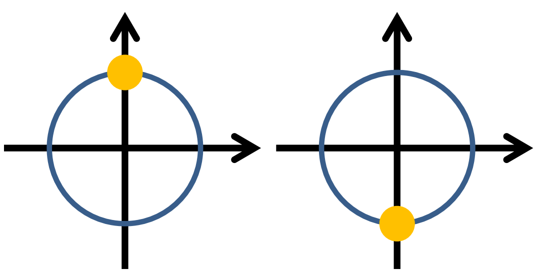
$$= \frac{\frac{1}{9}1^3 - \frac{1}{9}(-1)^3}{2\pi/6} = \frac{\frac{2}{9}}{\pi/3} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{\pi}$$

Ex 10 : $h(x) = \sin^2 3x \cos 3x$ définie sur $[-\pi/6 ; \pi/6]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(x)\,dx = \frac{H(b)-H(a)}{b-a}$$

$$H(x) = \frac{1}{9}\sin^3 3x + C$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{9}\sin^3 \pi/2 - \frac{1}{9}\sin^3 -\pi/2}{\pi/6 - (-\pi/6)}$$



$$= \frac{\frac{1}{9}1^3 - \frac{1}{9}(-1)^3}{2\pi/6} = \frac{\frac{2}{9}}{\pi/3} = \frac{2}{9}\times\frac{3}{\pi} = \frac{2}{3\pi}$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\ 0\ ;\ \pi/24\ ]$

$k(x) = \cos^2 4x = \ldots \quad \cos^2 4x$

$= \ldots \quad v'(u) \times u'$

Ex 10 : k(x) = $\cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\,3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\,(\,3\,u^2\,)$$

$$= (\,\dots \qquad)'$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\, 0 \,;\, \pi/24 \,]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\ 3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\ (\, 3\, u^2 \,)$$

mais il manque le $\times\ u'$ pour obtenir $\frac{1}{3}\ (\, u^3 \,)'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait ... $3\cos^2 4x\ (\ \ldots\ \sin 4x\ )$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\, 0 \,;\, \pi/24 \,]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\ 3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\ (\,3\,u^2\,)$$

mais il manque le $\times\, u'$ pour obtenir $\frac{1}{3}\,(\,u^3\,)'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait $\frac{-1}{12}\ 3\cos^2 4x\ (\,-\,4\sin 4x\,) = \;\ldots$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[0 ; \pi/24]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\, 3 \cos^2 4x = \frac{1}{3}\, (3 u^2)$$

mais il manque le $\times u'$ pour obtenir $\frac{1}{3} (u^3)'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait $\frac{-1}{12}\, 3 \cos^2 4x \,(- 4 \sin 4x) = \frac{-1}{12} (3 u^2) \times u'$

$$= \frac{-1}{12}\, v'(u) \times u' = \frac{-1}{12} (u^3)'$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\,3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\,(3u^2)$$

mais il manque le $\times\, u'$ pour obtenir $\frac{1}{3}\,(u^3)'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait $\frac{-1}{12}\,3\cos^2 4x\,(-4\sin 4x) = \frac{-1}{12}\,(3u^2) \times u'$

$$= \frac{-1}{12}\,v'(u) \times u' = \frac{-1}{12}\,(u^3)'$$

Méthode : linéarisation

voir chap. n^b complexes ...

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\ 0\ ;\ \pi/24\ ]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\ 3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\ (\ 3\ u^2\ )$$

mais il manque le $\times\ u'$ pour obtenir $\dfrac{1}{3}(\ u^3\ )'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait $\dfrac{-1}{12}\ 3\cos^2 4x\ (\ -4\sin 4x\ ) = \dfrac{-1}{12}(\ 3\ u^2\ ) \times u'$

$$= \frac{-1}{12}\ v'(u) \times u' = \frac{-1}{12}(\ u^3\ )'$$

Méthode : linéarisation

voir chap. n^b complexes $\cos^2 x = \dfrac{1+\cos 2x}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\cos 2x$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\,3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\,(\,3\,u^2\,)$$

mais il manque le $\times\,u'$ pour obtenir $\frac{1}{3}\,(\,u^3\,)'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait $\frac{-1}{12}\,3\cos^2 4x\,(\,-\,4\sin 4x\,) = \frac{-1}{12}\,(\,3\,u^2\,)\times u'$

$$= \frac{-1}{12}\,v'(u)\times u' = \frac{-1}{12}\,(\,u^3\,)'$$

Méthode : linéarisation

voir chap. n^b complexes $\cos^2 4x = \dfrac{1+\cos 8x}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\cos 8x$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\, 0 ; \pi/24 \,]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\ 3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\ (3u^2)$$

mais il manque le $\times\, u'$ pour obtenir $\frac{1}{3}\,(u^3)'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait $\frac{-1}{12}\ 3\cos^2 4x\,(-4\sin 4x) = \frac{-1}{12}\,(3u^2) \times u'$

$$= \frac{-1}{12}\ v'(u) \times u' = \frac{-1}{12}\,(u^3)'$$

Méthode : linéarisation

voir chap. n^b complexes $\cos^2 4x = \dfrac{1 + \cos 8x}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\cos 8x$

➡ $K(x) = \ldots$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$k(x) = \cos^2 4x = \frac{1}{3}\ 3\cos^2 4x = \frac{1}{3}\ (\,3\,u^2\,)$$

mais il manque le $\times\, u'$ pour obtenir $\frac{1}{3}\,(\,u^3\,)'$

Je pourrais appliquer la même méthode des deux précédents fonctions si j'avais

$\cos^2 4x \sin 4x$

qui serait $\frac{-1}{12}\ 3\cos^2 4x\,(\,-\,4\sin 4x\,) = \frac{-1}{12}\,(\,3\,u^2\,)\times u'$

$$= \frac{-1}{12}\ v'(u)\times u' = \frac{-1}{12}\,(\,u^3\,)'$$

Méthode : linéarisation

voir chap. n^b complexes $\cos^2 4x = \dfrac{1+\cos 8x}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\cos 8x$

$$\Rightarrow\ K(x) = \frac{1}{2}\,x + \frac{1}{2}\,\left(\,\frac{1}{8}\sin 8x\,\right) + C$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b k(x)\,dx = \frac{K(b)-K(a)}{b-a}$$

$$K(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\sin 8x + C$$

$\mu = \dots$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b k(x)\,dx = \frac{K(b)-K(a)}{b-a}$$

$$K(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\sin 8x + C$$

$$\mu = \frac{\left(\frac{1}{2}\,\frac{\pi}{24} + \frac{1}{16}\sin \pi/3\right) - \left(\frac{1}{2}\,0 + \frac{1}{16}\sin 0\right)}{\pi/24 - 0}$$

$$= \frac{\ldots}{\pi/24}$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\, 0 \,;\, \pi/24 \,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b k(x)\,dx = \frac{K(b)-K(a)}{b-a}$$

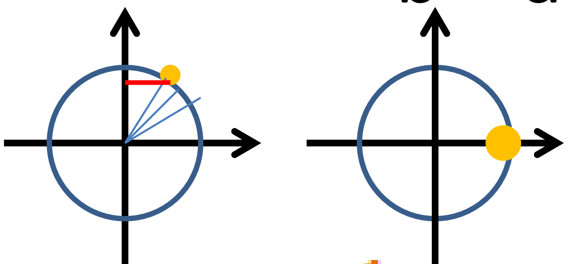
$$K(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\sin 8x + C$$

$$\mu = \frac{\left(\frac{1}{2}\,\frac{\pi}{24} + \frac{1}{16}\sin \pi/3\right) - \left(\frac{1}{2}\,0 + \frac{1}{16}\sin 0\right)}{\pi/24 - 0}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{48} + \frac{1}{16}\ \dots\ - 0 - \dots}{\pi/24}$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b k(x)\,dx = \frac{K(b)-K(a)}{b-a}$$



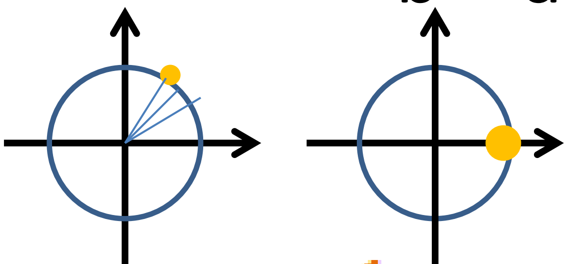
$$K(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\sin 8x + C$$

$$\mu = \frac{\left(\frac{1}{2}\frac{\pi}{24} + \frac{1}{16}\sin \pi/3\right) - \left(\frac{1}{2}0 + \frac{1}{16}\sin 0\right)}{\pi/24 - 0}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{48} + \frac{1}{16}\frac{\sqrt{3}}{2} - 0 - 0}{\pi/24} = \ldots$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b k(x)\,dx = \frac{K(b)-K(a)}{b-a}$$



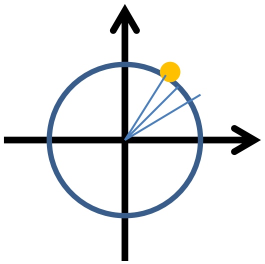
$$K(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\sin 8x + C$$

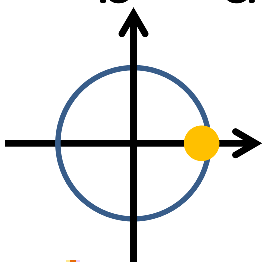
$$\mu = \frac{\left(\frac{1}{2}\,\frac{\pi}{24} + \frac{1}{16}\sin \pi/3\right) - \left(\frac{1}{2}\,0 + \frac{1}{16}\sin 0\right)}{\pi/24 - 0}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{48} + \frac{1}{16}\,\frac{\sqrt{3}}{2} - 0 - 0}{\pi/24} = \frac{\pi}{48}\times\frac{24}{\pi} + \frac{\sqrt{3}}{32}\times\frac{24}{\pi}$$

Ex 10 : $k(x) = \cos^2 4x$ définie sur $[\,0\,;\,\pi/24\,]$

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b k(x)\,dx = \frac{K(b)-K(a)}{b-a}$$





$$K(x) = \frac{1}{2}\,x + \frac{1}{16}\sin 8x + C$$

$$\mu = \frac{\left(\frac{1}{2}\,\frac{\pi}{24} + \frac{1}{16}\sin \pi/3\right) - \left(\frac{1}{2}\,0 + \frac{1}{16}\sin 0\right)}{\pi/24 - 0}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{48} + \frac{1}{16}\,\frac{\sqrt{3}}{2} - 0 - 0}{\pi/24} = \frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$$