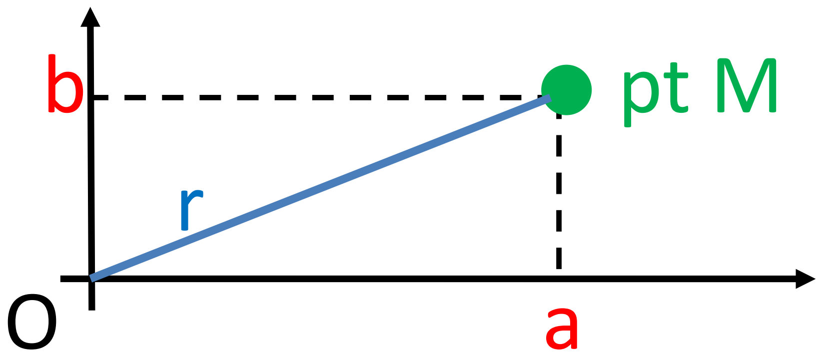
III Formes trigonométriques des nombres complexes.



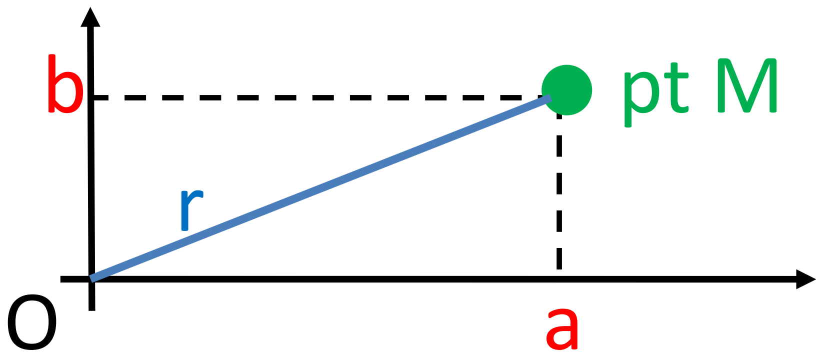
dans un repère orthonormé

Le n^b complexe a + bi a pour point image M

On nomme « module de z » et on l'écrit $|z|$

la distance OM $|z|$ = OM = ...

III Formes trigonométriques des nombres complexes.



dans un repère orthonormé

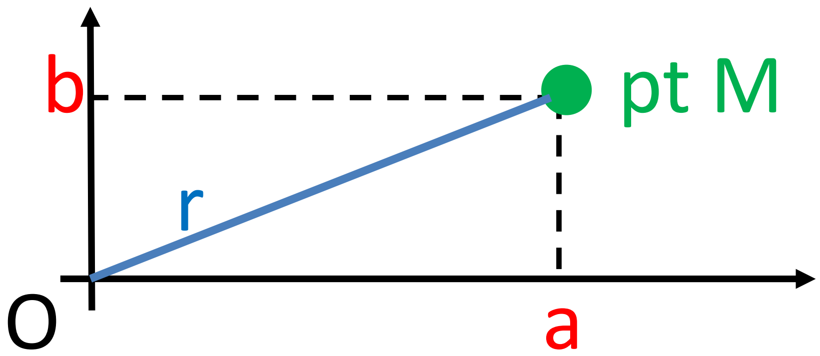
Le n^b complexe a + bi a pour point image M

On nomme « module de z » et on l'écrit $|z|$

la distance OM $\quad |z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\ldots}$

voir chapitre « Vecteurs » de 2nde

III Formes trigonométriques des nombres complexes.



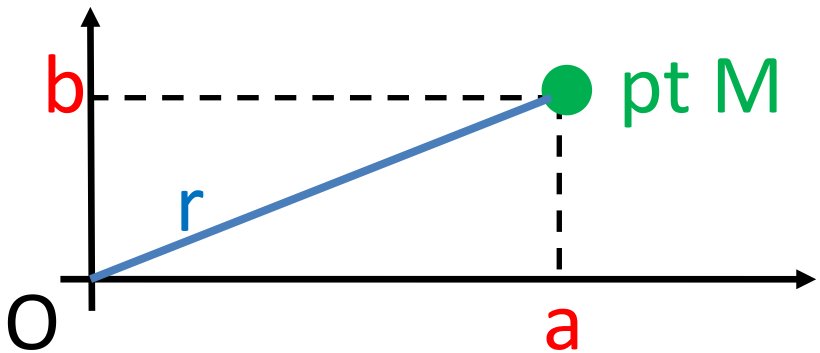
dans un repère orthonormé

Le n^b complexe a + bi a pour point image M

On nomme « module de z » et on l'écrit $|z|$
la distance OM $|z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\,\bar{z}}$

voir exo 2

III Formes trigonométriques des nombres complexes.



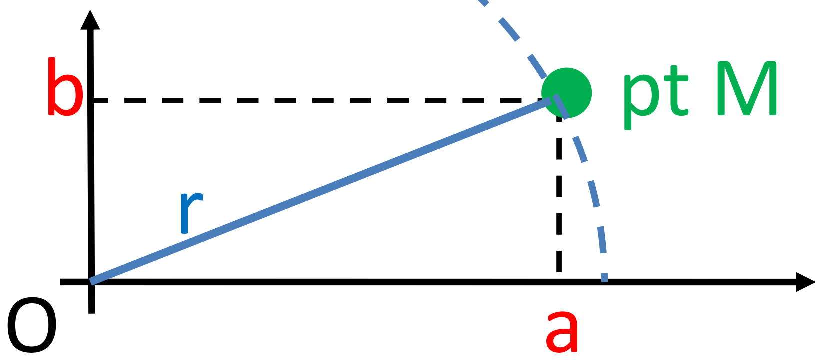
dans un repère orthonormé

Le n^b complexe a + bi a pour point image M

On nomme « module de z » et on l'écrit $|z|$ la distance OM $|z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\,\bar{z}}$

On écrit souvent $|z| = r$ comme le ...

III Formes trigonométriques des nombres complexes.



dans un repère orthonormé

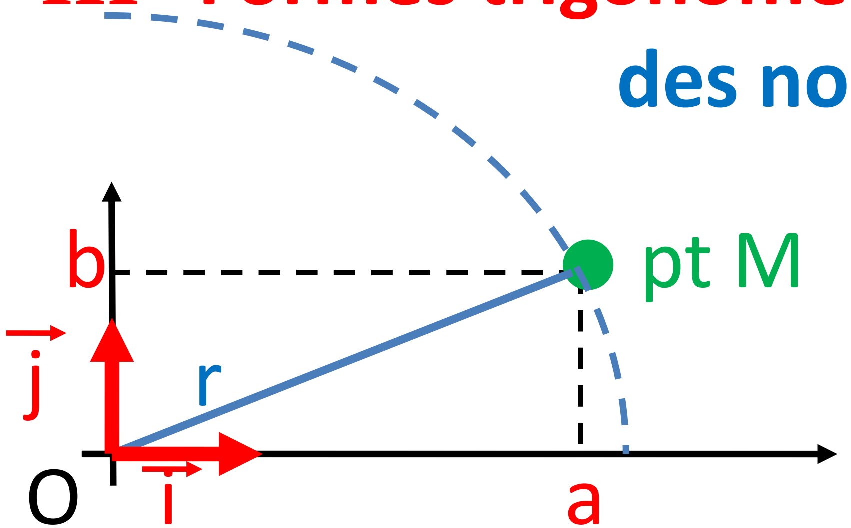
Le n^b complexe a + bi a pour point image M

On nomme « module de z » et on l'écrit $|z|$

la distance OM $|z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\,\bar{z}}$

On écrit souvent $|z| = r$ comme le rayon OM

III Formes trigonométriques des nombres complexes.

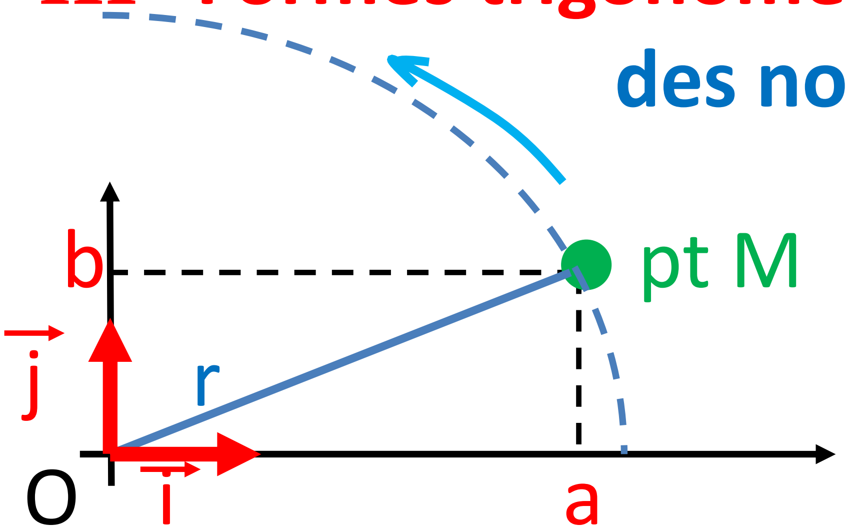


dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ )$

Le n^{b} complexe a + bi a pour point image M

On nomme « argument de z » et on l'écrit arg(z)
l'angle *orienté* (selon le ...) $(\ \vec{i}\ ;\ \overrightarrow{OM}\ )$

III Formes trigonométriques des nombres complexes.

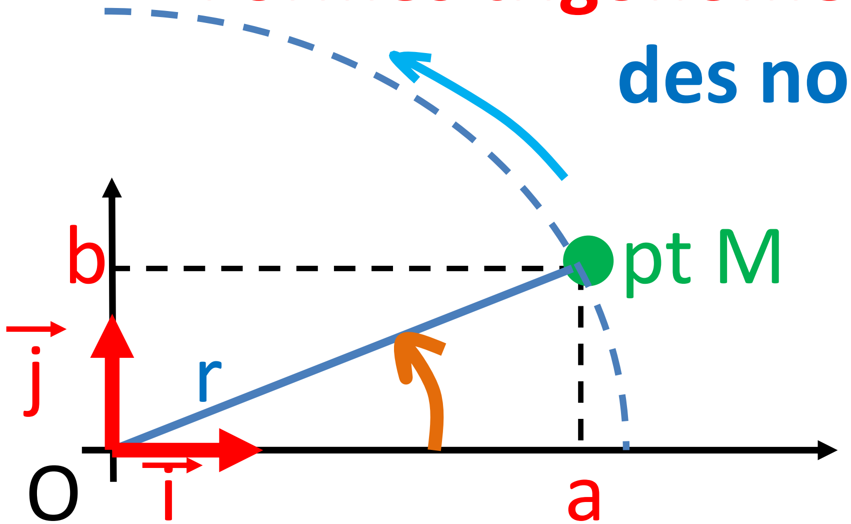


dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$

Le n^b complexe a + bi a pour point image M

On nomme « argument de z » et on l'écrit arg(z) l'angle *orienté* (selon le sens trigo) $(\ \vec{i}\ ;\ \overrightarrow{OM}\ )$

III Formes trigonométriques des nombres complexes.

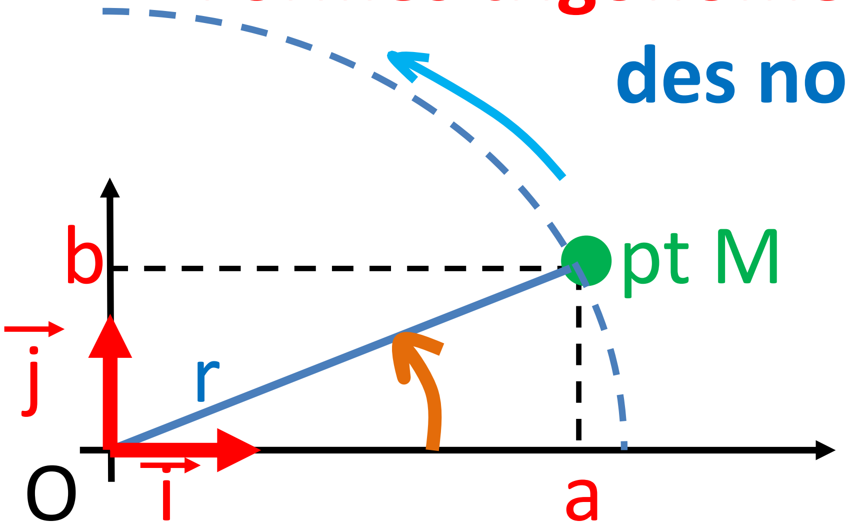


dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

Le n^b complexe $a + bi$ a pour point image M

On nomme « argument de z » et on l'écrit arg(z) l'angle *orienté* (selon le sens trigo) $(\vec{i} \; ; \; \overrightarrow{OM})$

III Formes trigonométriques des nombres complexes.



dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$)

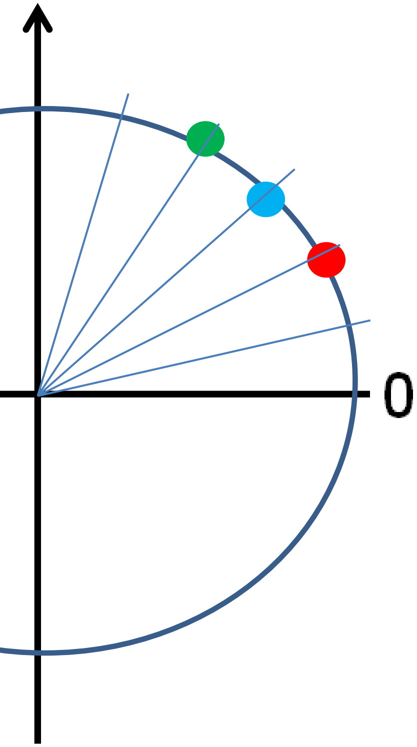
Le nb complexe a + bi a pour point image M

On nomme « argument de z » et on l'écrit arg(z)
l'angle *orienté* (selon le sens trigo) $(\vec{i}\ ;\ \overrightarrow{OM})$

On écrit souvent arg(z) = β

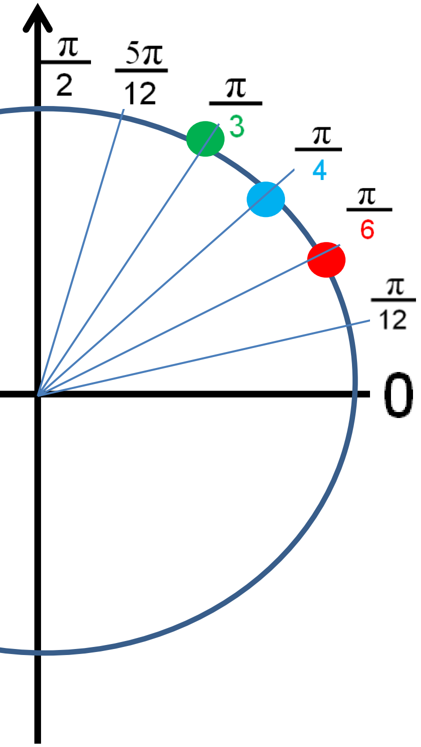
comme la valeur numérique de l'angle orienté

On a (au lycée) ces **angles remarquables** :



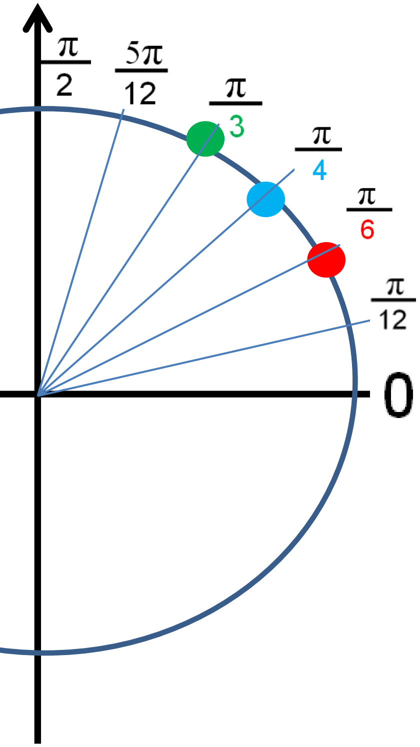
x	... ?	... ?	... ?
cos x			
sin x			

On a (au lycée) ces **angles remarquables** :



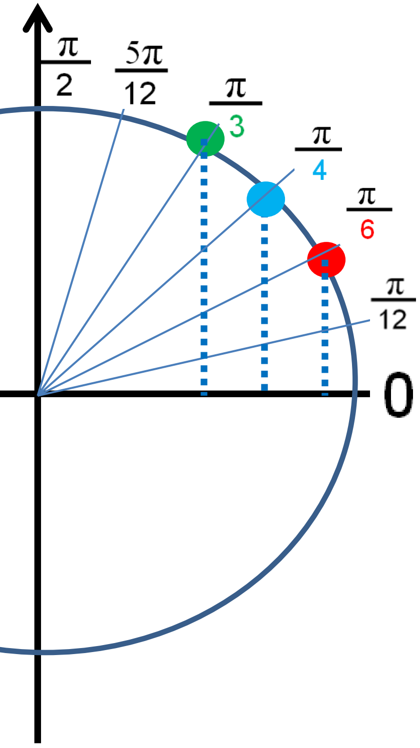
x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
cos x			
sin x			

On a (au lycée) ces **angles remarquables** :



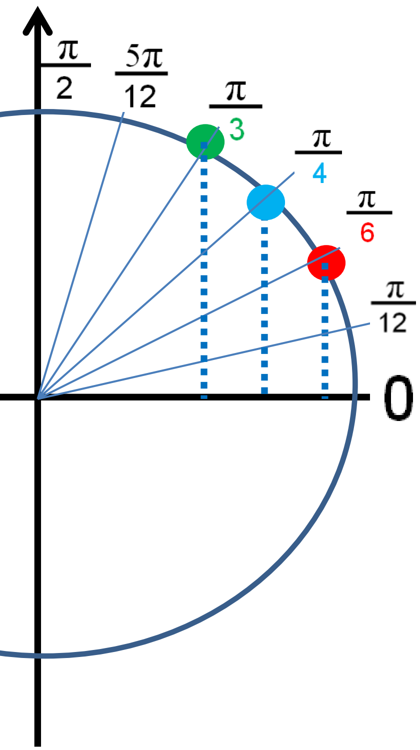
x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
cos x	… ?	… ?	… ?
sin x			

On a (au lycée) ces **angles remarquables** :



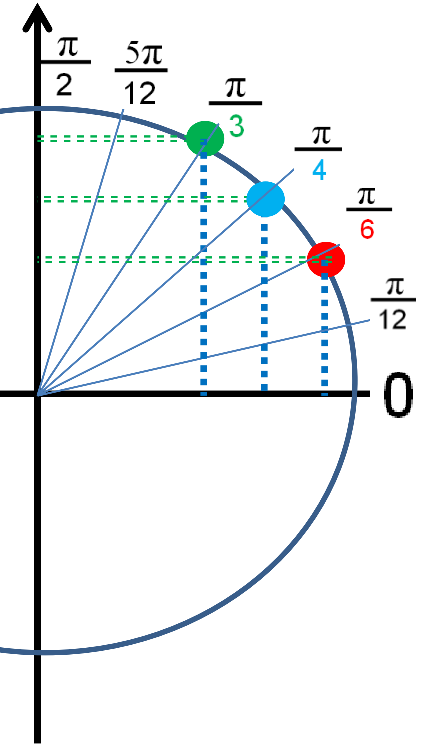
x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin x			

On a (au lycée) ces **angles remarquables** :



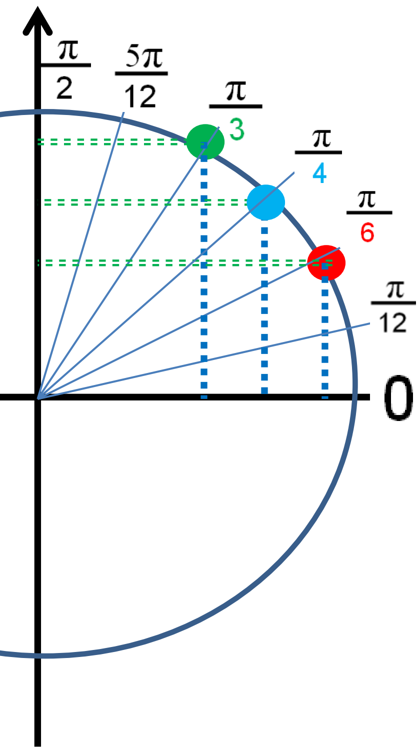
x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin x	… ?	… ?	… ?

On a (au lycée) ces **angles remarquables** :



x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin x	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

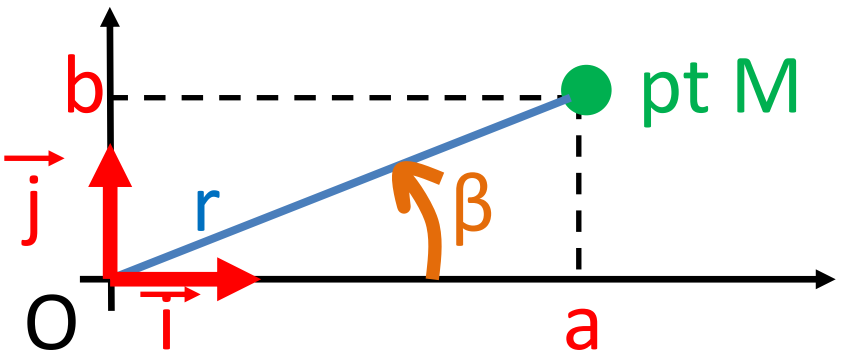
On a (au lycée) ces **angles remarquables** :



x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin x	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

A connaître par cœur pour pouvoir déterminer les solutions en valeurs exactes !

III Formes trigonométriques des nombres complexes.



dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$

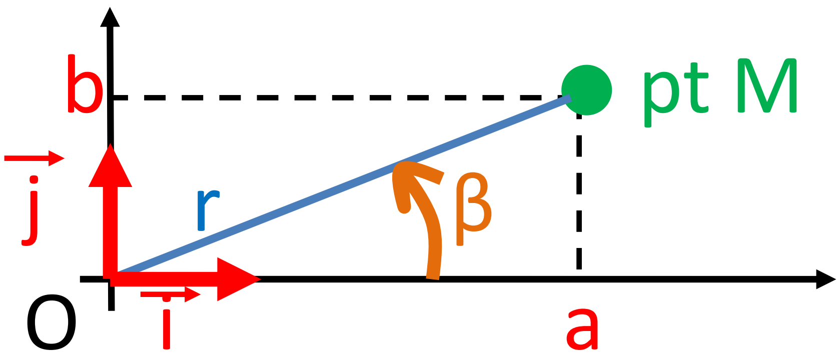
1 Le n^b complexe a + bi a pour point image M(a ; b)

forme … coordonnées …

2 Le n^b complexe [r ; β] a pour point image M(r ; β)

forme … coordonnées …

III Formes trigonométriques des nombres complexes.



dans un repère orthonormé *(O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$)*

1 Le n^b complexe a + bi a pour point image M(a ; b)

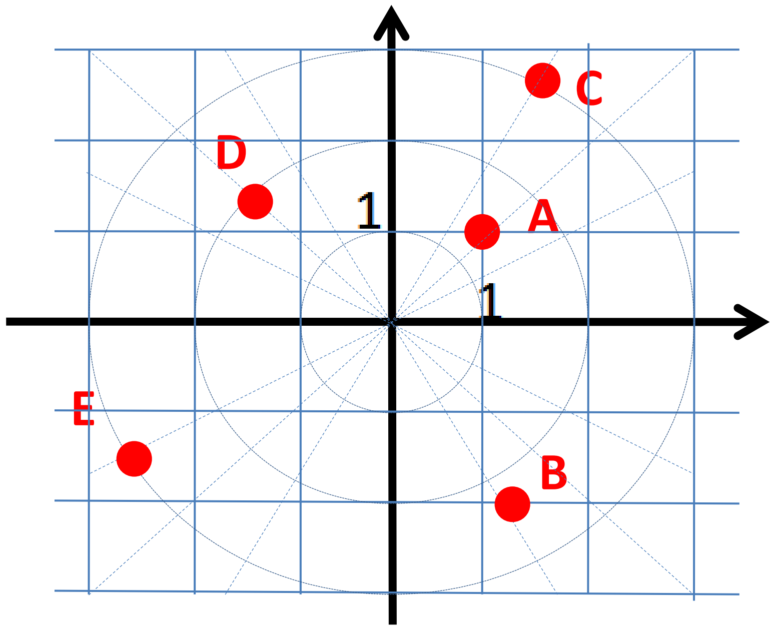
forme algébrique coordonnées cartésiennes

2 Le n^b complexe [r ; β] a pour point image M(r ; β)

forme trigonométrique coordonnées polaires

Exercice 4 :

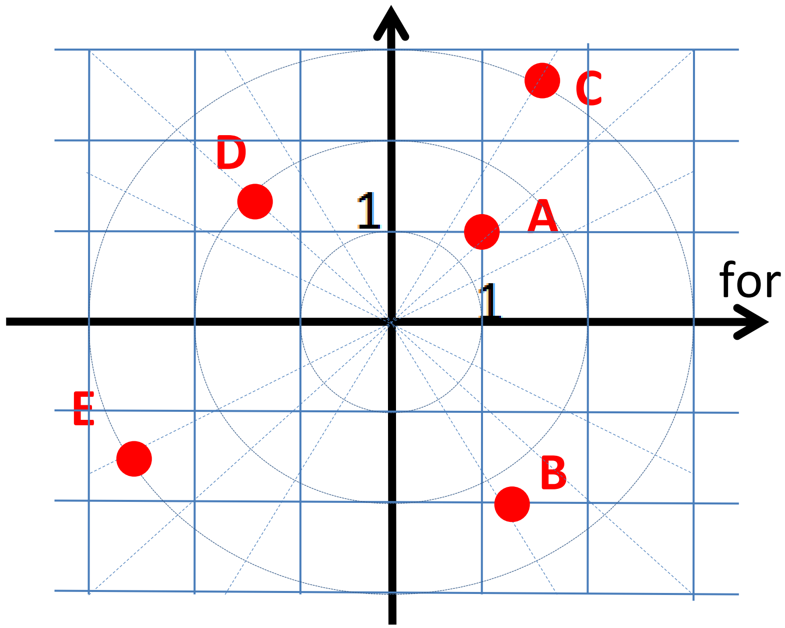
Complétez le tableau à 0,1 près.



formes	z_A	z_B	z_C	z_D	z_E
algébrique ≈					
trigonom. ≈					

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.



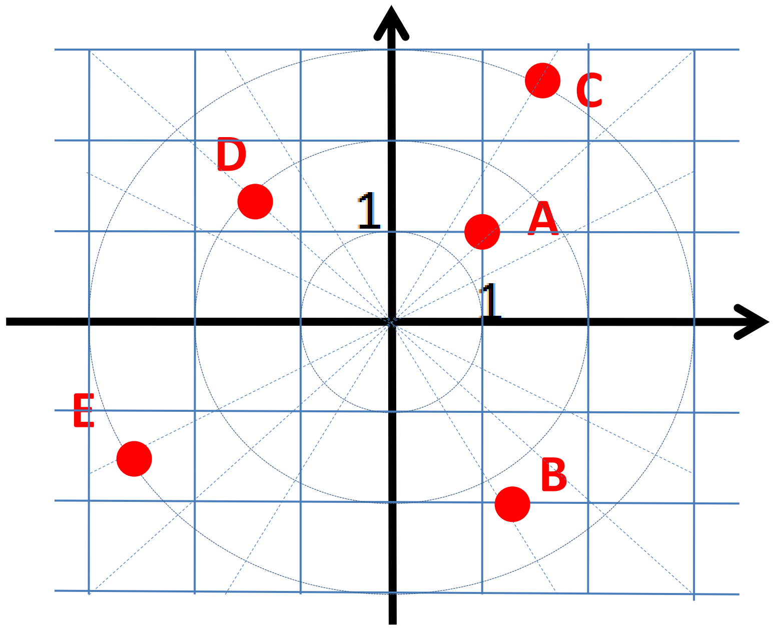
forme algébrique z = a + bi

forme trigonométrique [module ; argument]

formes	z_A	z_B	z_C	z_D	z_E
algébrique ≈	... + ... i				
trigonom. ≈	[... ; ...]				

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

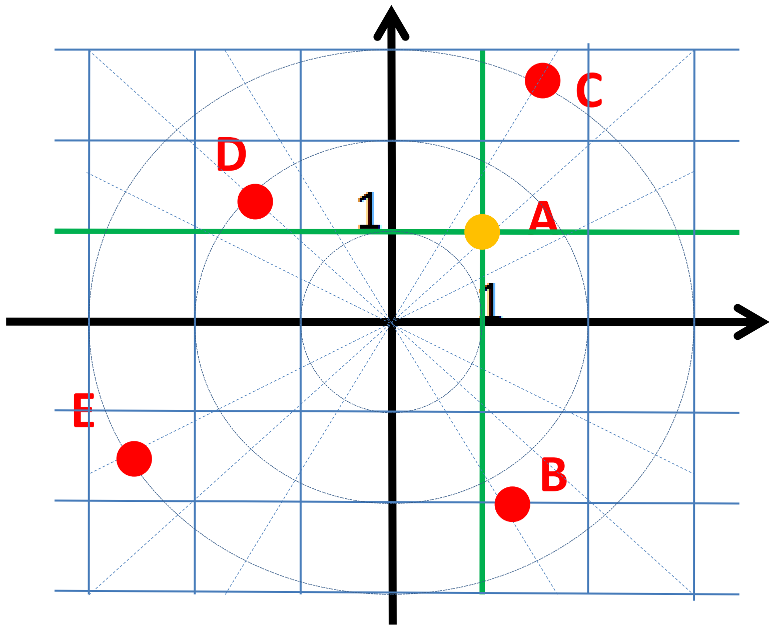


forme	z_A
algébrique ≈	
trigono- -métrique ≈	

z_B	z_C	z_D	z_E

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

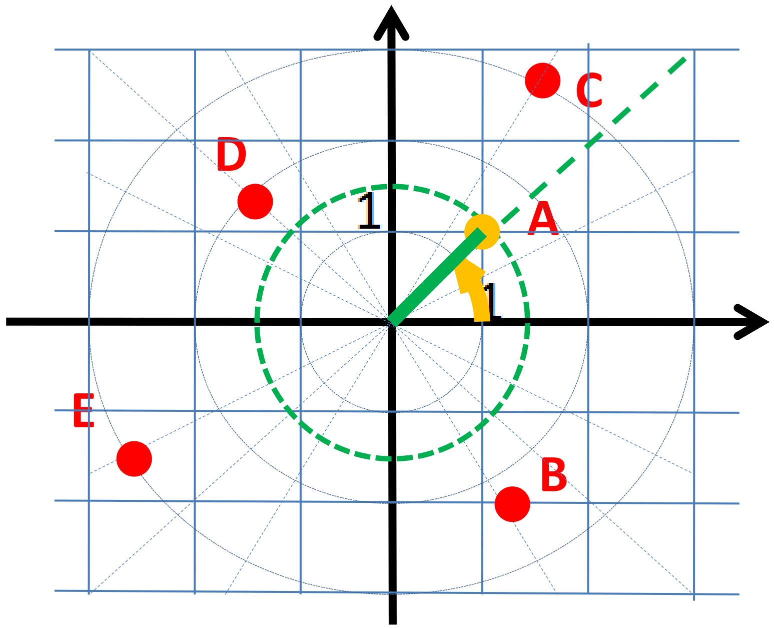


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	

z_B	z_C	z_D	z_E

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

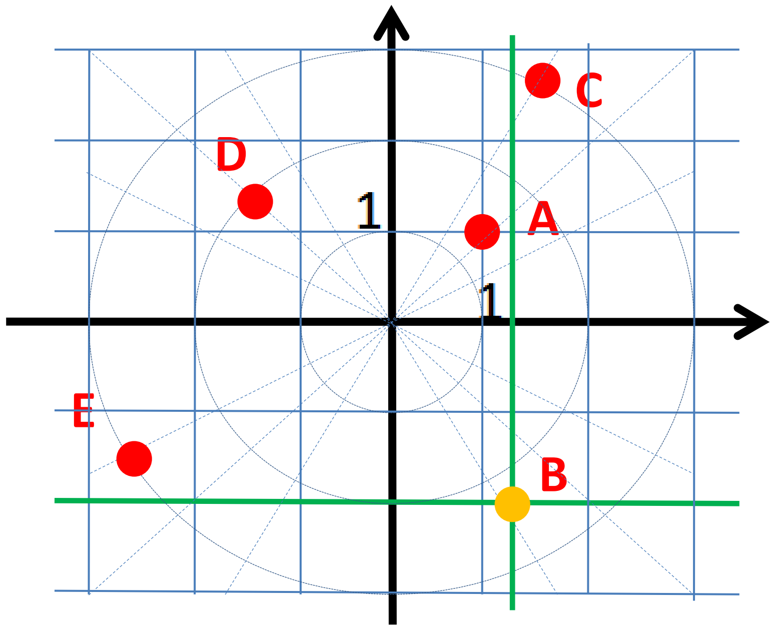


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

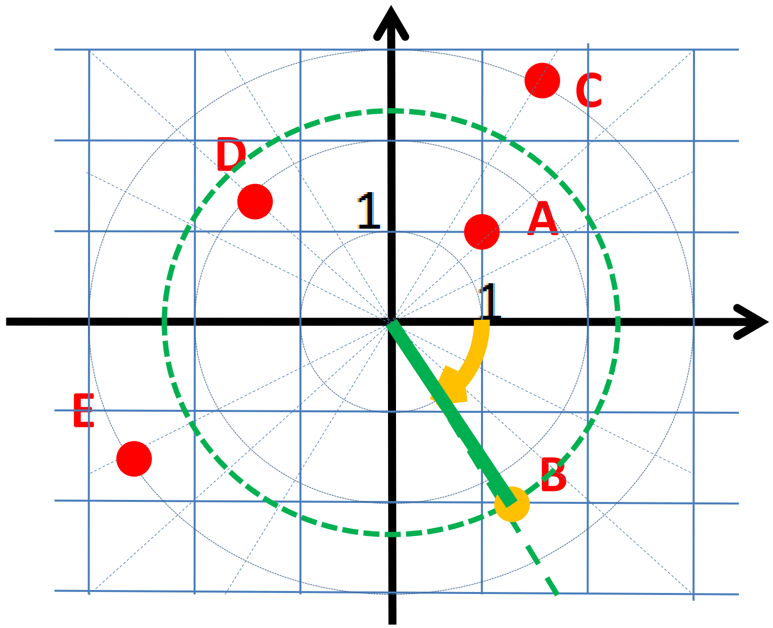


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i			

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

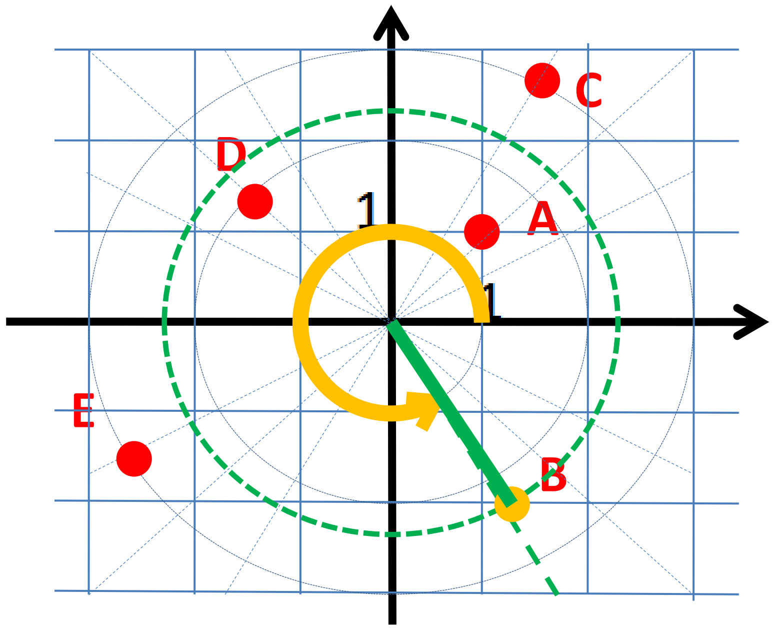


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i			
[2,3 ; - π/3]			

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

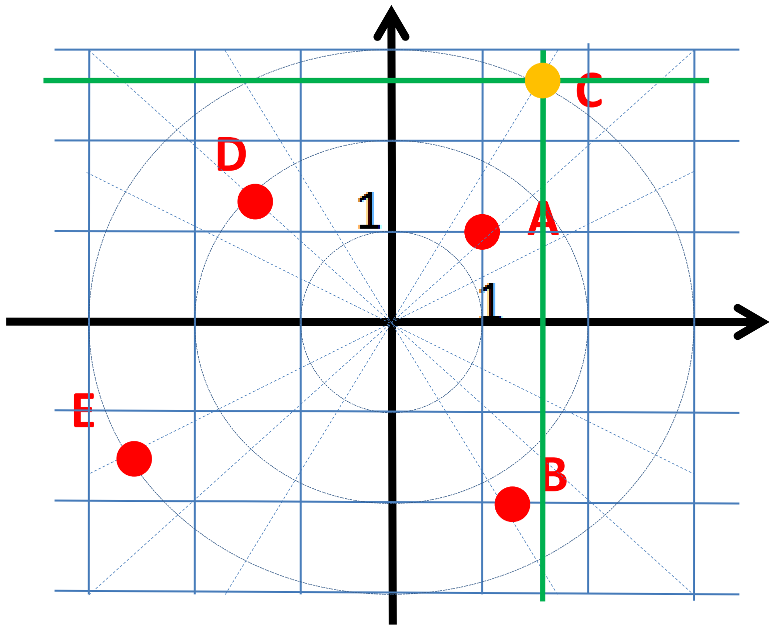


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i			
[2,3 ; 5π/3]			

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

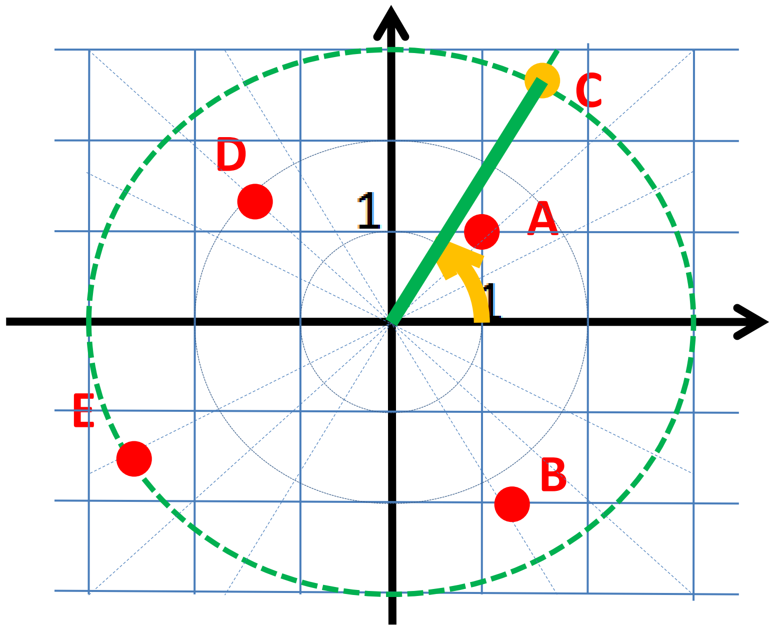


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i	1,5 + 2,7i		
[2,3 ; - π/3]			

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

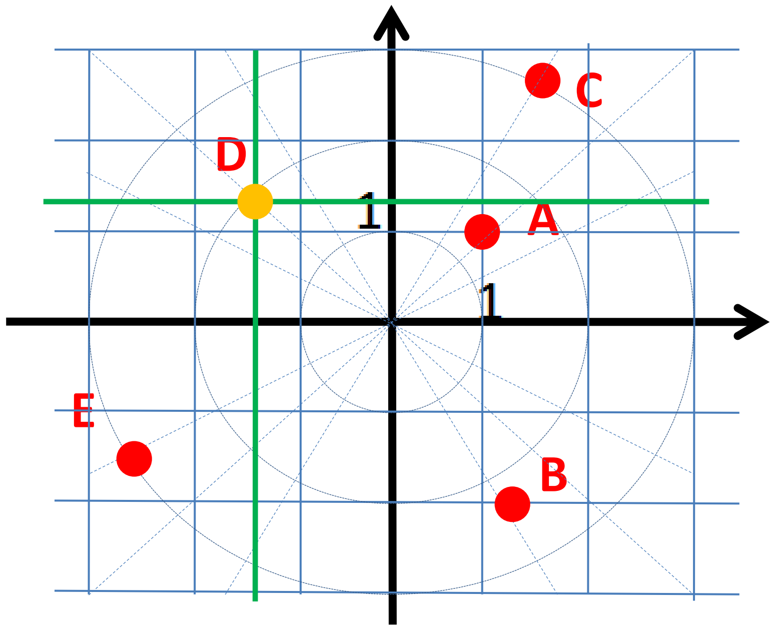


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i	1,5 + 2,7i		
[2,3 ; - π/3]	[3 ; π/3]		

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

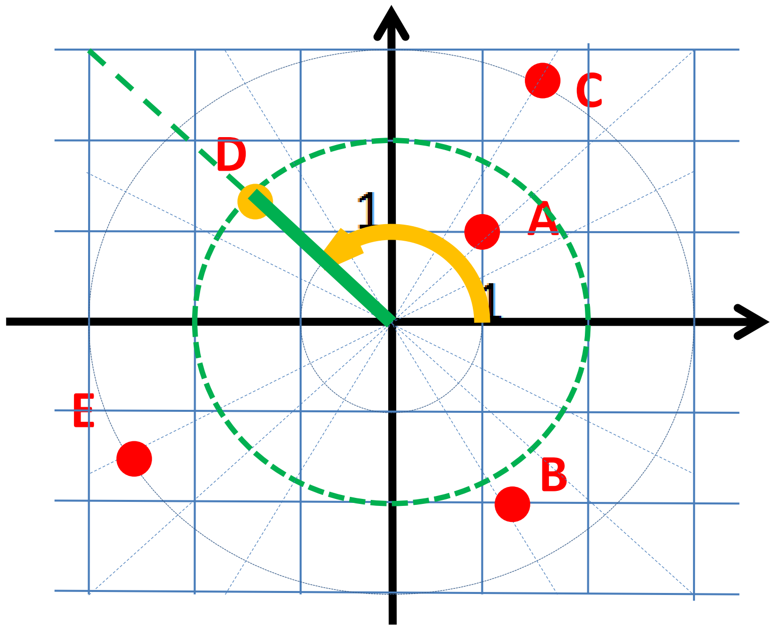


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i	1,5 + 2,7i	- 1,4 + 1,4i	
[2,3 ; - π/3]	[3 ; π/3]		

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

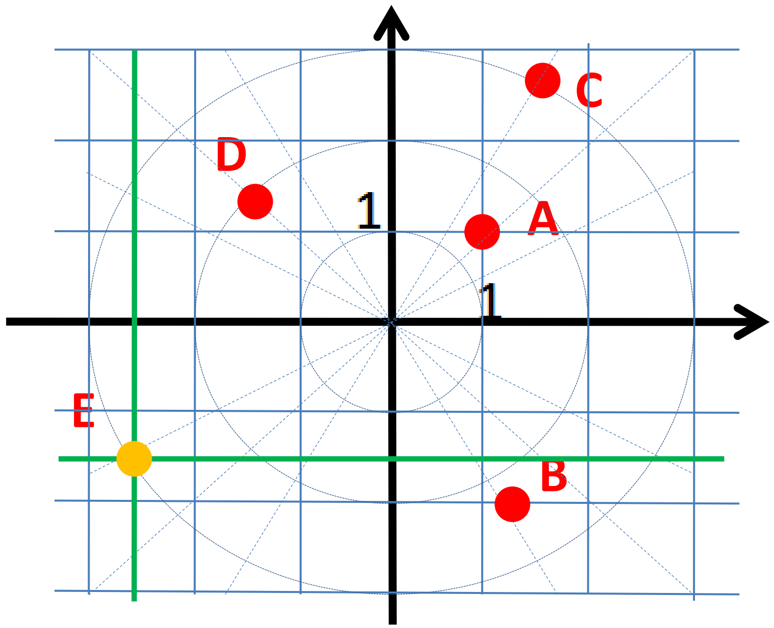


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i	1,5 + 2,7i	- 1,4 + 1,4i	
[2,3 ; - π/3]	[3 ; π/3]	[2 ; 3π/4]	

Exercice 4 :

Complétez le tableau à 0,1 près.

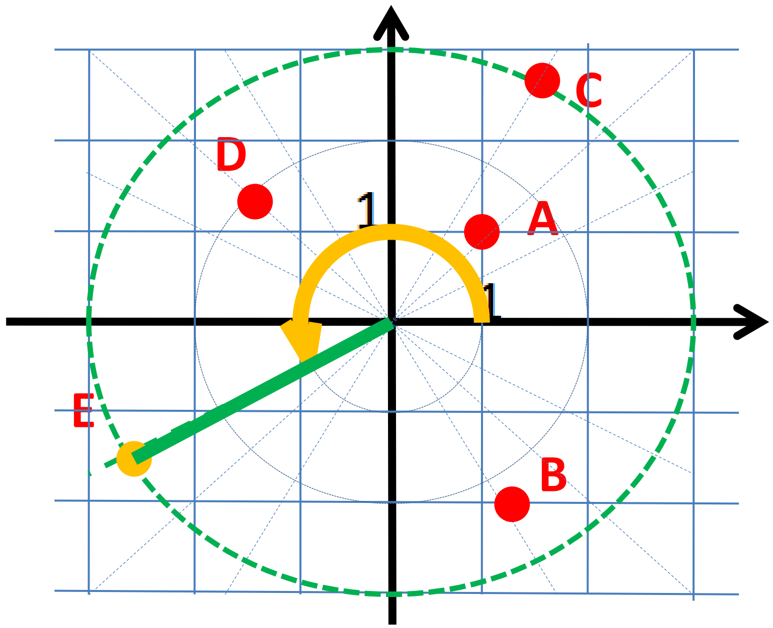


forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i	1,5 + 2,7i	- 1,4 + 1,4i	- 2,7 – 1,6i
[2,3 ; - π/3]	[3 ; π/3]	[2 ; 3π/4]	

Exercice 4 :

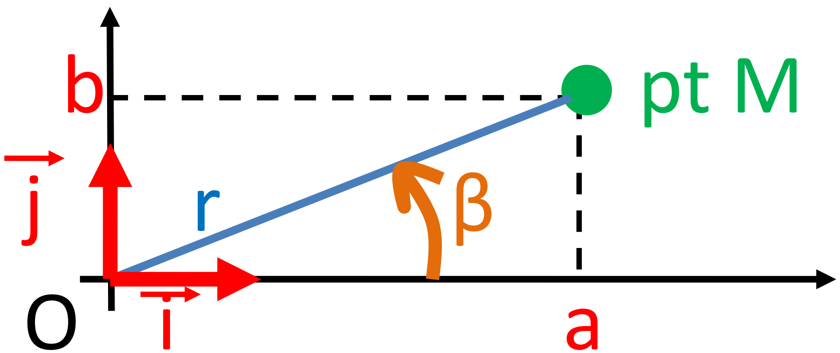
Complétez le tableau à 0,1 près.



forme	z_A
algébrique ≈	1 + 1i
trigono- -métrique ≈	[1,4 ; π/4]

z_B	z_C	z_D	z_E
1,2 – 2i	1,5 + 2,7i	- 1,4 + 1,4i	- 2,7 – 1,6i
[2,3 ; - π/3]	[3 ; π/3]	[2 ; 3π/4]	[3 ; 7π/6]

$$z = a + bi = r\,(\cos\beta + i\sin\beta)$$



dans un repère orthonormé

(O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$)

1 Le n^{b} complexe a + bi a pour point image M(a ; b)

forme algébrique   coordonnées cartésiennes

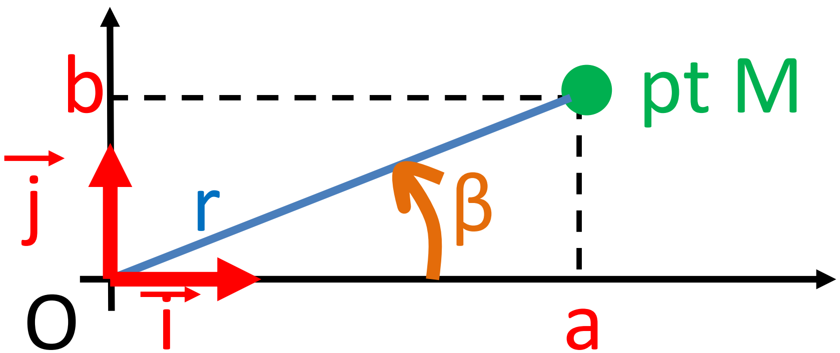
1 à 2 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ cos β = … et sin β = … donc β = …

2 Le n^{b} complexe [r ; β] a pour point image M(r ; β)

forme trigonométrique   coordonnées polaires

2 à 1   a = …   b = …

$$z = a + bi = r\,(\cos\beta + i\sin\beta)$$



dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$

1 Le n^b complexe a + bi a pour point image M(a ; b)

forme algébrique coordonnées cartésiennes

1 à 2 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\cos\beta = \dfrac{a}{r}$ et $\sin\beta = \dfrac{b}{r}$ donc $\beta = \ldots$

2 Le n^b complexe [r ; β] a pour point image M(r ; β)

forme trigonométrique coordonnées polaires

2 à 1 $a = r\cos\beta$ $b = r\sin\beta$

Exercice 5 :

1°) Déterminez les formes trigonométriques

des nombres complexes

$z_A = 2 + 2i$ $z_B = -0,5\sqrt{2} + i\,0,5\sqrt{2}$

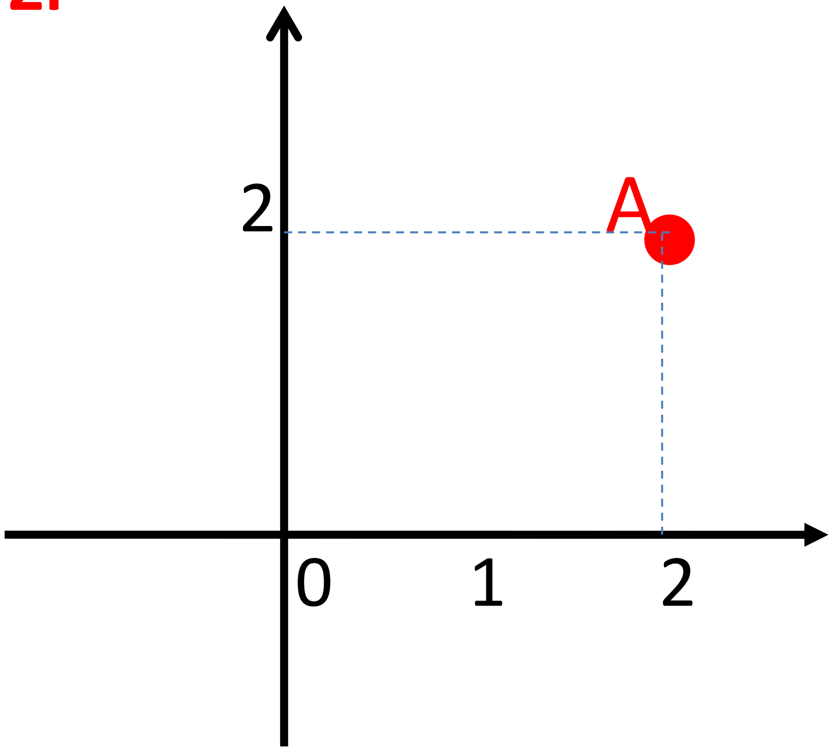
$z_C = 3 - i\sqrt{3}$ $z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$

2°) Déterminez la forme algébrique du nombre complexe

$$z_E = \left[\sqrt{32}\,;\,\frac{123\pi}{4}\right]$$

A (2 ; 2) coordonnées cartésiennes

z_A de **forme algébrique** **z_A = 2 + 2i**

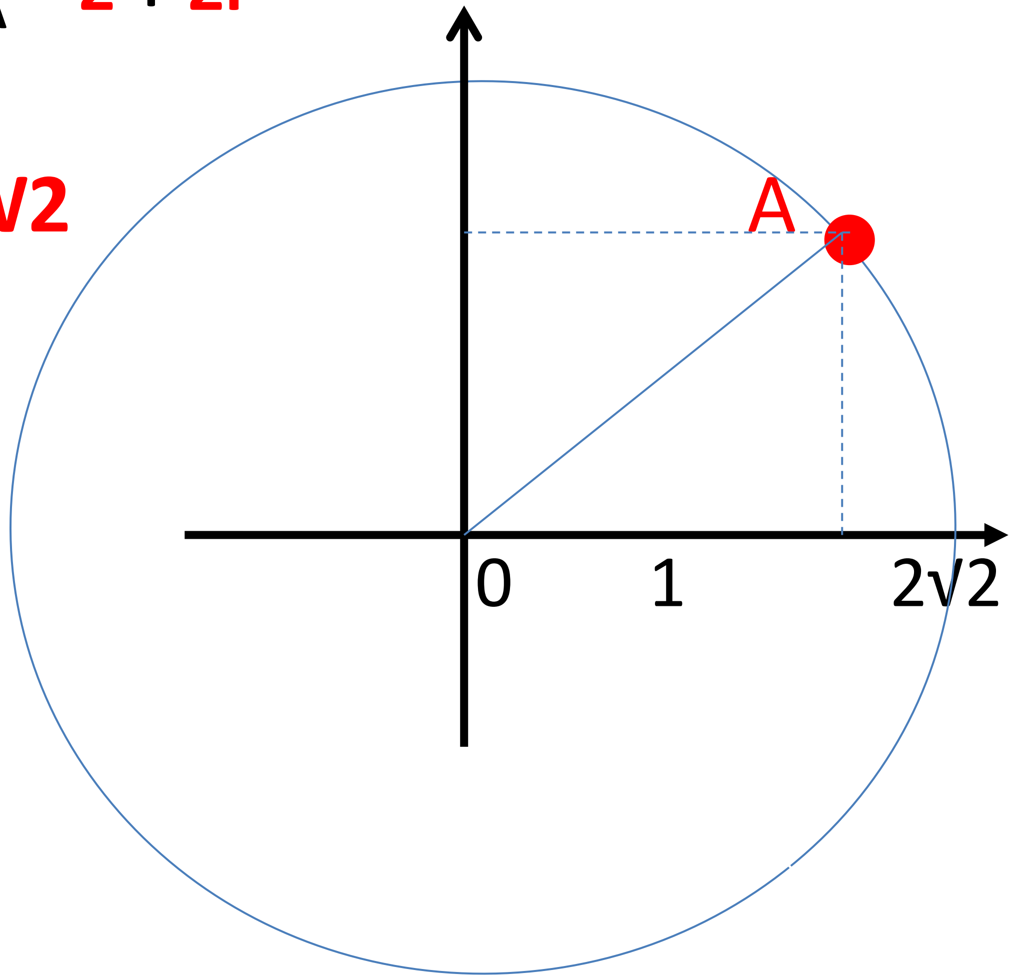


A (2 ; 2) coordonnées cartésiennes

z_A de **forme algébrique** $z_A = 2 + 2i$

$r = | z_A | = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$



A (2 ; 2) coordonnées cartésiennes

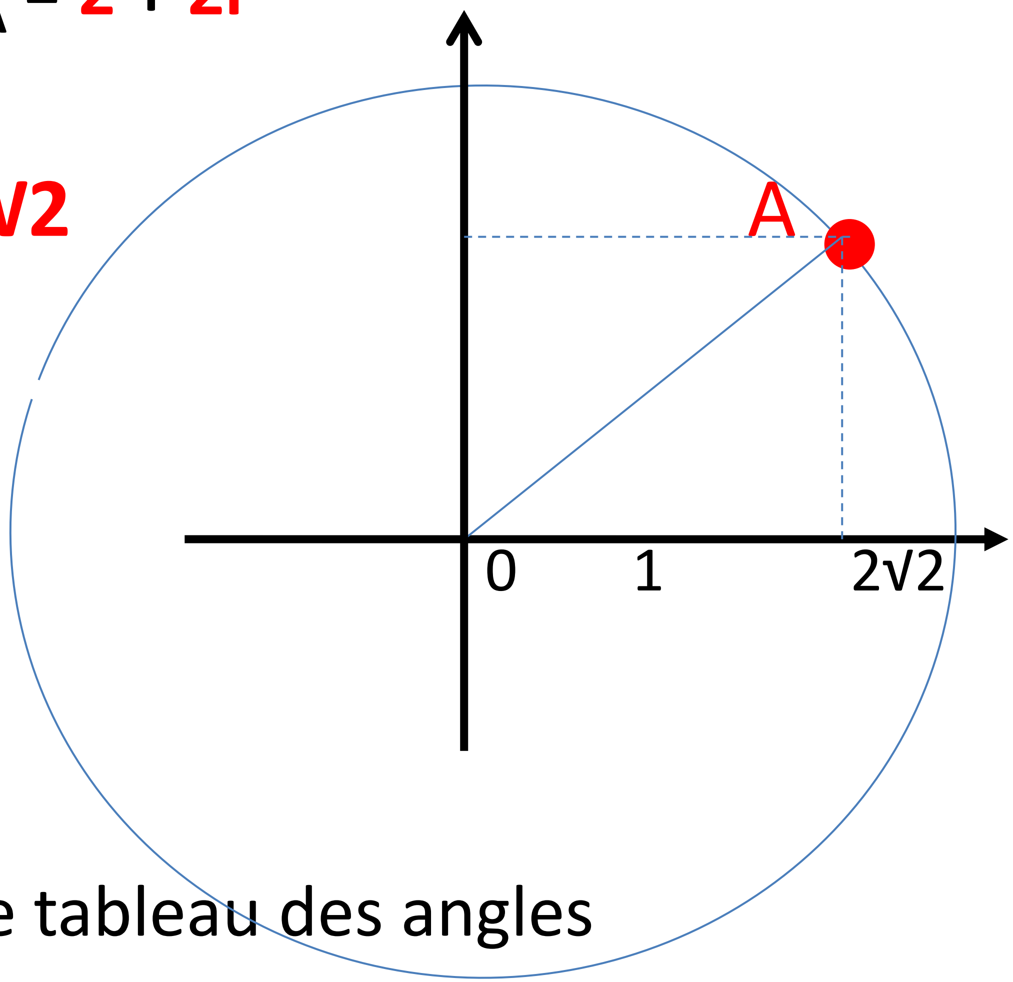
z_A de **forme algébrique** $z_A = 2 + 2i$

$r = | z_A | = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\beta = \arg(z_A)$

$$\begin{cases} \cos \beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} \\ \sin \beta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} \end{cases}$$



ne se trouvent pas dans le tableau des angles remarquables …

A (2 ; 2) coordonnées cartésiennes

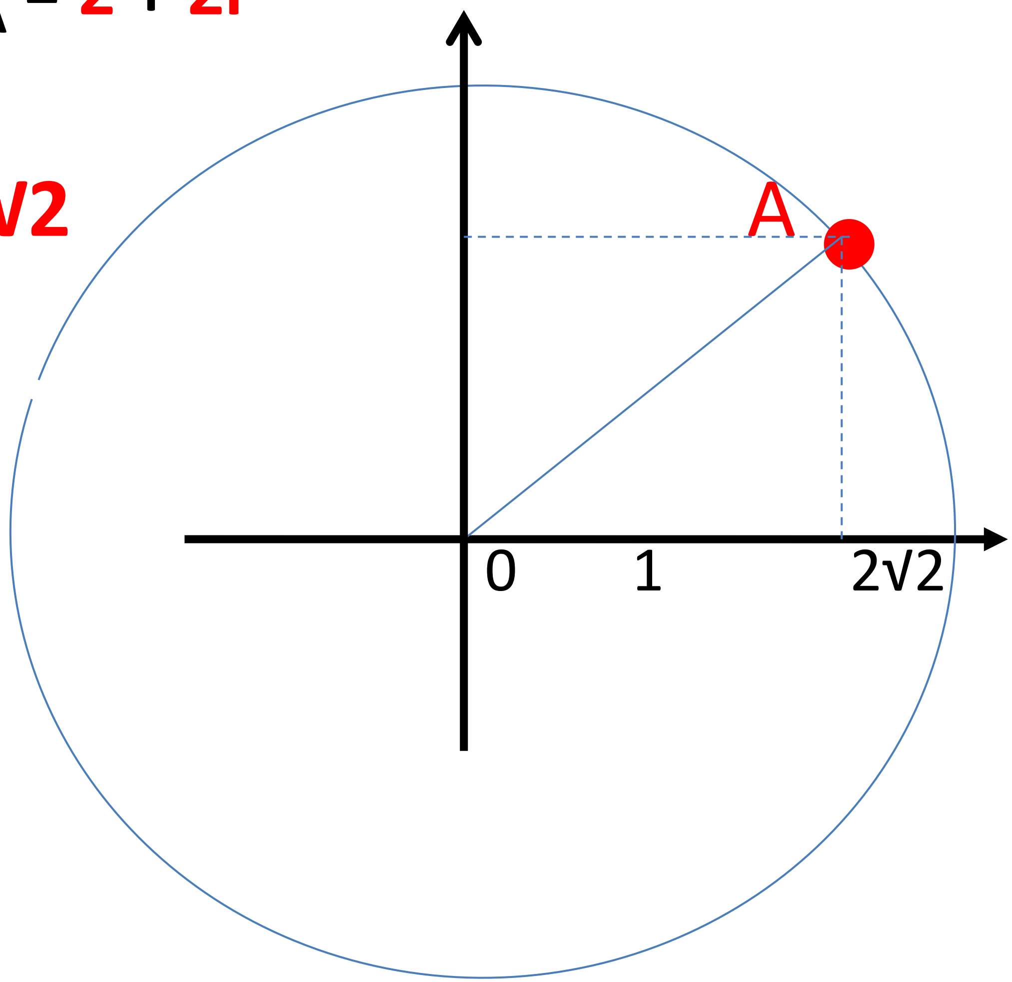
z_A de **forme algébrique** $z_A = 2 + 2i$

$r = |z_A| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\beta = \arg(z_A)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} \\ \quad = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} \\ \quad = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



A (2 ; 2) coordonnées cartésiennes

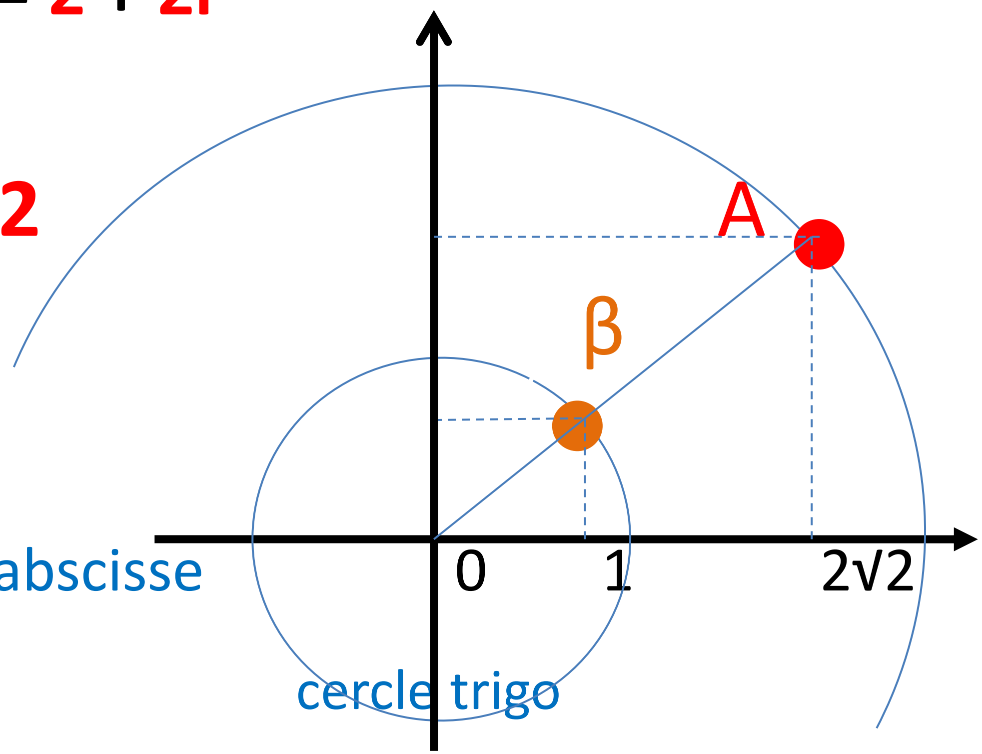
z_A de **forme algébrique** $z_A = 2 + 2i$

$r = |z_A| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\beta = \arg(z_A)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



ordonnée $\Rightarrow$ $\beta = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$

A (2 ; 2) coordonnées cartésiennes

A (rayon $2\sqrt{2}$; angle $\pi/4$ rad) coordonnées polaires

z_A de **forme algébrique** $z_A = 2 + 2i$

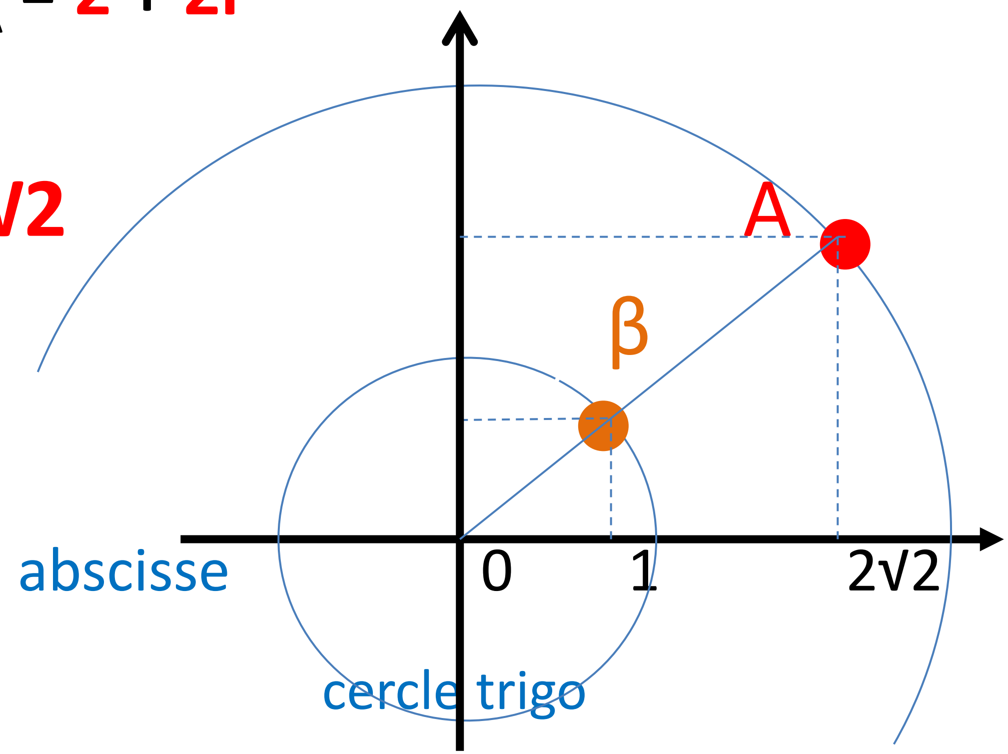
$$r = |z_A| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\beta = \arg(z_A)$$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} \\ \quad = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



ordonnée ⇒ $\beta = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$

$Z_A = 2 + 2i$

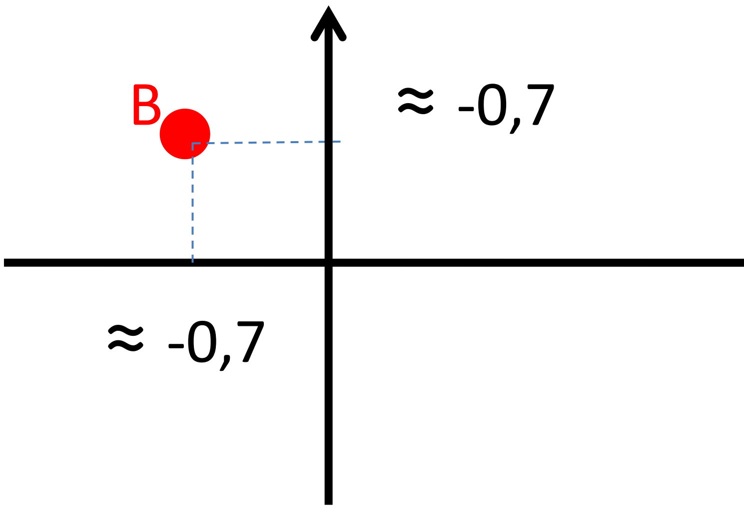
forme algébrique

Z_A = [module $2\sqrt{2}$; argument $\dfrac{\pi}{4}$]

forme trigonométrique

B (- 0,5 √2 ; 0,5 √2) coordonnées cartésiennes

z_B de **forme algébrique** $z_B = -0{,}5\sqrt{2} + i\,0{,}5\sqrt{2}$

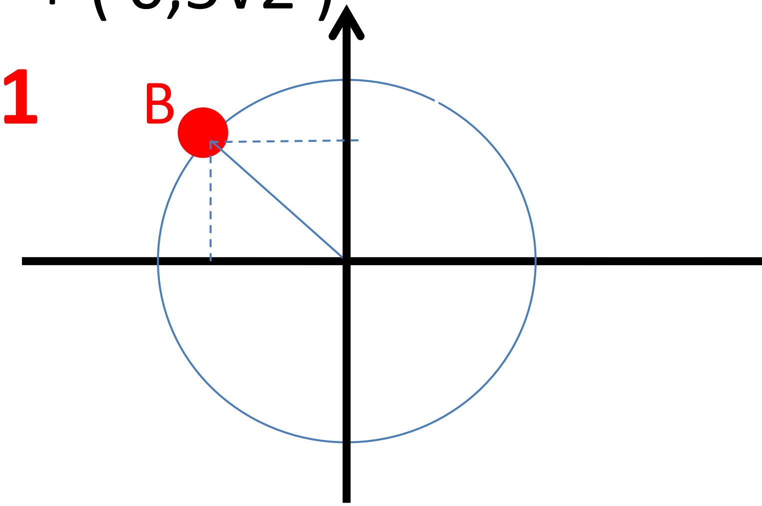


B (- 0,5 √2 ; 0,5 √2) coordonnées cartésiennes

z_B de **forme algébrique** $z_B = -0{,}5\sqrt{2} + i\,0{,}5\sqrt{2}$

$r = |z_B| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-0{,}5\sqrt{2})^2 + (0{,}5\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{0{,}25 \times 2 + 0{,}25 \times 2} = \sqrt{1} = 1$

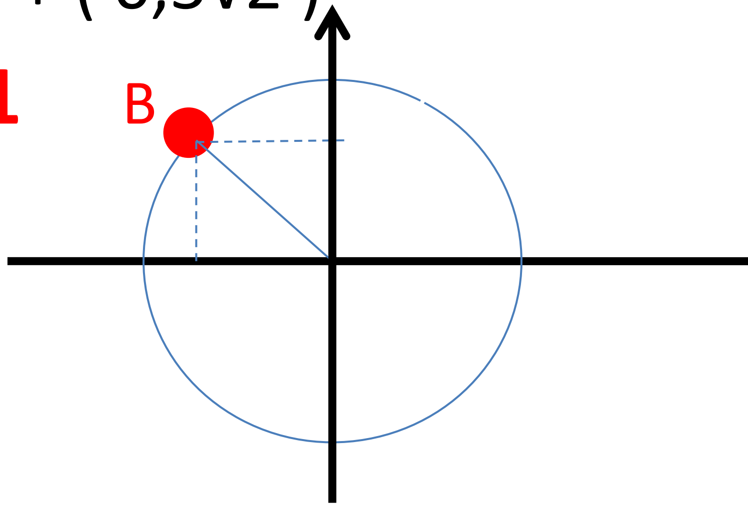


B (- 0,5 √2 ; 0,5 √2) coordonnées cartésiennes

z_B de **forme algébrique** $z_B = -0{,}5\sqrt{2} + i\,0{,}5\sqrt{2}$

$r = |z_B| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-0{,}5\sqrt{2})^2 + (0{,}5\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{0{,}25\times2 + 0{,}25\times2} = \sqrt{1} = 1$



$\beta = \arg(z_B)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = -\dfrac{0{,}5\sqrt{2}}{1} \\ \quad = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{0{,}5\sqrt{2}}{1} \\ \quad = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

B (- 0,5 √2 ; 0,5 √2) coordonnées cartésiennes

z_B de **forme algébrique** $z_B = -0{,}5\sqrt{2} + i\,0{,}5\sqrt{2}$

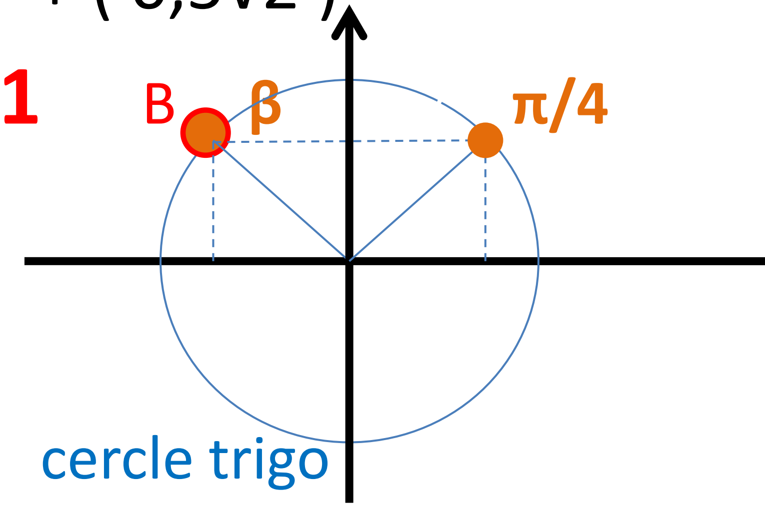
$r = |z_B| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-0{,}5\sqrt{2})^2 + (0{,}5\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{0{,}25\times 2 + 0{,}25\times 2} = \sqrt{1} = 1$

$\beta = \arg(z_B)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = -\dfrac{0{,}5\sqrt{2}}{1} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} & \text{abscisse} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{0{,}5\sqrt{2}}{1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} & \text{ordonnée} \end{cases}$$

$\Rightarrow \beta = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$

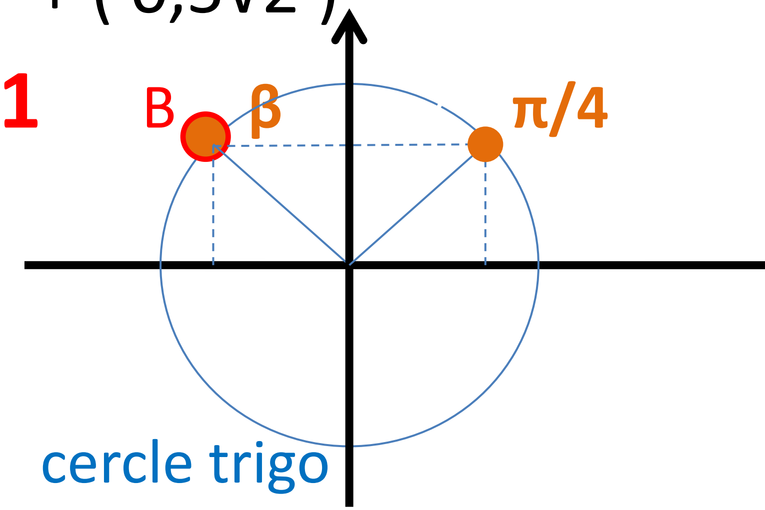


B ($-0{,}5\sqrt{2}$; $0{,}5\sqrt{2}$) coordonnées cartésiennes

z_B de **forme algébrique** $z_B = -0{,}5\sqrt{2} + i\,0{,}5\sqrt{2}$

$$r = |z_B| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-0{,}5\sqrt{2})^2 + (0{,}5\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{0{,}25\times 2 + 0{,}25\times 2} = \sqrt{1} = 1$$



$\beta = \arg(z_B)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = -\dfrac{0{,}5\sqrt{2}}{1} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} & \text{abscisse} \\[2ex] \sin\beta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{0{,}5\sqrt{2}}{1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} & \text{ordonnée} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $\beta = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$

$z_B = -0{,}5\sqrt{2} + i\,0{,}5\sqrt{2}$

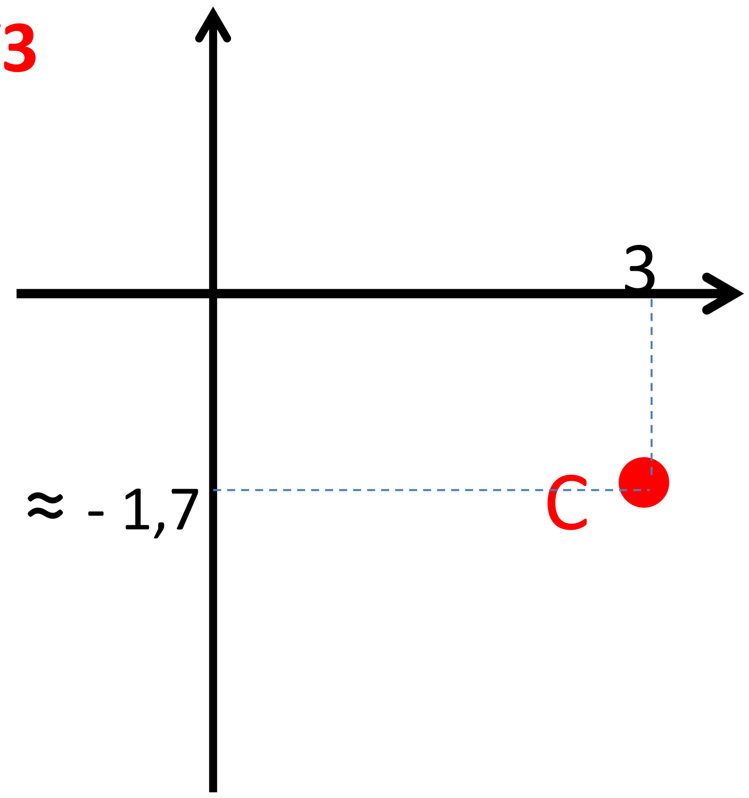
forme algébrique

$Z_B = \left[\,1\,;\ \dfrac{3\pi}{4}\,\right]$

forme trigonométrique

C (3 ; - √3) coordonnées cartésiennes

z_C de **forme algébrique** $z_C = 3 - i\sqrt{3}$

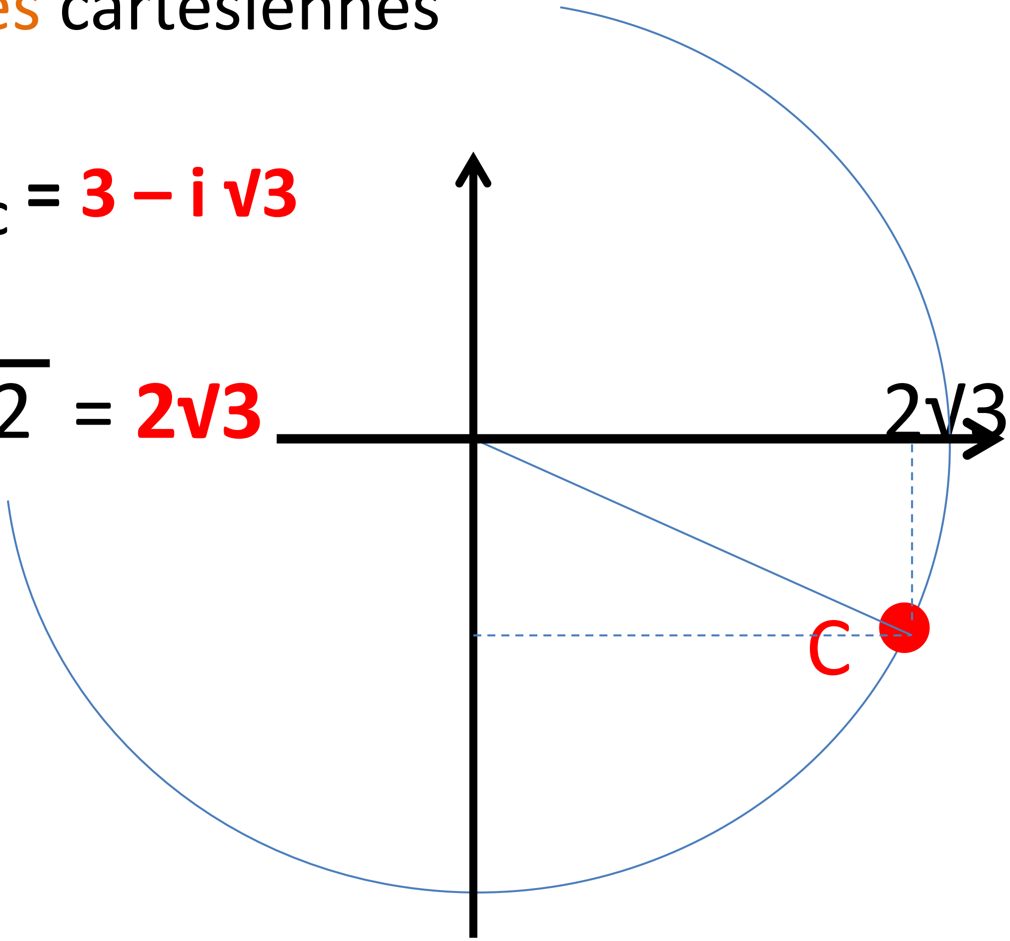


C (3 ; - √3) coordonnées cartésiennes

z_C de **forme algébrique** $z_C = 3 - i\sqrt{3}$

$r = | z_C | = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{3^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$



C (3 ; - √3) coordonnées cartésiennes

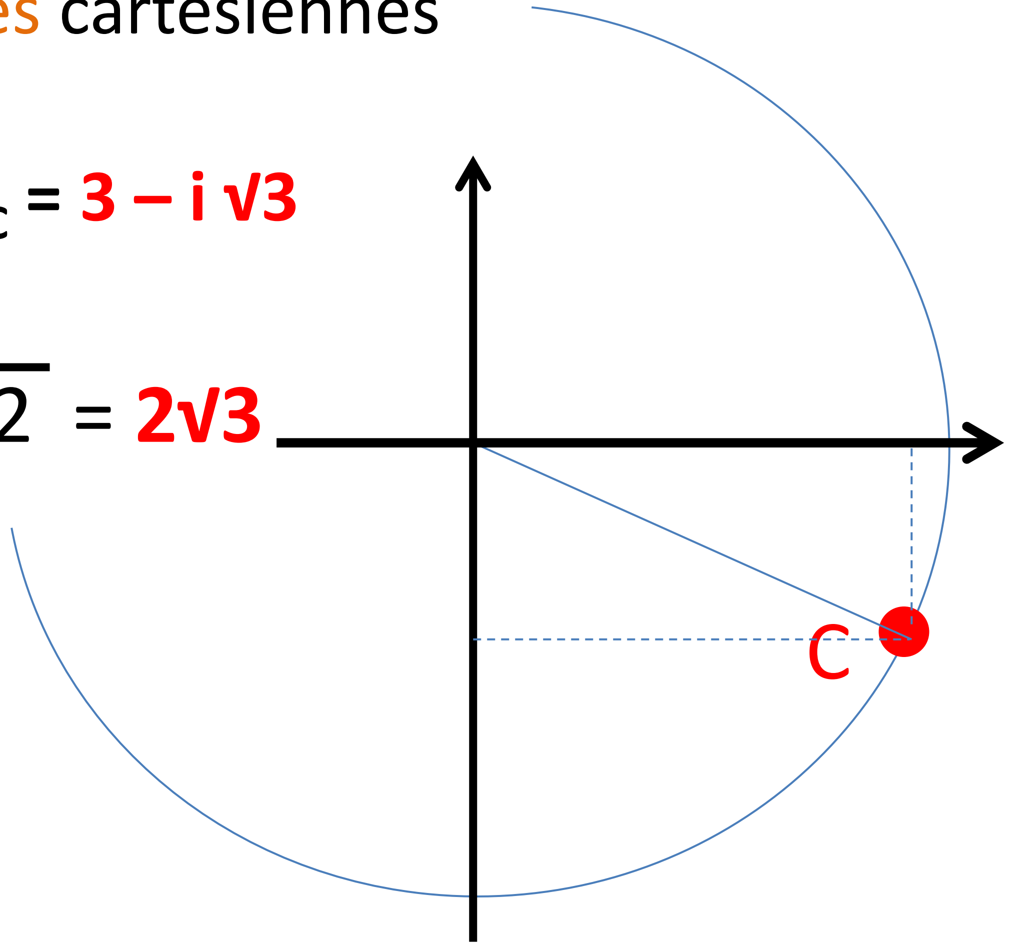
z_c de **forme algébrique** $z_c = 3 - i\sqrt{3}$

$$r = |z_c| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\beta = \arg(z_c)$$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} \\ \qquad = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\ \qquad = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$



C (3 ; - √3) coordonnées cartésiennes

z_C de **forme algébrique** $z_C = 3 - i\sqrt{3}$

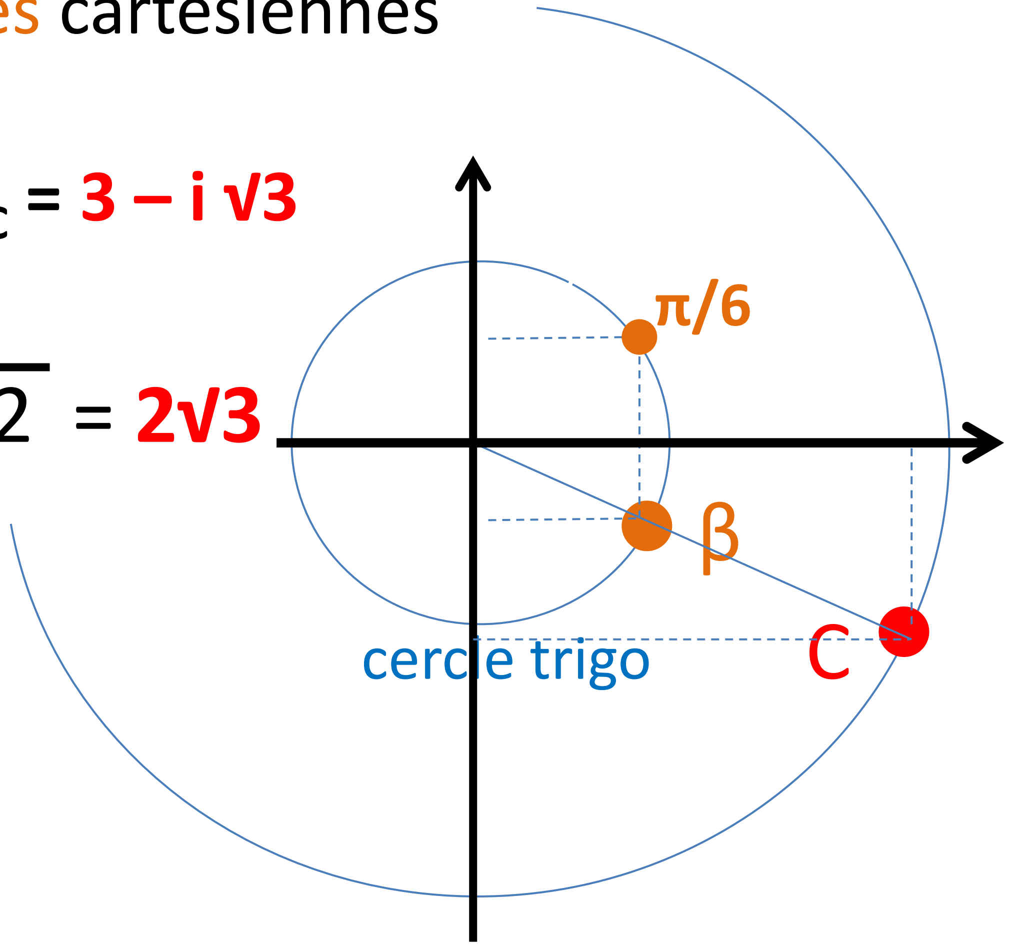
$r = |z_C| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{3^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\beta = \arg(z_C)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} & \text{abscisse} \\[2ex] \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = -\dfrac{1}{2} & \text{ordonnée} \end{cases}$$

$\Rightarrow \beta = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$

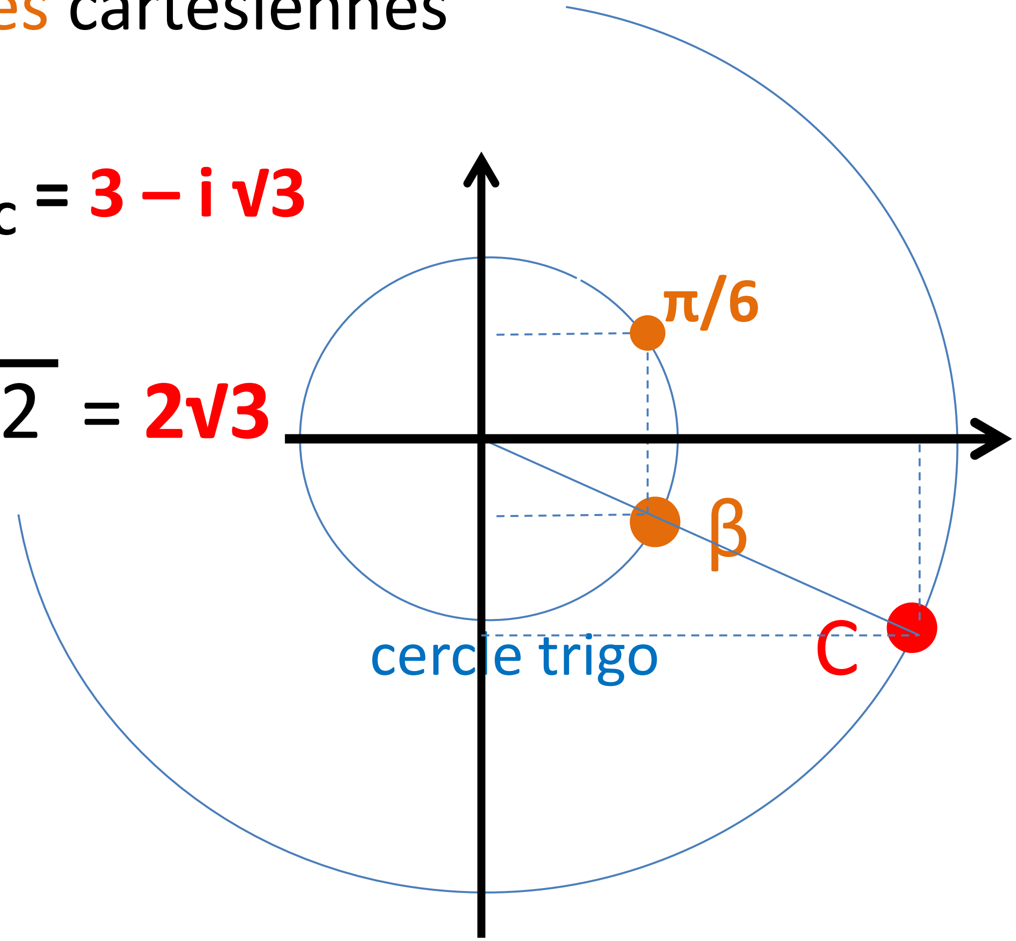


$C\,(\,3\,;\,-\sqrt{3}\,)$ coordonnées cartésiennes

z_C de **forme algébrique** $z_C = 3 - i\sqrt{3}$

$r = |\,z_C\,| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{3^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$



$\beta = \arg(\,z_C\,)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} \\ \quad = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{abscisse} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\ \quad = -\dfrac{1}{2} \quad \text{ordonnée} \end{cases}$$

$\Rightarrow \beta = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$

$Z_C = 3 - i\sqrt{3}$

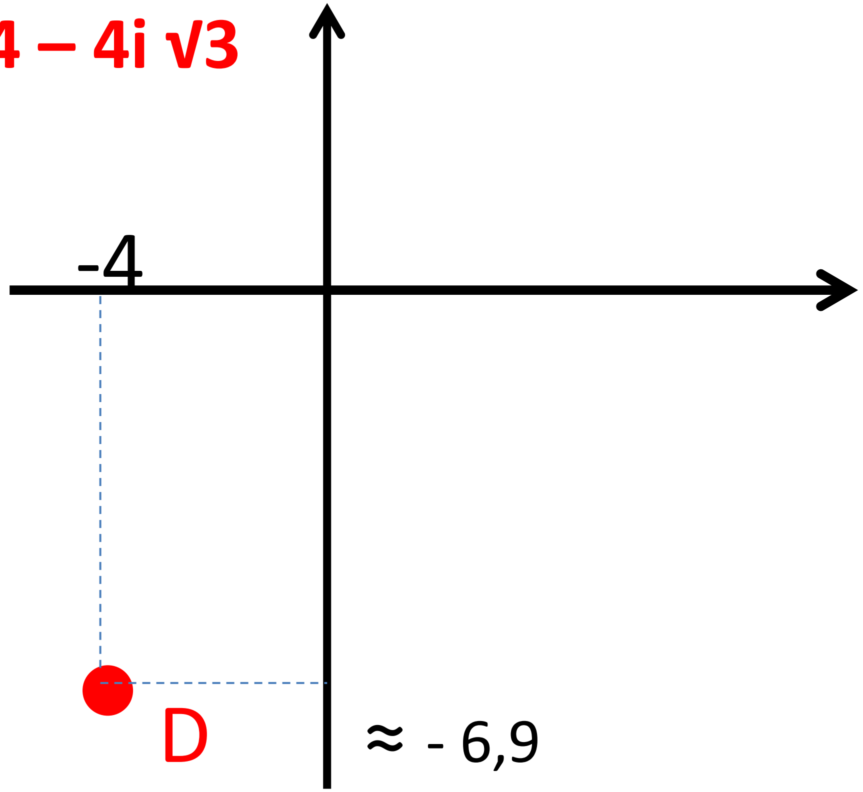
forme algébrique

$Z_C = [\ \text{module } 2\sqrt{3}\ ;\ \text{argument } -\dfrac{\pi}{6}\ ]$

forme trigonométrique

D (- 4 ; - 4 √3) coordonnées cartésiennes

z_D de **forme algébrique** $z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$

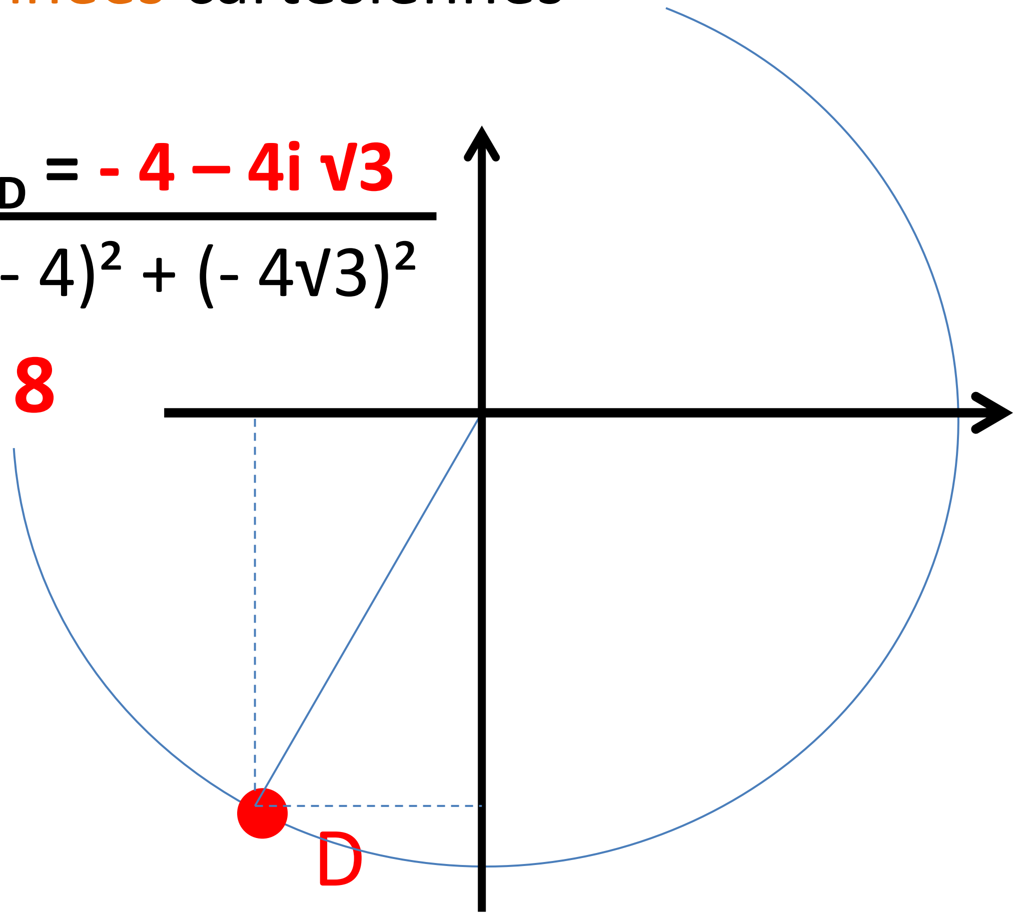


D (- 4 ; - 4 √3) coordonnées cartésiennes

z_D de **forme algébrique** $z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$

$r = |z_D| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-4\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = 8$



D (- 4 ; - 4 √3) coordonnées cartésiennes

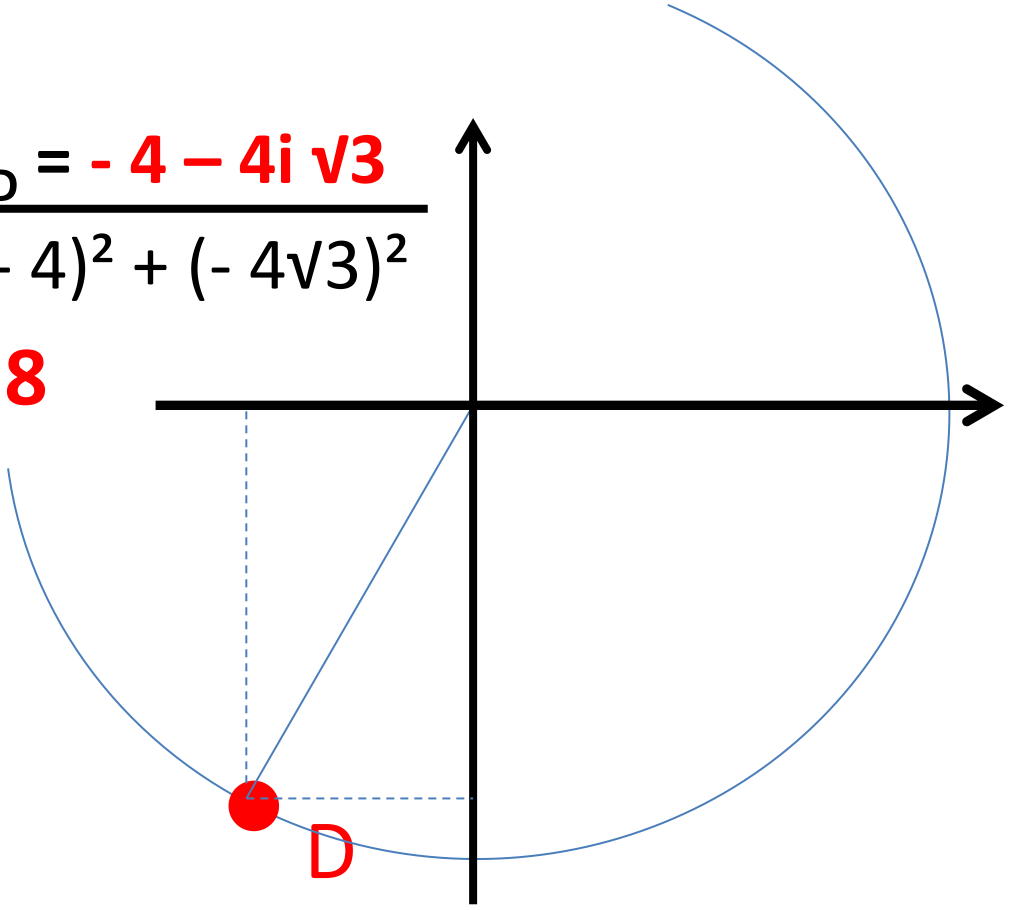
z_D de **forme algébrique** $z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$

$r = |z_D| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-4\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = 8$

$\beta = \arg(z_D)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = -\dfrac{4}{8} \\ \quad = -\dfrac{1}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{4\sqrt{3}}{8} \\ \quad = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



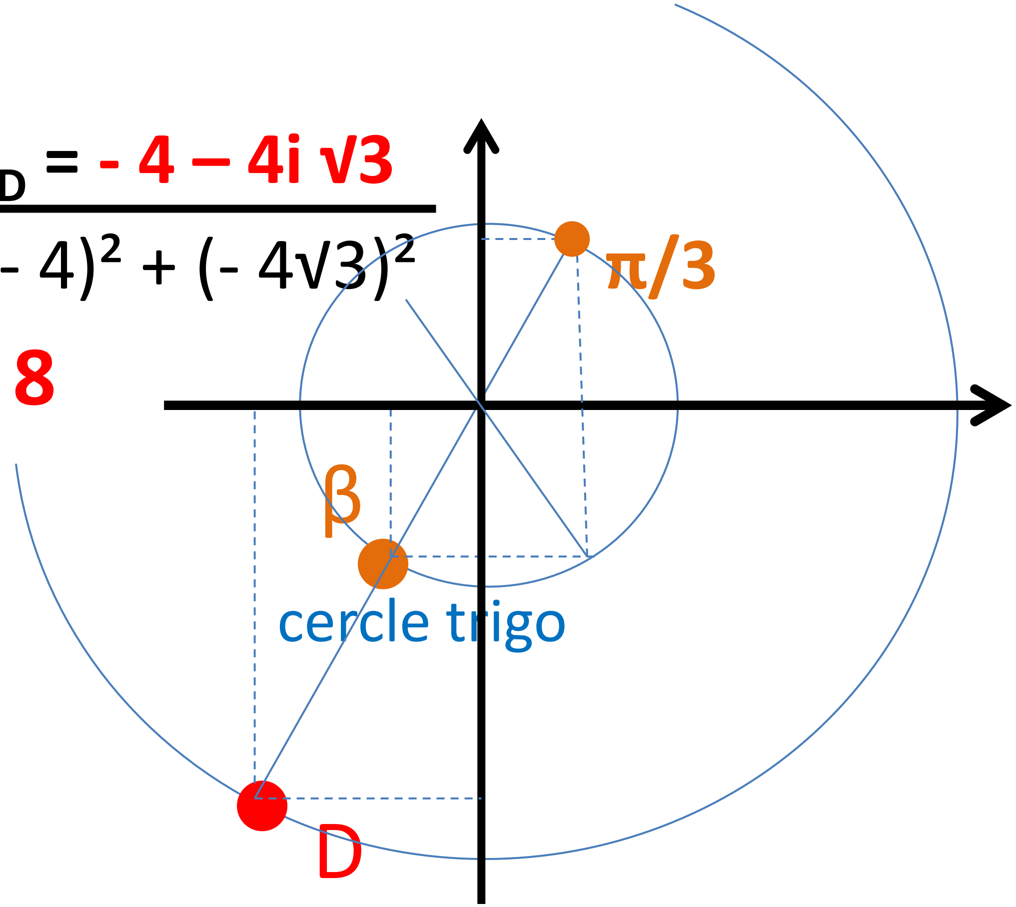
D (**- 4** ; **- 4 √3**) coordonnées cartésiennes

z_D de **forme algébrique** $z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$

$$r = |z_D| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-4\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = \mathbf{8}$$

$$\beta = \arg(z_D)$$



$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = -\dfrac{4}{8} \\ \quad = -\dfrac{1}{2} \text{ abscisse} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{4\sqrt{3}}{8} \end{cases}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ordonnée}$$

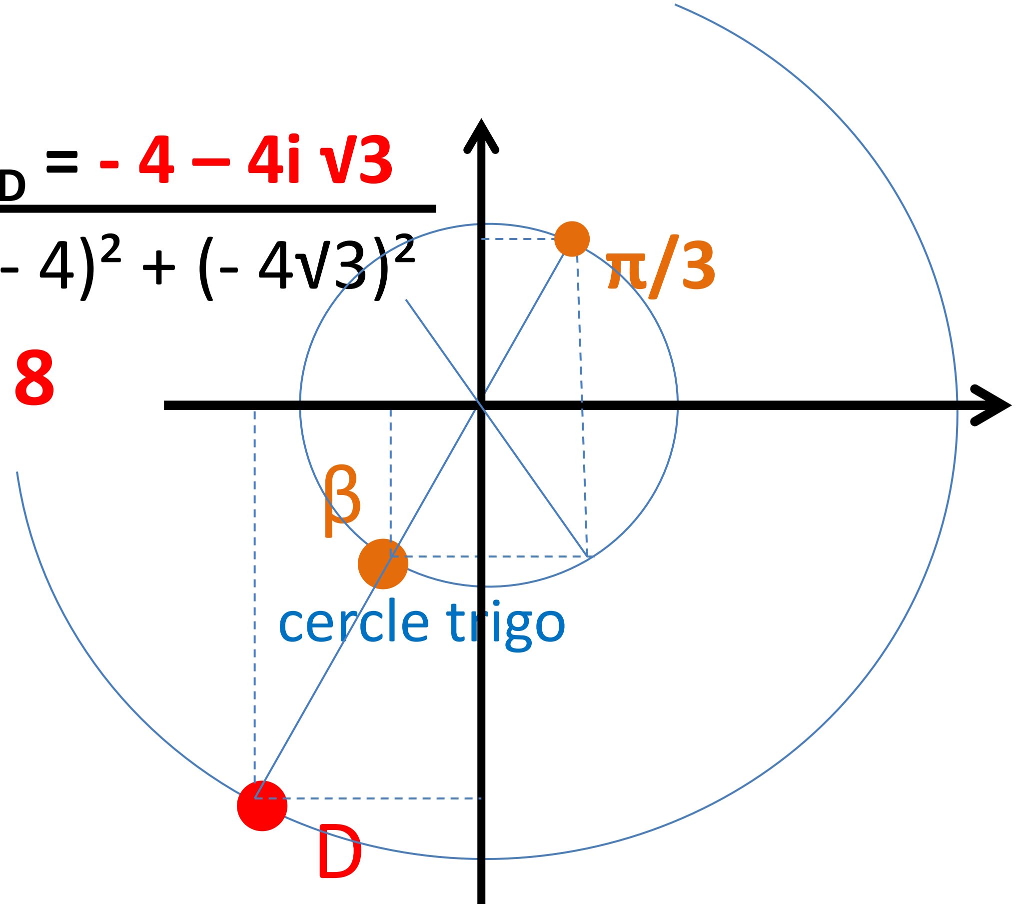
$$\Rightarrow \quad \beta = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$$

D (- 4 ; - 4 √3) coordonnées cartésiennes

z_D de **forme algébrique** $z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$

$r = |z_D| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-4\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = 8$



$\beta = \arg(z_D)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = -\dfrac{4}{8} \\ \quad = -\dfrac{1}{2} \text{ abscisse} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{4\sqrt{3}}{8} \end{cases}$$

$= -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ordonnée $\Rightarrow \beta = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi$

$Z_D = -4 - 4i\sqrt{3}$

forme algébrique

$$\boxed{Z_D = [\text{ module } 8 \text{ ; argument } \tfrac{4\pi}{3} \text{]}}$$

forme trigonométrique

Exercice 5 :

2°) Déterminez

la forme algébrique

du nombre complexe

$$z_E = \left[\sqrt{32} \; ; \; \frac{123\pi}{4} \right]$$

Exercice 5 : 2°)

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = [\, \sqrt{32} \; ; \; \frac{123\pi}{4} \,]$

$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4}$

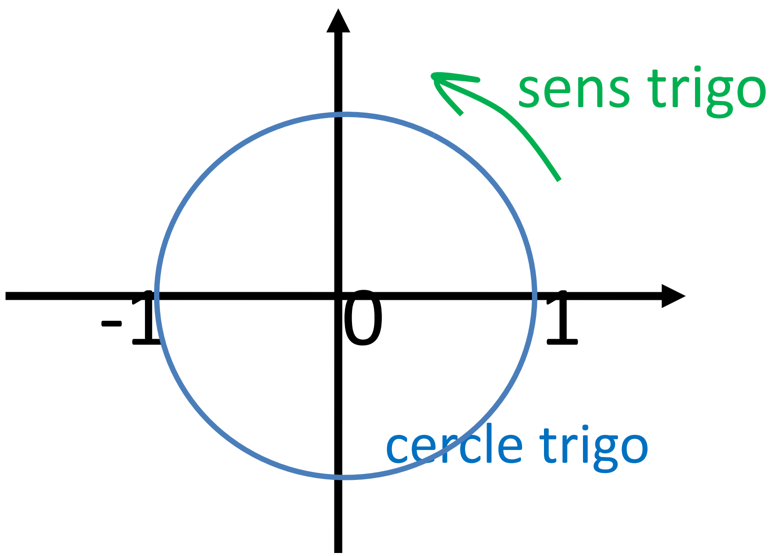
$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4}$

Exercice 5 : 2°)

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = [\,\sqrt{32}\ ;\ \frac{123\pi}{4}\,]$

$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4}$

$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4}$



$\beta = \frac{123\pi}{4}$

$= 0 + 120\pi/4 + 3\pi/4$

$= 0 + 30\pi + 3\pi/4$

$= 0 + 15(2\pi) + (3/4)\pi$

A partir de 0, j’avance de 15 tours,

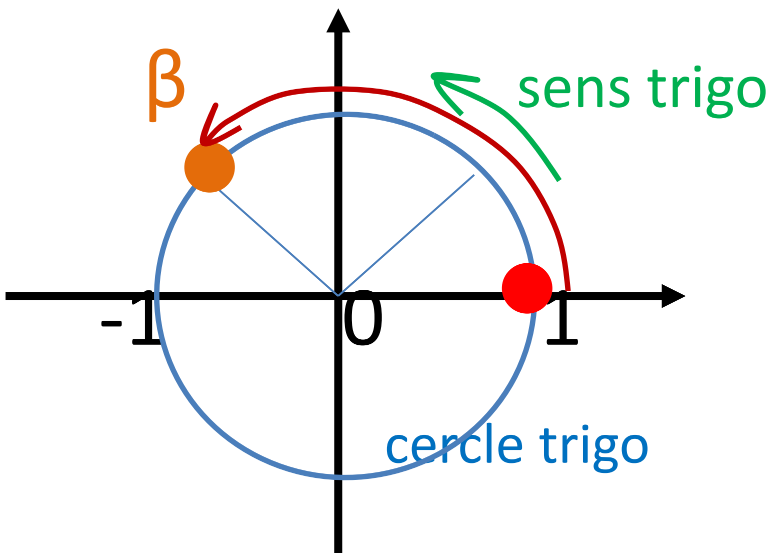
puis de ¾ d’un demi tour.

Exercice 5 : 2°)

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = [\sqrt{32}\ ;\ \frac{123\pi}{4}]$

$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4}$

$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4}$



$\beta = \frac{123\pi}{4}$

$= 0 + 120\pi/4 + 3\pi/4$

$= 0 + 30\pi + 3\pi/4$

$= 0 + 15(2\pi) + (3/4)\pi$

A partir de 0, j'avance de 15 tours,

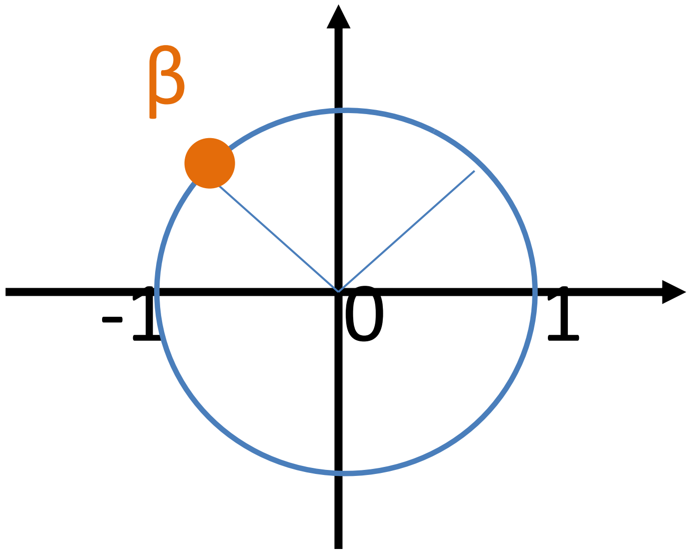
puis de ¾ d'un demi tour.

Exercice 5 : 2°)

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = [\, \sqrt{32} \; ; \; \frac{123\pi}{4} \,]$

$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4}$

$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4}$



$\cos \beta = ?$

$\sin \beta = ?$

Exercice 5 : 2°)

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = [\, \sqrt{32} \;;\; \frac{123\pi}{4} \,]$

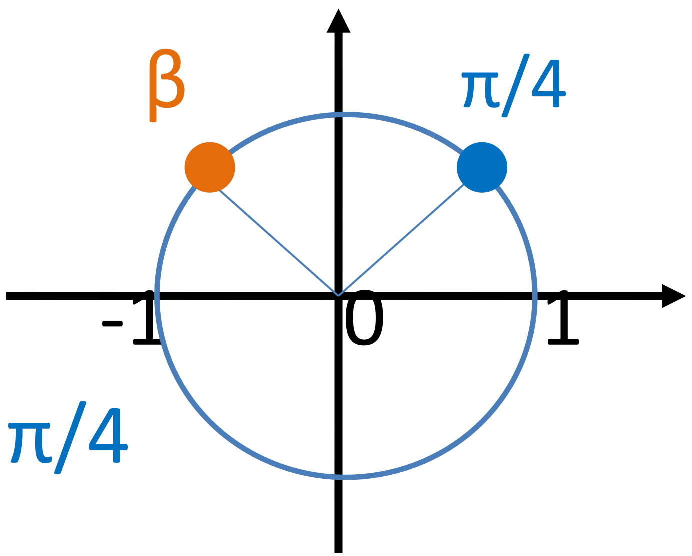
$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4}$

$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4}$

$\cos \beta = ?$

$\sin \beta = ?$

J'utilise l'angle remarquable $\pi/4$

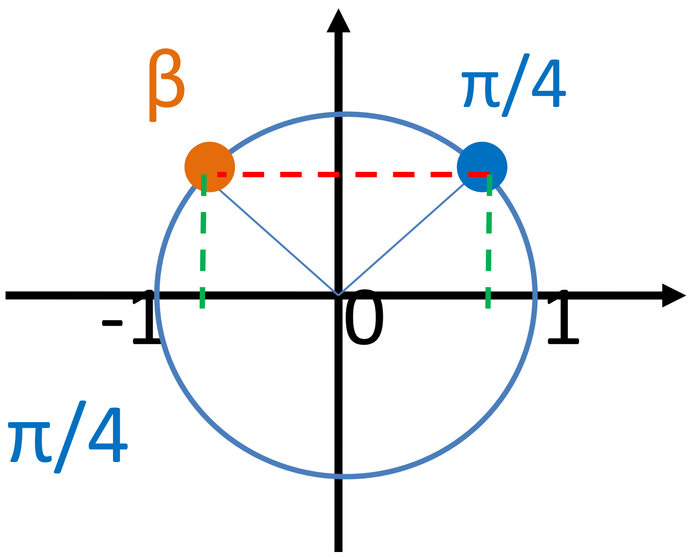


Exercice 5 : 2°)

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = [\sqrt{32}\ ;\ \frac{123\pi}{4}]$

$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4}$

$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4}$



$\cos \beta = ?$

$\sin \beta = ?$

J'utilise l'angle remarquable $\pi/4$

et les symétries :

d'axe y ⇒ β et $\pi/4$ ont le même sinus

β et $\pi/4$ ont des cosinus opposés

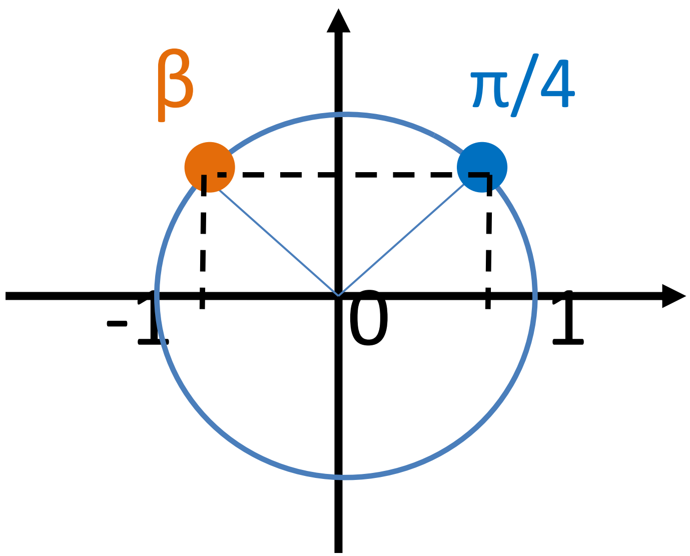
Exercice 5 : 2°)

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = [\sqrt{32} \;;\; \frac{123\pi}{4}]$

$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4}$

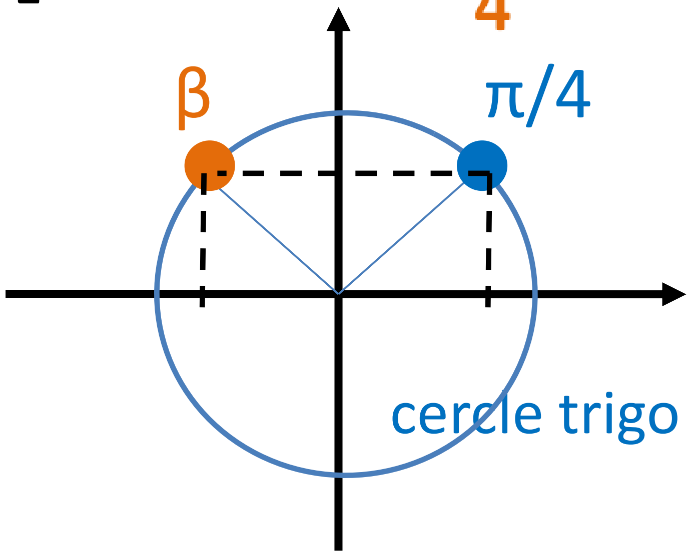
$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4}$

$\cos \beta = - \cos \pi/4 = - \frac{\sqrt{2}}{2}$



$\sin \beta = \sin \pi/4 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

z_E de **forme** trigonométrique $\quad z_E = \left[\sqrt{32}\ ;\ \frac{123\pi}{4}\right]$



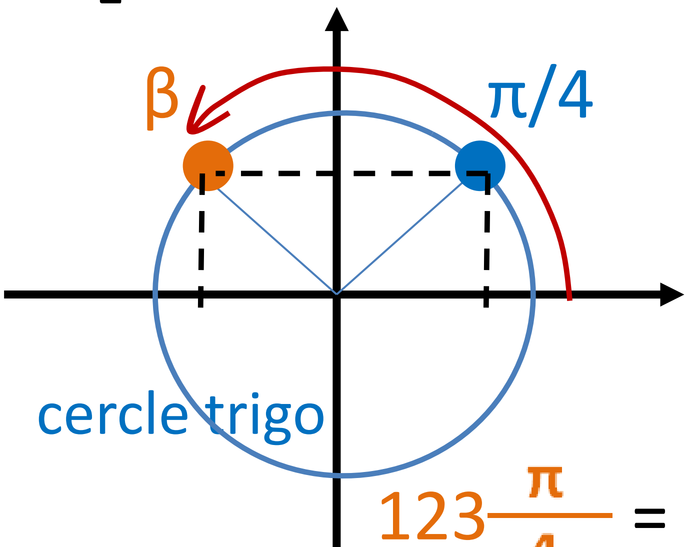
$$\cos\beta = -\cos\pi/4 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\beta = \sin\pi/4 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a = r\cos\beta = \sqrt{32}\cos\frac{123\pi}{4} = 4\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -4$$

$$b = r\sin\beta = \sqrt{32}\sin\frac{123\pi}{4} = 4\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 4$$

z_E de **forme** trigonométrique $z_E = \left[\sqrt{32}\ ;\ \dfrac{123\pi}{4}\right]$



$z_E = -4 + 4i$

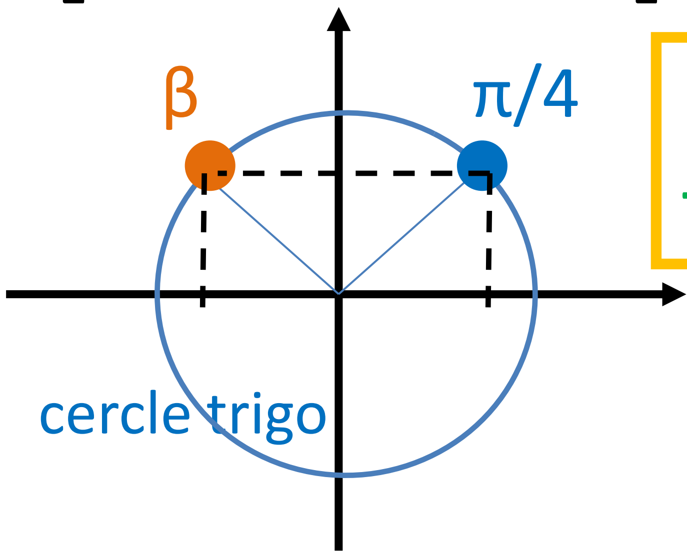
forme algébrique

$$123\frac{\pi}{4} = 0 + 15(2\pi) + (3/4)\pi$$

$$a = r\cos\beta = \sqrt{32}\cos\frac{123\pi}{4} = 4\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -4$$

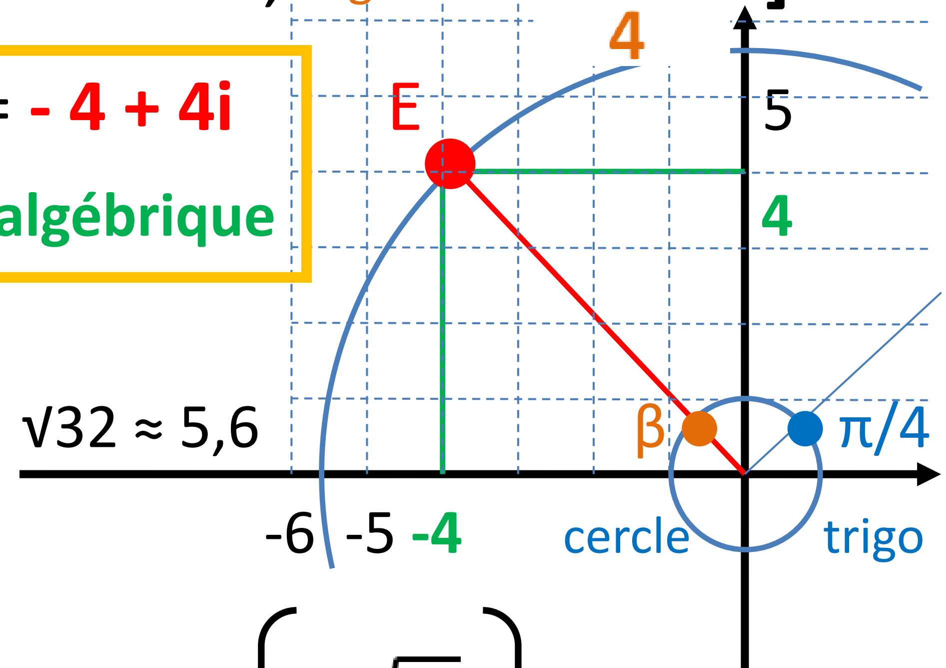
$$b = r\sin\beta = \sqrt{32}\sin\frac{123\pi}{4} = 4\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 4$$

z_E de **forme** trigo. $z_E = [$ module $\sqrt{32}$; argument $\frac{123\pi}{4}$ $]$



$z_E = -4 + 4i$

forme algébrique



$$a = r \cos \beta = \sqrt{32} \cos \frac{123\pi}{4} = 4\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -4$$

$$b = r \sin \beta = \sqrt{32} \sin \frac{123\pi}{4} = 4\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 4$$

Exercice 5 bis :

1°) La forme trigonométrique du nombre complexe **z** est

$$[\, \mathbf{6} \,;\, \frac{\mathbf{4\pi}}{\mathbf{3}} \,].$$

Déterminez sa **forme algébrique**.

Exercice 5 bis : **1°)**

z de **forme** trigonométrique **z** = [**6** ; $\frac{4\pi}{3}$]

a = r cos β = 6 cos $\frac{4\pi}{3}$

b = r sin β = 6 sin $\frac{4\pi}{3}$

cos $\frac{4\pi}{3}$ = ?

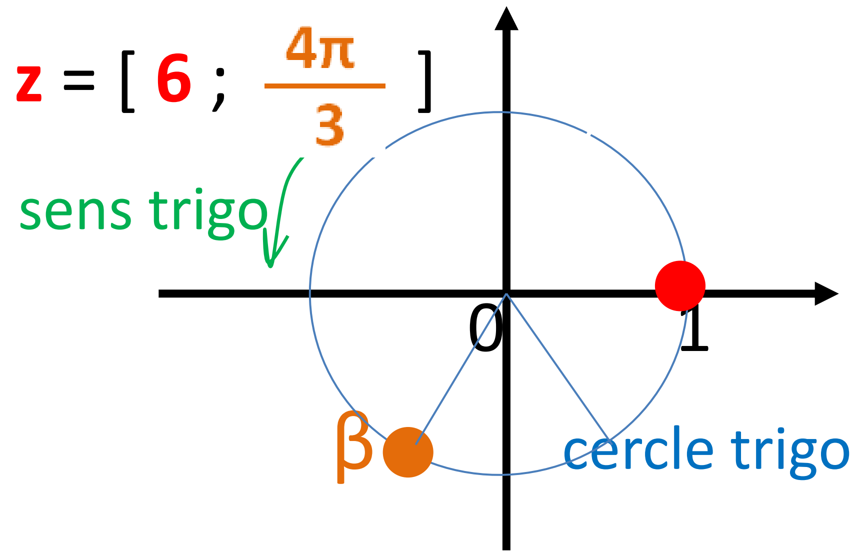
sin $\frac{4\pi}{3}$ = ?

Exercice 5 bis : 1°)

z de **forme** trigonométrique $z = [\, 6 \,;\, \frac{4\pi}{3} \,]$

$a = r \cos \beta = 6 \cos \frac{4\pi}{3}$

$b = r \sin \beta = 6 \sin \frac{4\pi}{3}$



$\cos \frac{4\pi}{3} = ?$

$\sin \frac{4\pi}{3} = ?$

$$\frac{4\pi}{3} = 0 + 3\pi/3 + \pi/3 = 0 + \pi + \pi/3$$

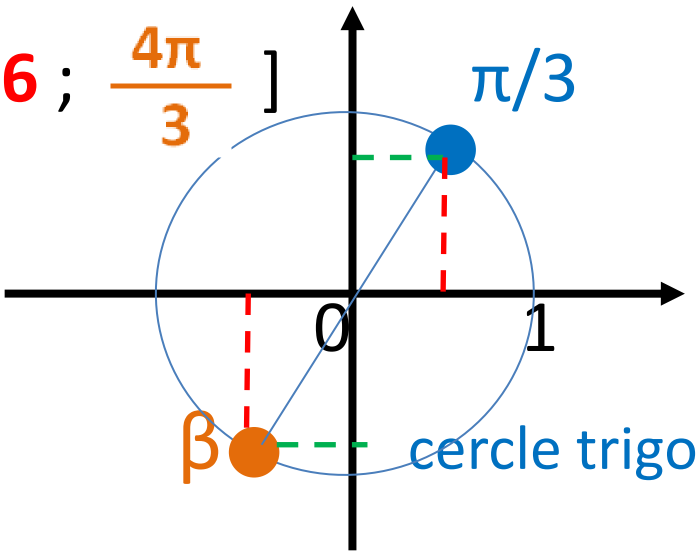
donc à partir de 0 j'avance d'un demi tour puis du tiers d'un demi tour.

Exercice 5 bis : 1°)

z de **forme** trigonométrique $z = [\, 6 \,;\, \frac{4\pi}{3} \,]$

$a = r \cos \beta = 6 \cos \frac{4\pi}{3}$

$b = r \sin \beta = 6 \sin \frac{4\pi}{3}$



$\cos \frac{4\pi}{3} = ?$

$\sin \frac{4\pi}{3} = ?$

J'utilise l'angle remarquable π/3 et les symétries :

⇒ sinus opposés

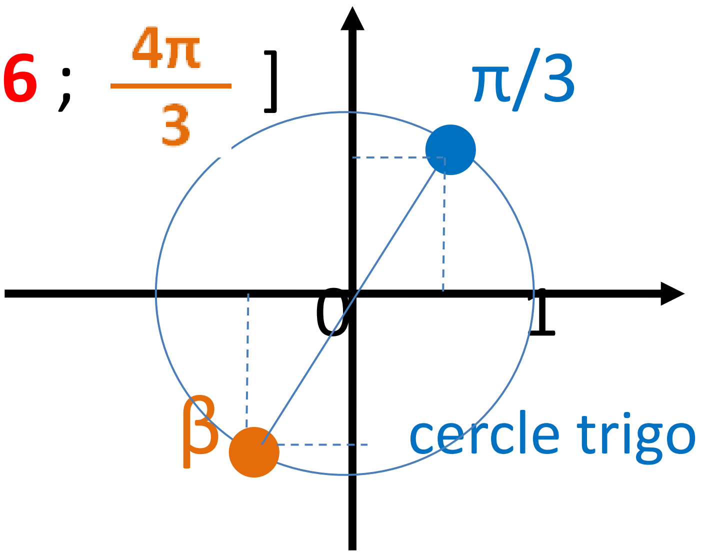
cosinus opposés

Exercice 5 bis : 1°)

z de **forme** trigonométrique $z = [\,6\,;\,\frac{4\pi}{3}\,]$

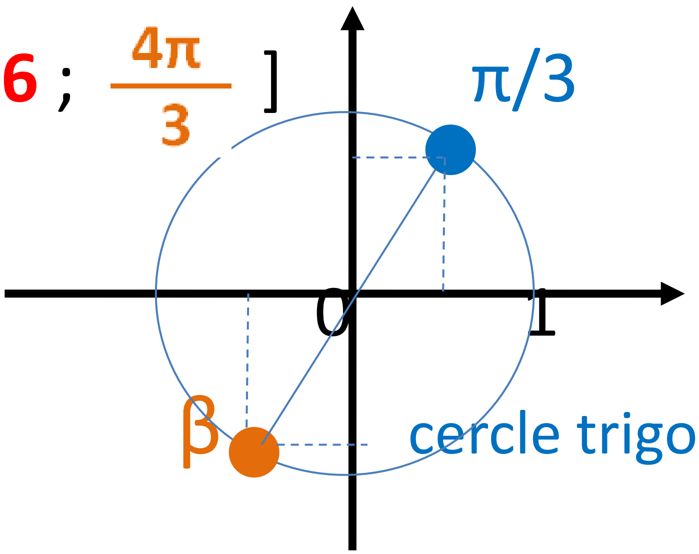
$\cos \frac{4\pi}{3} = - \cos \pi/3$

$\sin \frac{4\pi}{3} = - \sin \pi/3$



Exercice 5 bis : 1°)

z de **forme** trigonométrique $z = [\,6\,;\ \frac{4\pi}{3}\,]$



$\cos \frac{4\pi}{3} = -\cos \pi/3$

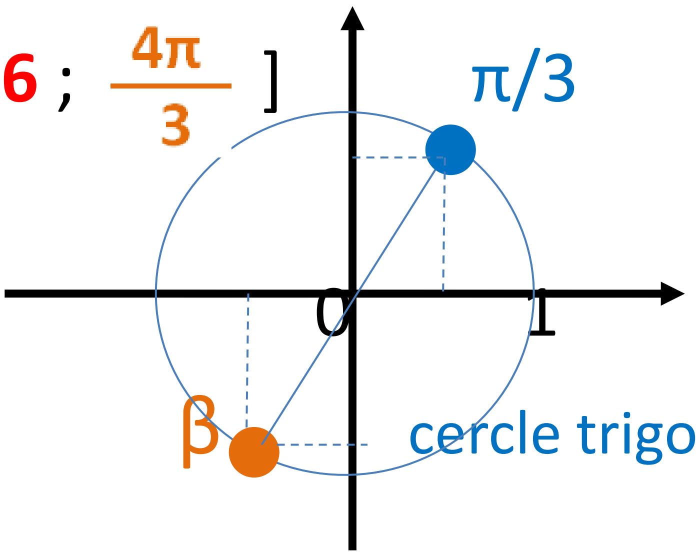
$\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \pi/3$

$a = r\cos\beta = 6\cos\frac{4\pi}{3} = 6\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$

$b = r\sin\beta = 6\sin\frac{4\pi}{3} = 6\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3\sqrt{3}$

Exercice 5 bis : 1°)

z de **forme** trigonométrique $z = [\, 6 \,;\, \frac{4\pi}{3} \,]$



$\cos \frac{4\pi}{3} = -\cos \pi/3$

$\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \pi/3$

$a = r \cos \beta = 6 \cos \frac{4\pi}{3} = 6\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$

$b = r \sin \beta = 6 \sin \frac{4\pi}{3} = 6\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3\sqrt{3}$

$Z = [\, 6 \,;\, \frac{4\pi}{3} \,]$

forme trigonométrique

$Z = -3 - 3\sqrt{3}\, i$

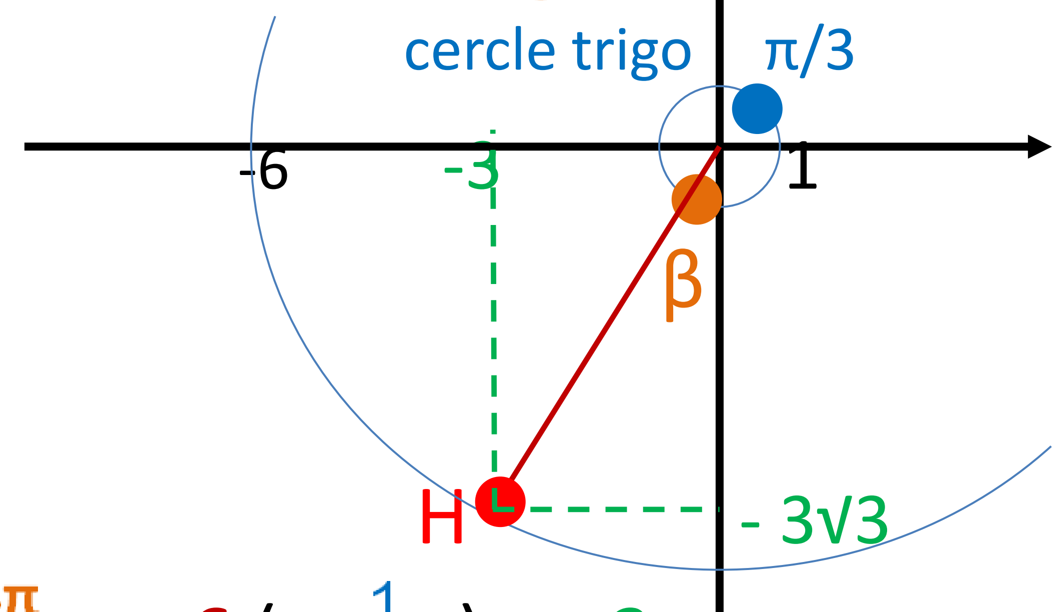
forme algébrique

Exercice 5 bis : 1°)

z de **forme** trigonométrique $z = [\,6\,;\ \frac{4\pi}{3}$

$\cos \frac{4\pi}{3} = -\cos \pi/3$

$\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \pi/3$



$a = r\cos\beta = 6\cos\frac{4\pi}{3} = 6\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$

$b = r\sin\beta = 6\sin\frac{4\pi}{3} = 6\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3\sqrt{3} \approx -5{,}1$

$Z_H = [\,6\,;\ \frac{4\pi}{3}\,]$ $\quad$ $\mathbf{Z_H = -3 - 3\sqrt{3}\,i}$

forme trigonométrique $\quad$ forme algébrique

Exercice 5 bis :

2°) **z** a pour **forme algébrique 2 – 2i**

Déterminez sa forme trigonométrique.

Exercice 5 bis : **2°)**

z de **forme algébrique** **z** = **2 – 2i**

r = | z |

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (-\,2)^2} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

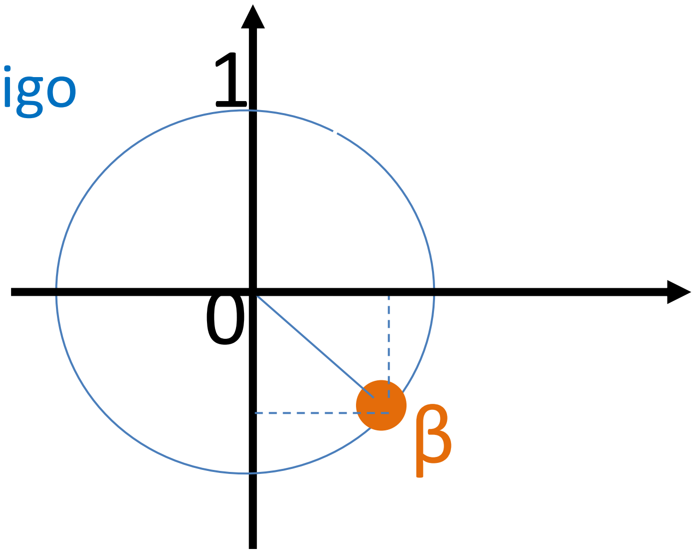
Exercice 5 bis : 2°)

z de **forme algébrique** **z** = **2 – 2i**

r = | z |

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

cercle trigo



$\beta = \arg(z)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{2}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

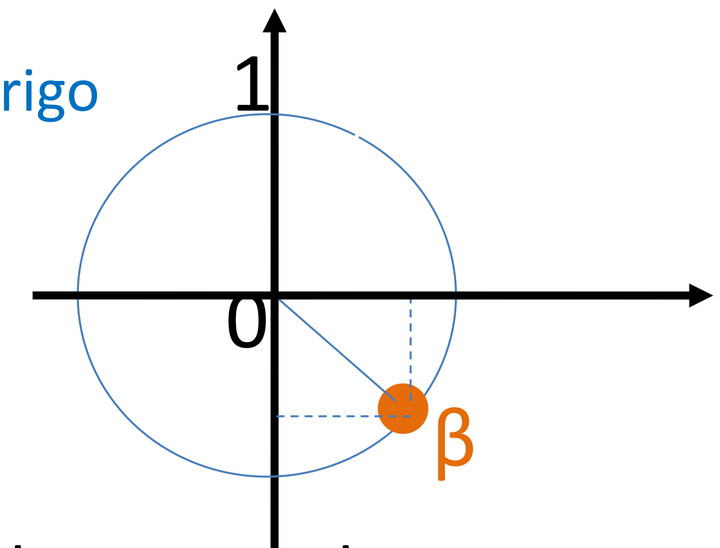
Exercice 5 bis : 2°)

z de **forme algébrique** $z = 2 - 2i$

$r = |z|$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

cercle trigo



$\beta = \arg(z)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{2}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

j'ai multiplié en haut et en bas par √2

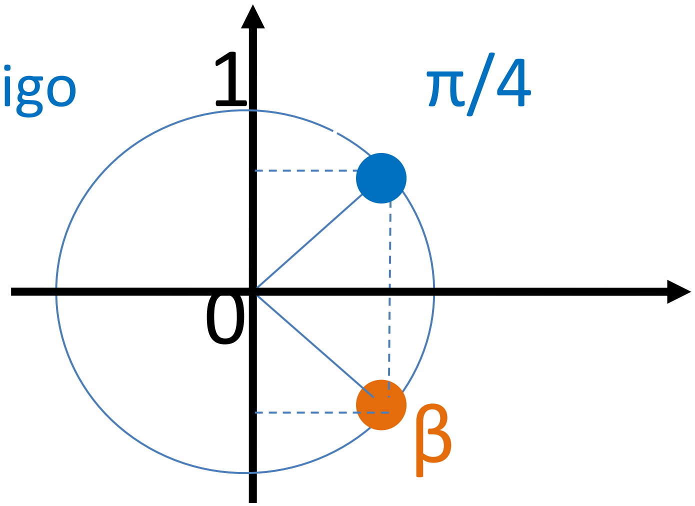
Exercice 5 bis : **2°)**

z de **forme algébrique** **z** $= 2 - 2i$

$r = |z|$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

cercle trigo



$\beta = \arg(z)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{2}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{donc } \beta = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$$

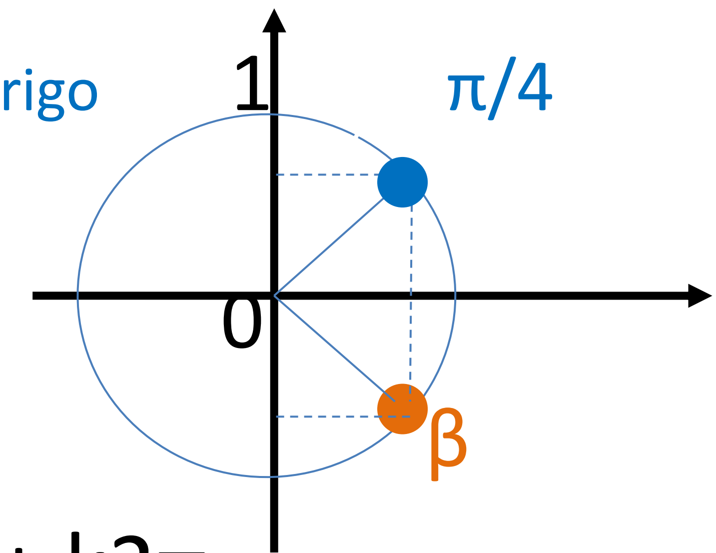
Exercice 5 bis : 2°)

z de **forme algébrique** **z** = **2 – 2i**

r = | z |

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

cercle trigo



$\beta = \arg(z)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{2}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

donc $\beta = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$

$Z = 2 - 2i$

forme algébrique

$Z = \left[\, 2\sqrt{2} \,;\, -\dfrac{\pi}{4} \,\right]$

forme trigonométrique

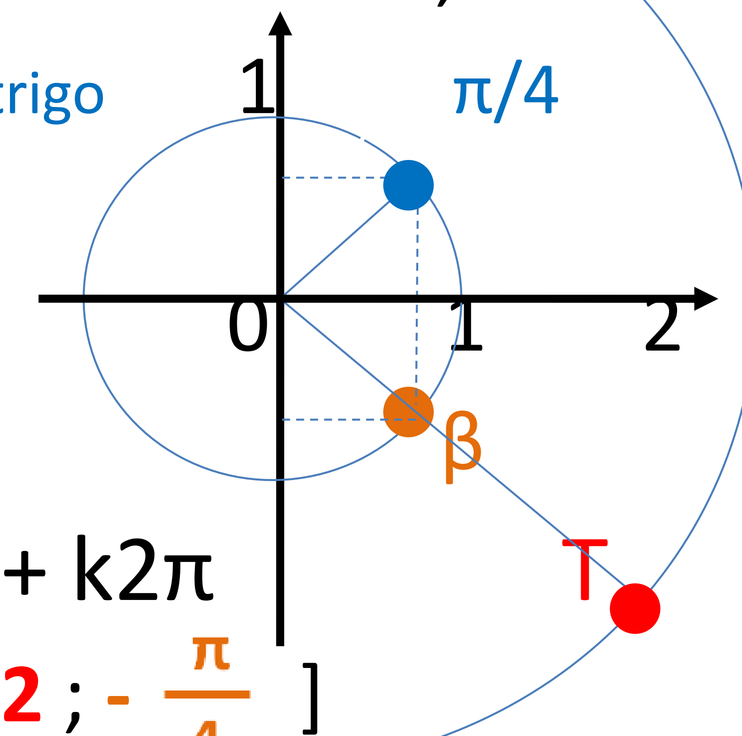
Exercice 5 bis : 2°)

z de **forme algébrique** $z = 2 - 2i$

r = | z |

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,8$$

cercle trigo



$\beta = \arg(z)$

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\beta = \dfrac{b}{r} = -\dfrac{2}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{donc } \beta = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$$

$Z_T = 2 - 2i$ | $Z_T = [\,2\sqrt{2}\,;\,-\frac{\pi}{4}\,]$

forme algébrique | forme trigonométrique