chapitre 2 # Les suites

II Les suites géométriques

1°) Définition : La suite (u_n) est géométrique

si et seulement si le rapport entre tous les termes voisins est constant

(et aucun terme nul, qui est le cas courant

qui devient faux si $u_n = 0$).

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te}$$

pour tous les n de l'ensemble de définition ($\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$).

(Cte signifie « Constante »)

Ce rapport constant est appelé « Raison de la suite géométrique ».

(notée q)

… est le cas général qui est toujours vrai, même si …

chapitre 2 # Les suites

II Les suites géométriques

1°) Définition : La suite (u_n) est géométrique

si et seulement si le rapport entre tous les termes voisins est constant

(et aucun terme nul, qui est le cas courant

qui devient faux si $u_n = 0$).

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te}$$

pour tous les n de l'ensemble de définition ($\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$).

(Cte signifie « Constante »)

Ce rapport constant est appelé « Raison de la suite géométrique ».

(notée q)

$u_{n+1} = q\ u_n$ est le cas général qui est toujours vrai, même si $u_n = 0$

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$$ donc …

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

qui a l'avantage de rester vraie même si …

2°) Conséquences :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

qui a l'avantage de rester vraie

même si l'un des termes est nul.

2°) Conséquences :

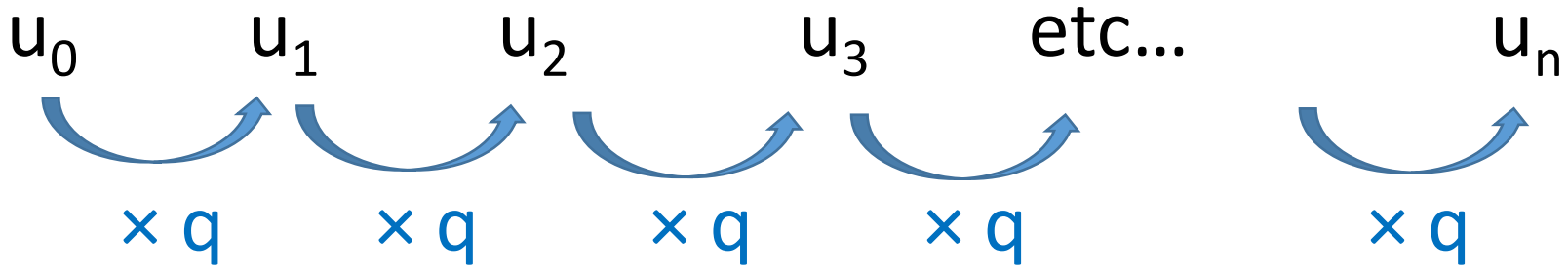
$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$ donc $\boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$ qui reste vrai même si un terme est nul

$\frac{u_n}{u_0} = \ldots$

2°) Conséquences :

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$ donc $\boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$ qui reste vrai même si un terme est nul

$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0}$ donc …



2°) Conséquences :

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$ donc $\boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$ qui reste vrai même si un terme est nul

$\frac{u_n}{u_0} = q^{n-0}$ donc $\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$

3°) Relations :

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$ donc $\frac{u_n}{u_m} = \ldots$

3°) Relations :

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$ donc $\boxed{\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}}$

Démonstration de la formule dans le cas d'un exemple :

$$\frac{u_{14}}{u_9} = \frac{u_{14}}{u_{13}} \times \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{u_9} = \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots$$

3°) Relations :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$$

donc

$$\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$$

Démonstration de la formule dans le cas d'un exemple :

$$\frac{u_{14}}{u_9} = \frac{u_{14}}{u_{13}} \times \frac{u_{13}}{u_{12}} \times \frac{u_{12}}{u_{11}} \times \frac{u_{11}}{u_{10}} \times \frac{u_{10}}{u_9} = q \times q \times q \times q \times q = q^5$$

3°) Relations :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$$

donc

$$\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$$

Démonstration de la formule dans le cas d'un exemple :

$$\frac{u_{14}}{u_9} = \frac{u_{14}}{u_{13}} \times \frac{u_{13}}{u_{12}} \times \frac{u_{12}}{u_{11}} \times \frac{u_{11}}{u_{10}} \times \frac{u_{10}}{u_9} = q \times q \times q \times q \times q = q^5 = q^{14-9}$$

3°) Relations :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$$

donc

$$\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$$

permet de déterminer n'importe quel terme à partir d'un autre connu, ou l'expression $u_n = f(n)$, lorsque l'on connaît la raison,

ou permet de déterminer la raison à partir de deux termes connus.

A ne pas confondre avec …

3°) Relations :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = C^{te} = q$$

donc

$$\boxed{\frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}}$$

permet de déterminer n'importe quel terme à partir d'un autre connu, ou l'expression $u_n = f(n)$, lorsque l'on connaît la raison,

ou permet de déterminer la raison à partir de deux termes connus.

A ne pas confondre avec $u_n - u_m = (n - m)\, r$ d'une suite arithmétique.

Exercice 10 :

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$

2°) $v_0 = -3$ et $q = 2$

3°) $w_0 = 64$ et $q = -0{,}5$

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$ $\qquad u_{n+1} = u_n \times q$

2°) $v_0 = -3$ et $q = 2$

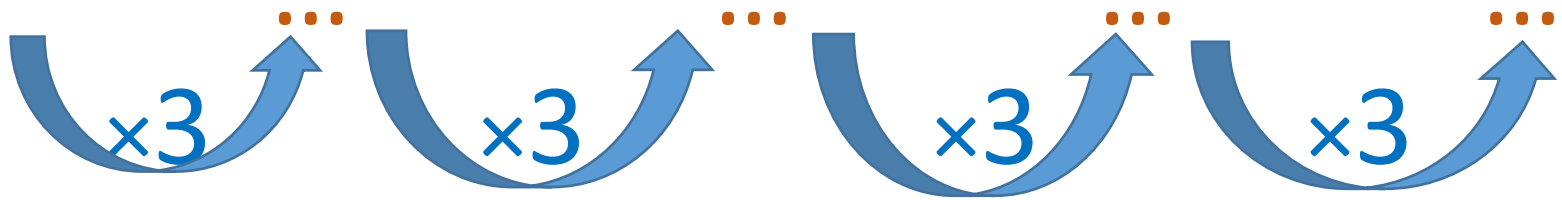
3°) $w_0 = 64$ et $q = -0,5$

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$ $\quad u_{n+1} = u_n \times q$

u_0 $\quad u_1$ $\quad u_2$ $\quad u_3$ $\quad u_4$

2 … … … …



etc…

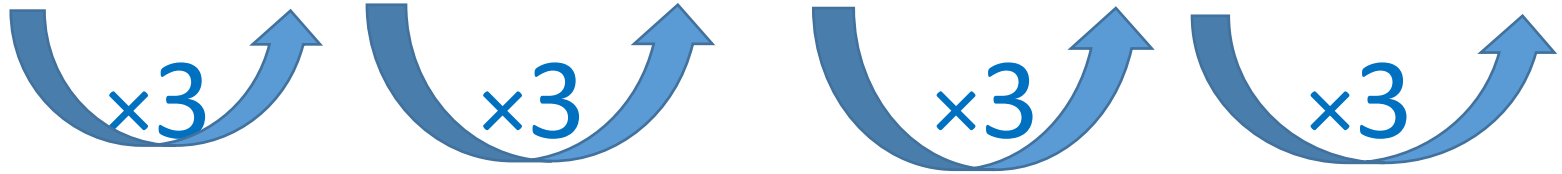
2°) $v_0 = -3$ et $q = 2$

3°) $w_0 = 64$ et $q = -0,5$

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$ $\quad u_{n+1} = u_n \times q$

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	
2	6	18	54	162	etc…



2°) $v_0 = -3$ et $q = 2$

3°) $w_0 = 64$ et $q = -0,5$

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$ $\quad u_{n+1} = u_n \times q$

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	
2	6	18	54	162	etc…

2°) $v_0 = -3$ et $q = 2$

-3	-6	-12	-24	-48	etc…

3°) $w_0 = 64$ et $q = -0,5$

Déterminez les termes suivants pour ces suites géométriques :

1°) $u_0 = 2$ et $q = 3$ $\quad u_{n+1} = u_n \times q$

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	
2	6	18	54	162	etc…

2°) $v_0 = -3$ et $q = 2$

-3	-6	-12	-24	-48	etc…

3°) $w_0 = 64$ et $q = -0,5$

64	-32	16	-8	4	etc…

Exercice 10 :

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

Exercice 10 :

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

$t_0 = \dfrac{5}{2^0} = 5$ $\quad t_1 = \dfrac{5}{2^1} = 2,5$ $\quad t_2 = \dfrac{5}{2^2} = 1,25$

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

$t_0 = \dfrac{5}{2^0} = 5$ $\quad t_1 = \dfrac{5}{2^1} = 2{,}5$ $\quad t_2 = \dfrac{5}{2^2} = 1{,}25$

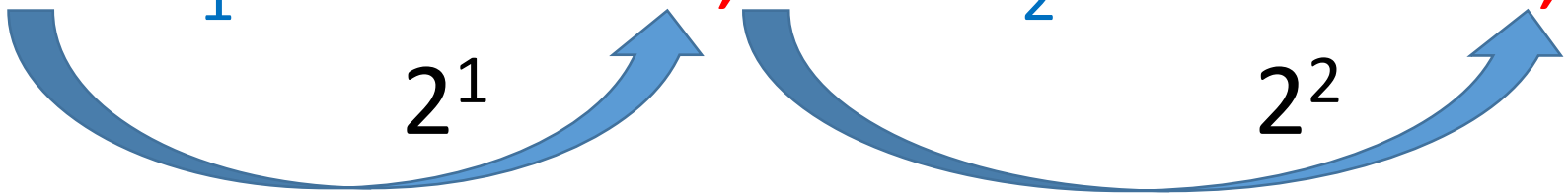
$\times 0{,}5$ $\qquad \times 0{,}5$

$t_{n+1} = t_n \times 0{,}5 \iff$ suite géométrique de raison 0,5

Copie parfaite ?

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

⇨ $t_0 = \dfrac{5}{2^0} = 5$ $\quad t_1 = \dfrac{5}{2^1} = 2{,}5$ $\quad t_2 = \dfrac{5}{2^2} = 1{,}25$



3 exemples

⇨ $t_{n+1} = t_n \times 0{,}5$ ⟺ suite géométrique de raison 0,5

pour tous les n

Copie parfaite ?

4°) La suite définie par $t_n = \frac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \ldots$

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

$$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{\dfrac{5}{2^{n+1}}}{\dfrac{5}{2^n}} = \dots$$

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

$$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{\dfrac{5}{2^{n+1}}}{\dfrac{5}{2^n}} = \frac{5}{2^{n+1}} \times \frac{2^n}{5} = \ldots$$

4°) La suite définie par $t_n = \dfrac{5}{2^n}$ est-elle géométrique ?

$$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{\dfrac{5}{2^{n+1}}}{\dfrac{5}{2^n}} = \frac{5}{2^{n+1}} \times \frac{2^n}{5} = \frac{2^n}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

$\Longleftrightarrow$ (t_n) suite géométrique de raison 0,5

Exercice 11 :

(u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme $u_0 = 1$

Tracez la courbe de la suite selon la valeur numérique de q :

sur un premier graphique selon les quatre cas

$q = 1$ $q > 1$ $0 < q < 1$ $q = 0$

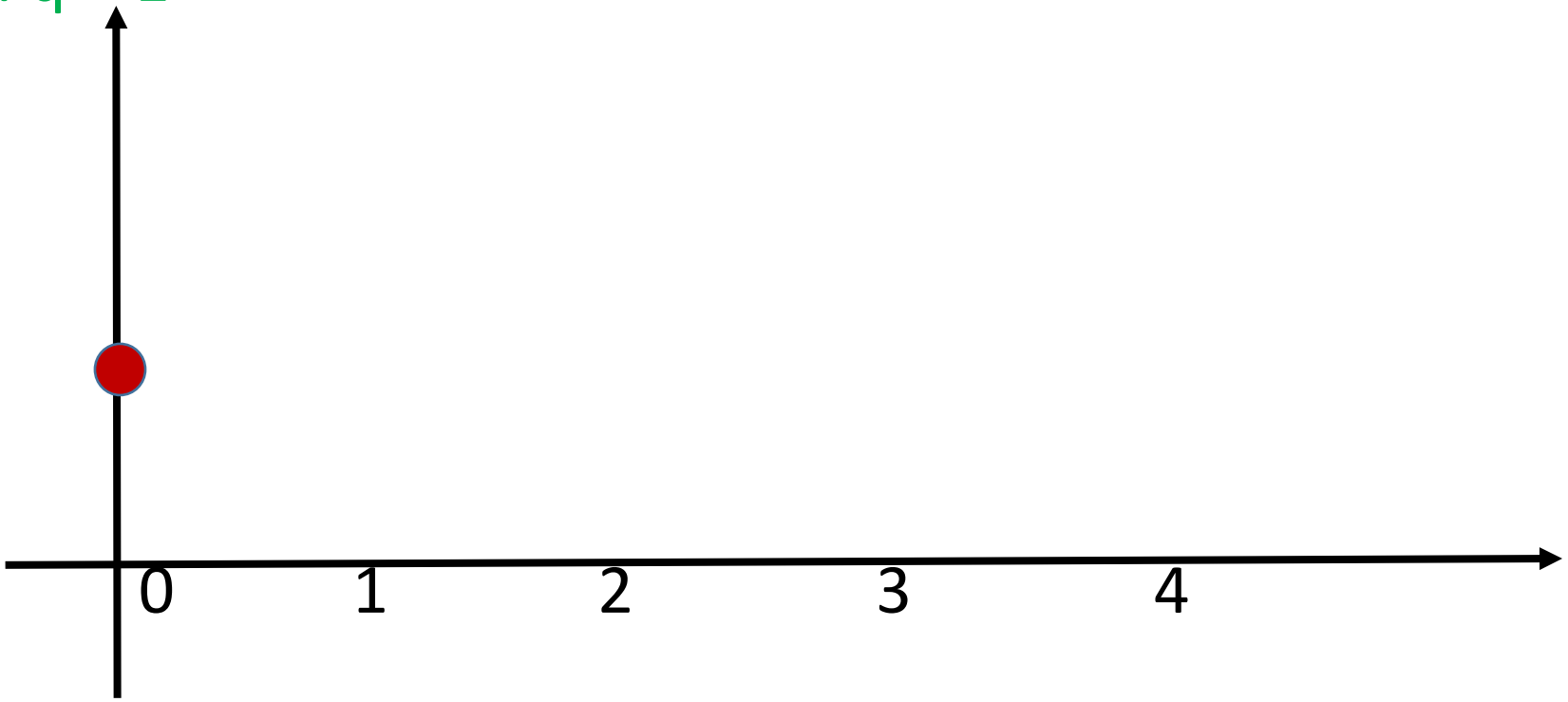
sur un deuxième graphique selon les trois cas

$q = -1$ $-1 < q < 0$ $q < -1$

4°) Courbe d'une suite géométrique

$u_{n+1} = u_n \times q$ Tracez les différentes courbes selon la raison q avec $u_0 = 1$

1er cas : $q = 1$



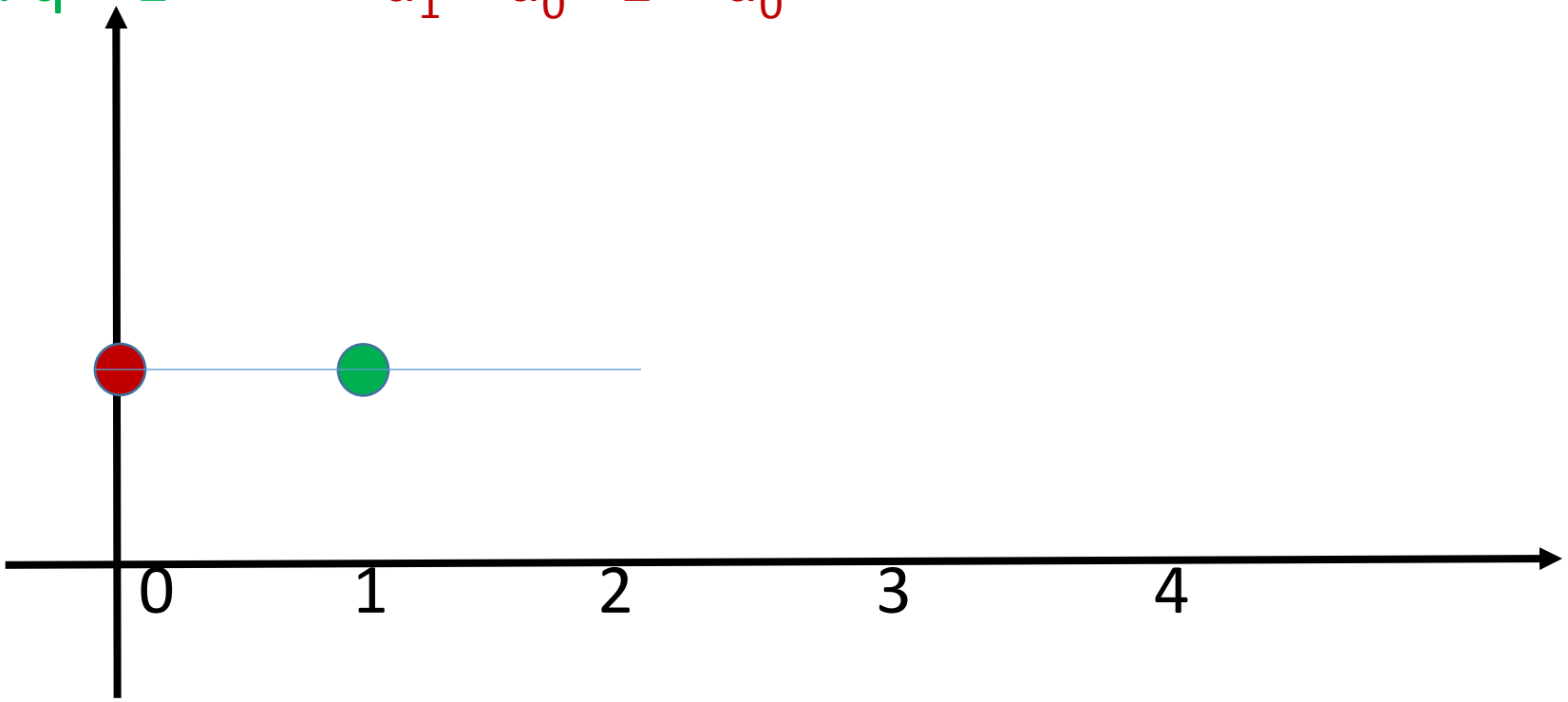
4°) Courbe d'une suite géométrique

$u_{n+1} = u_n \times q$

Différentes courbes selon la raison q avec $u_0 > 0$

1er cas : $q = 1$

$u_1 = u_0 \times 1 = u_0$



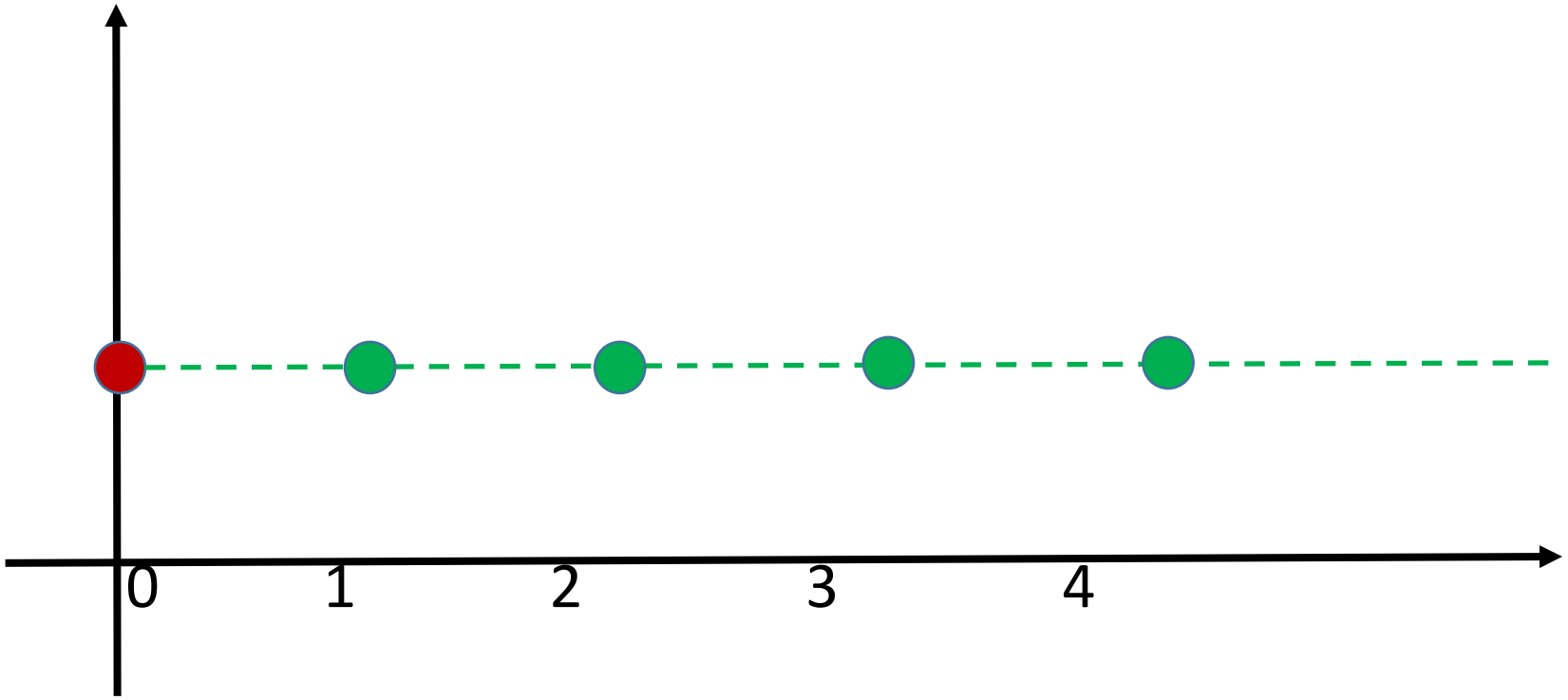
4°) Courbe d'une suite géométrique

$u_{n+1} = u_n \times q$

1er cas : $q = 1$

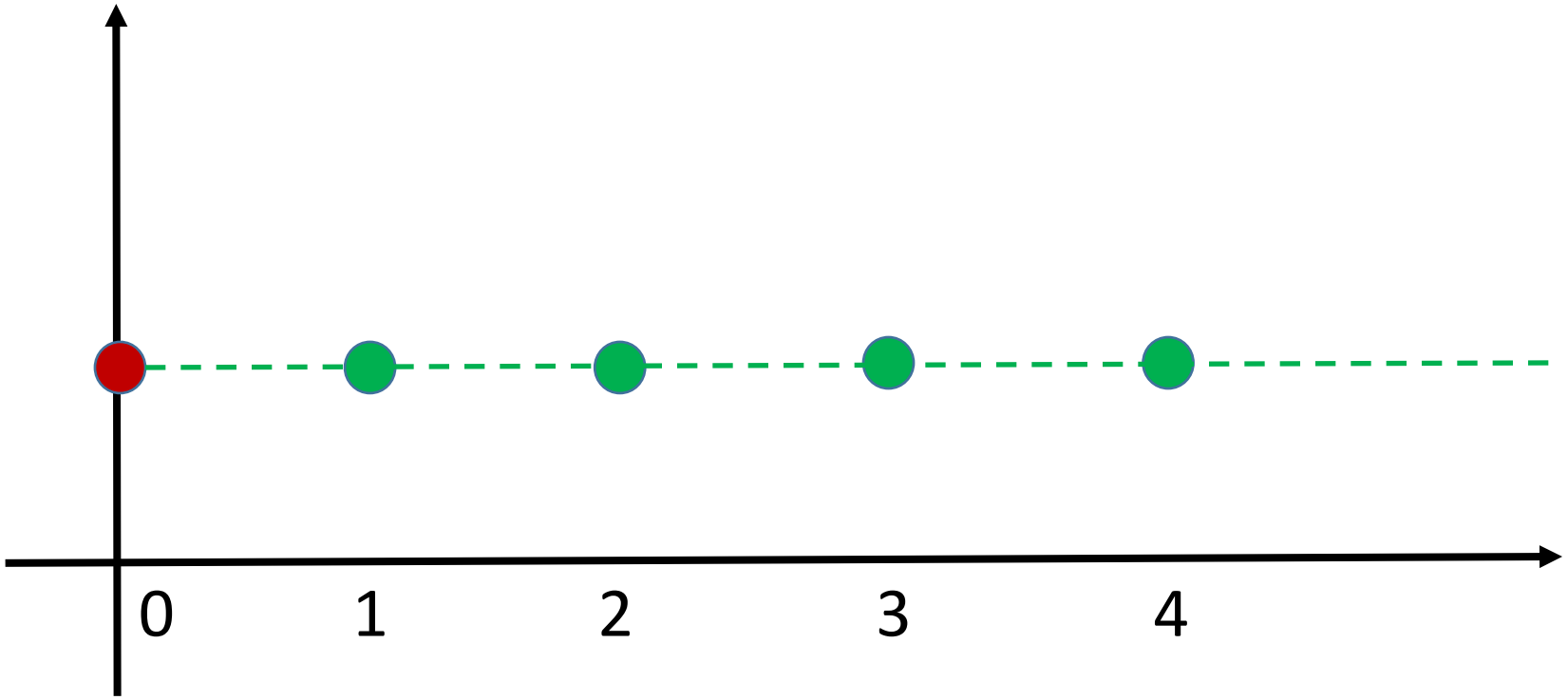
Différentes courbes selon la raison q avec $u_0 > 0$

$u_{n+1} = u_n \times 1 = u_n$



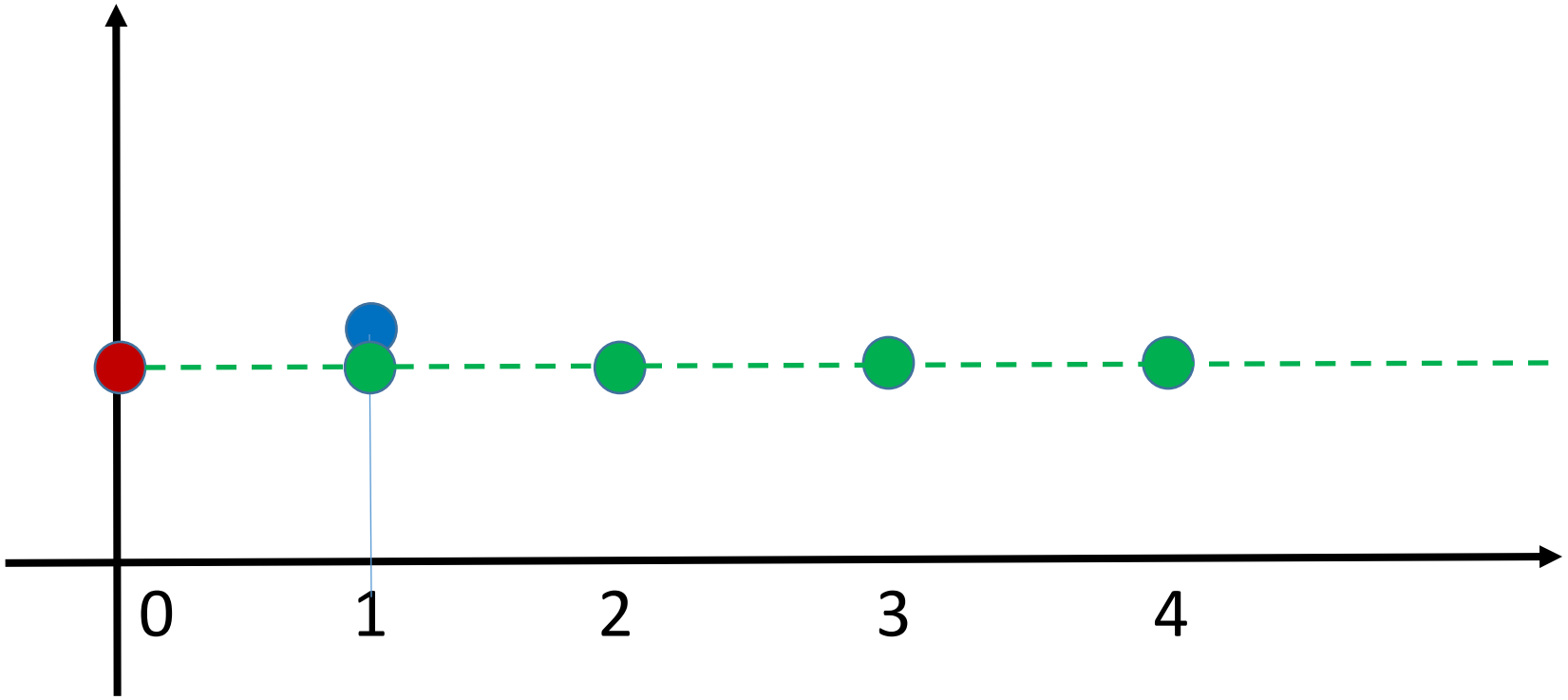
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\qquad$ $u_0 > 0$

2ème cas : $q > 1$



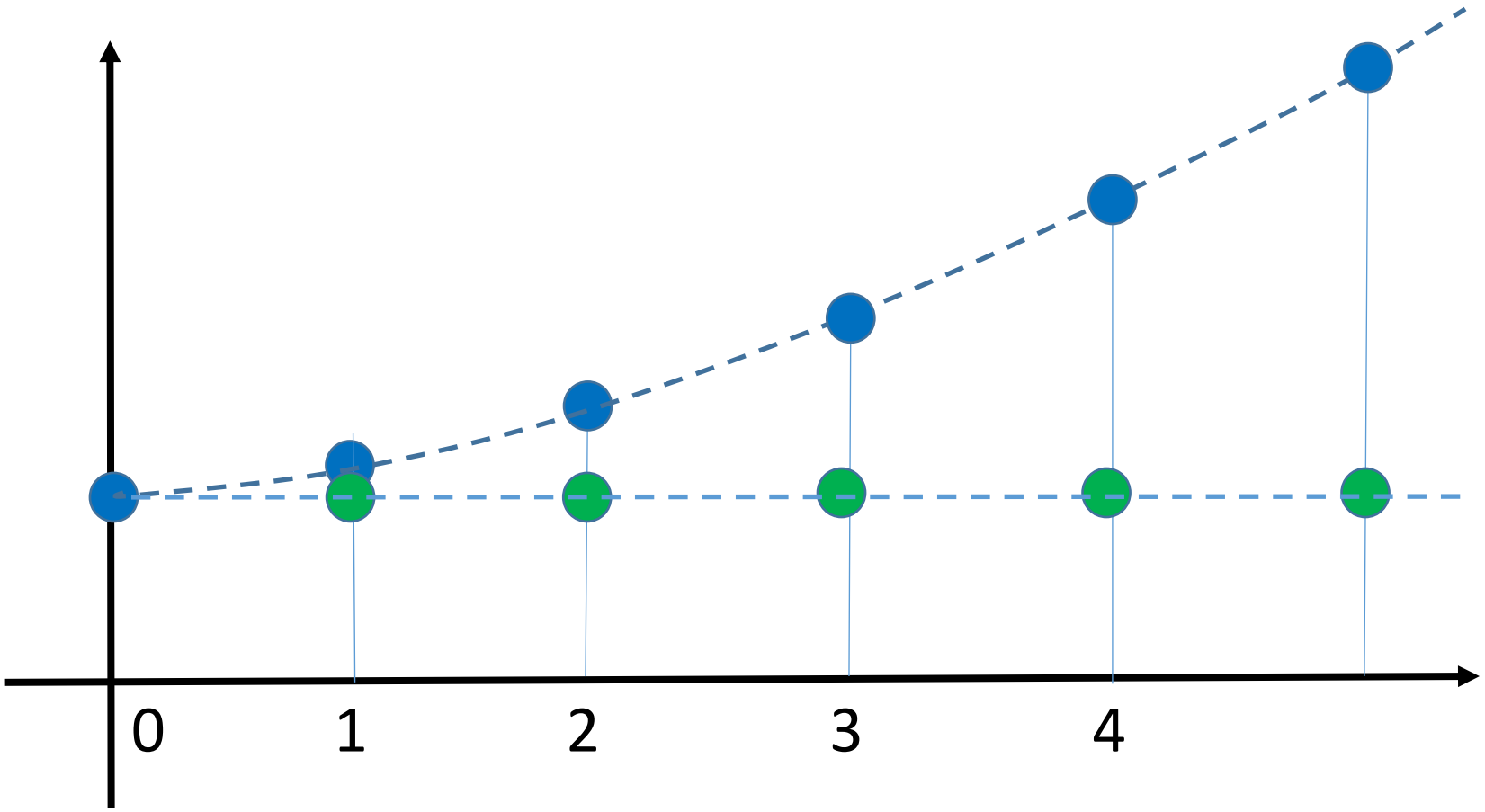
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad\quad$ $u_0 > 0$

2ème cas : $q > 1$ $\quad\quad$ $q \times u_0 > 1 \times u_0$ $\quad\quad$ $u_1 > u_0$



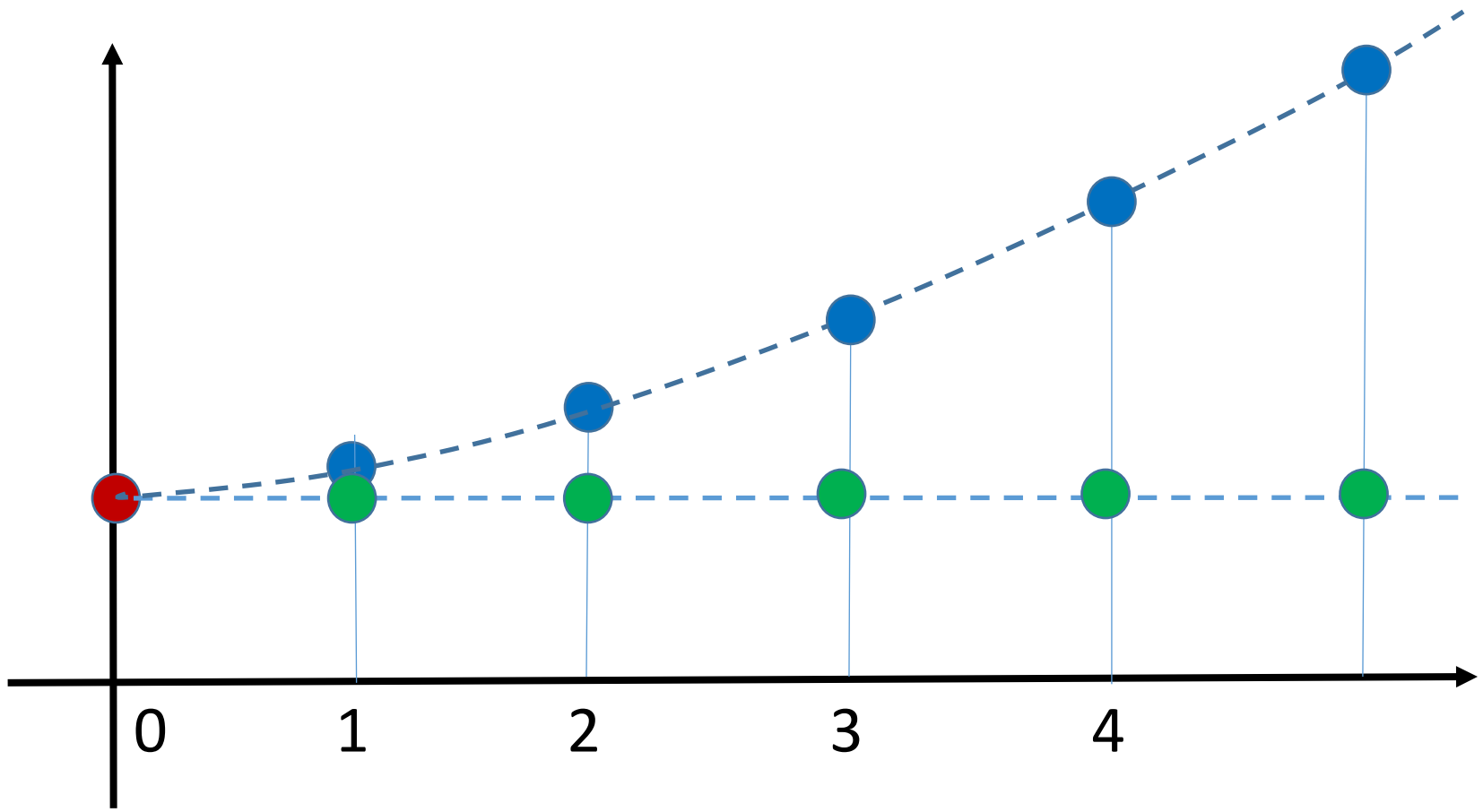
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad\quad$ $u_0 > 0$

2ème cas : $q > 1$ $\quad\quad$ $q \times u_n > 1 \times u_n$ $\quad\quad$ $u_{n+1} > u_n$



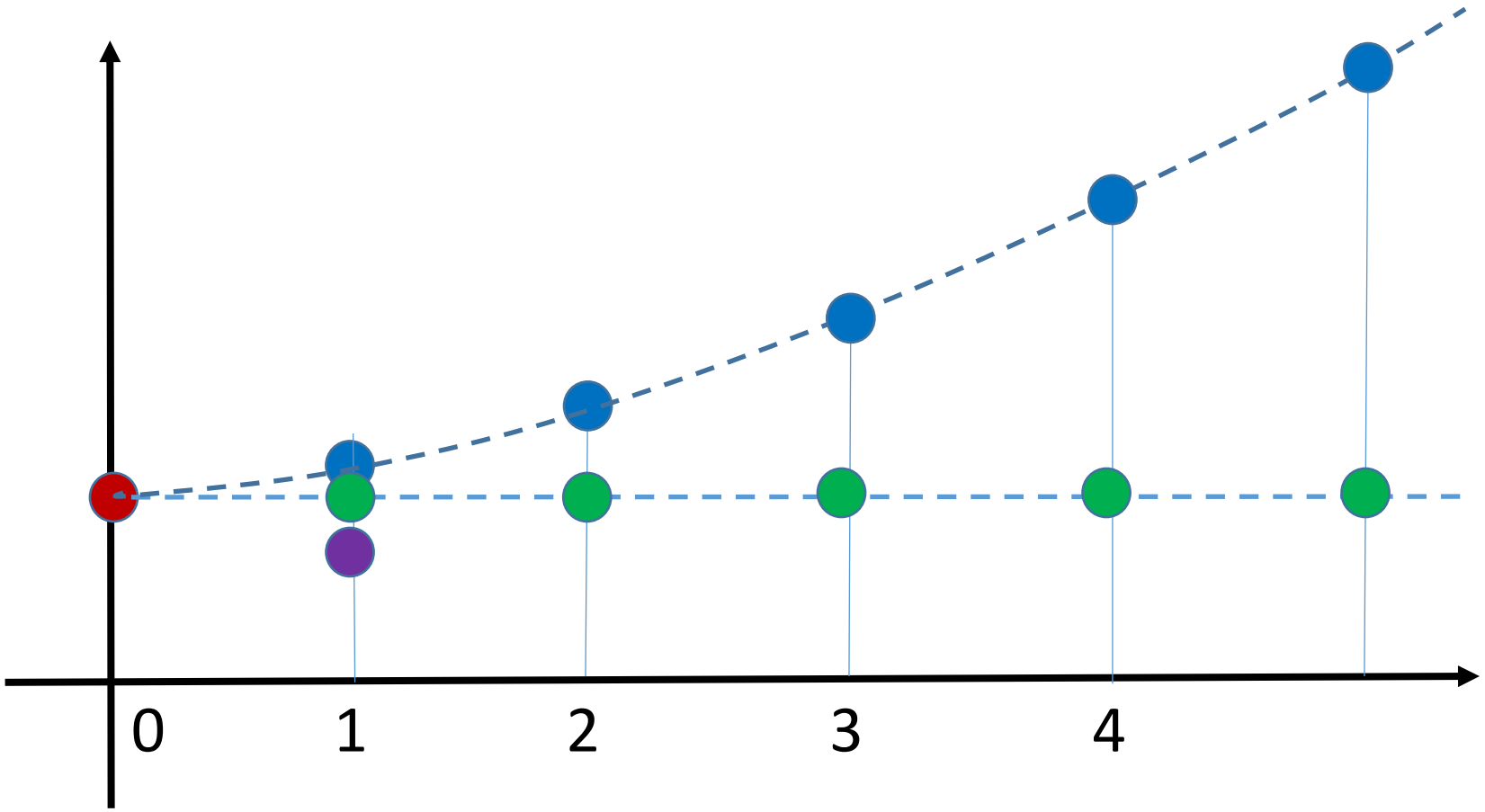
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

3ème cas : $0 < q < 1$



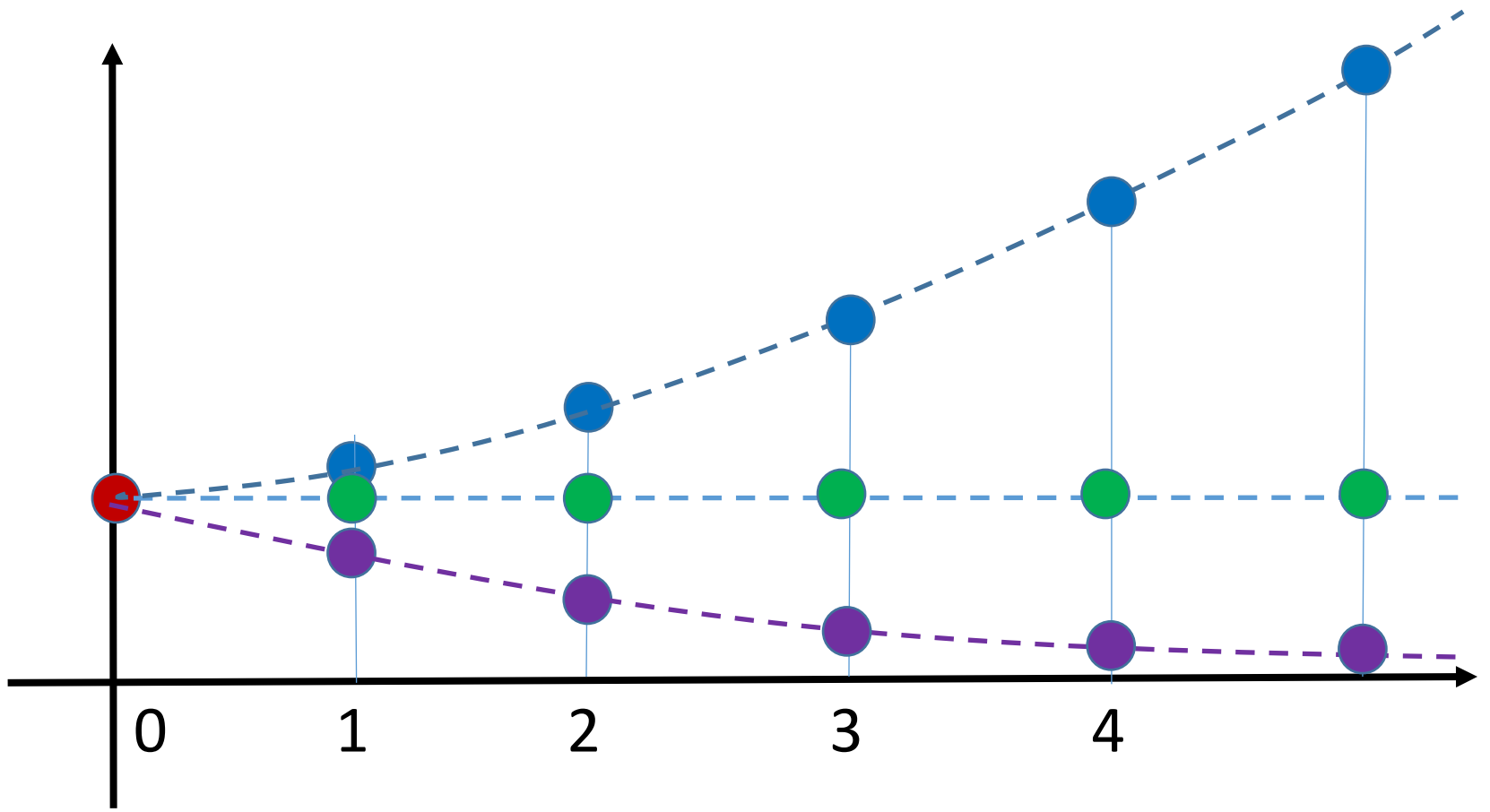
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad u_0 > 0$

3ème cas : $0 < q < 1$ $\quad 0 \times u_0 < q \times u_0 < 1 \times u_0$ $\quad 0 < u_1 < u_0$



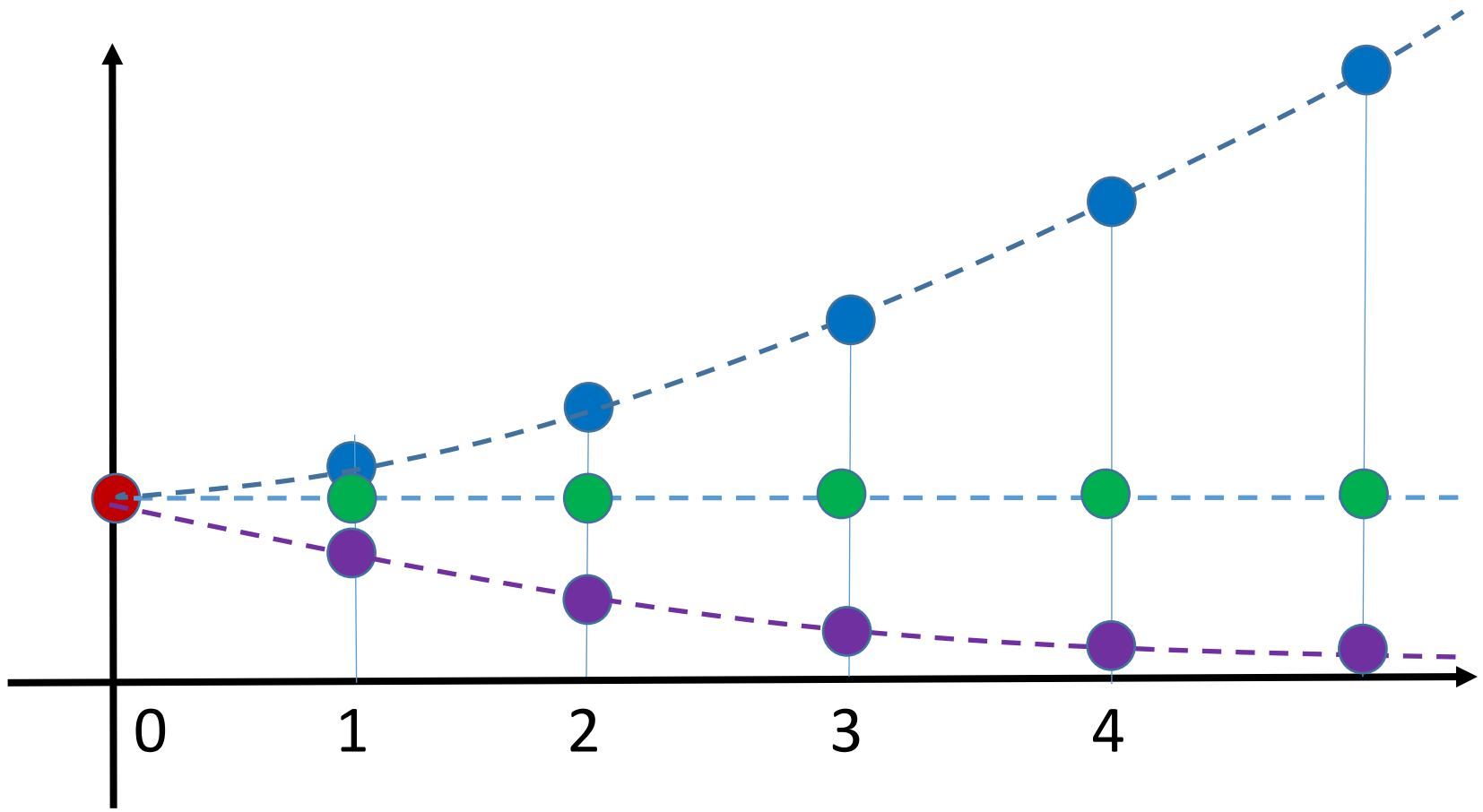
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad\quad$ $u_0 > 0$

3ème cas : $0 < q < 1$ $\quad\quad$ $0 \times u_n < q \times u_n < 1 \times u_n$ $\quad\quad$ $0 < u_{n+1} < u_n$



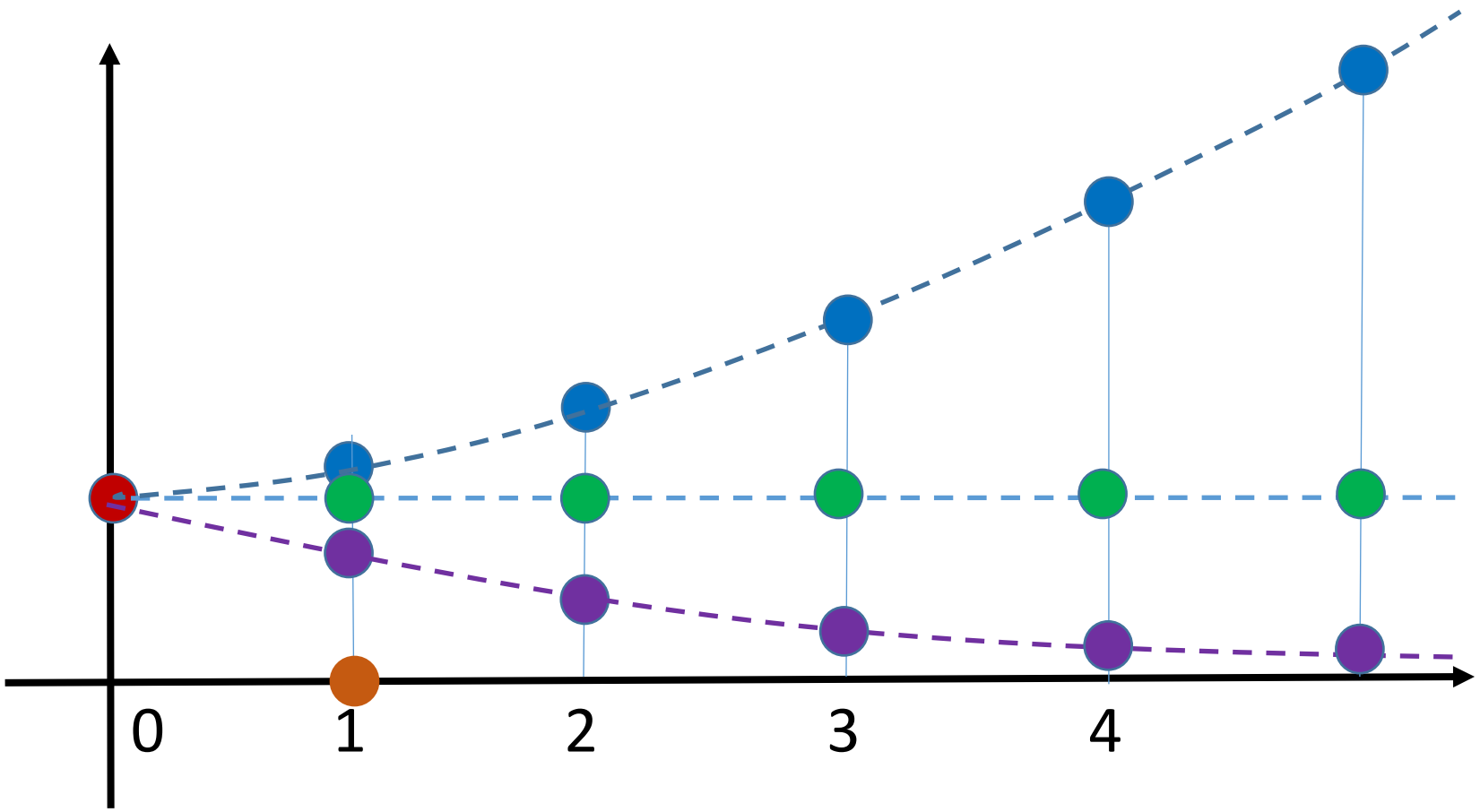
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

4ème cas : q = 0



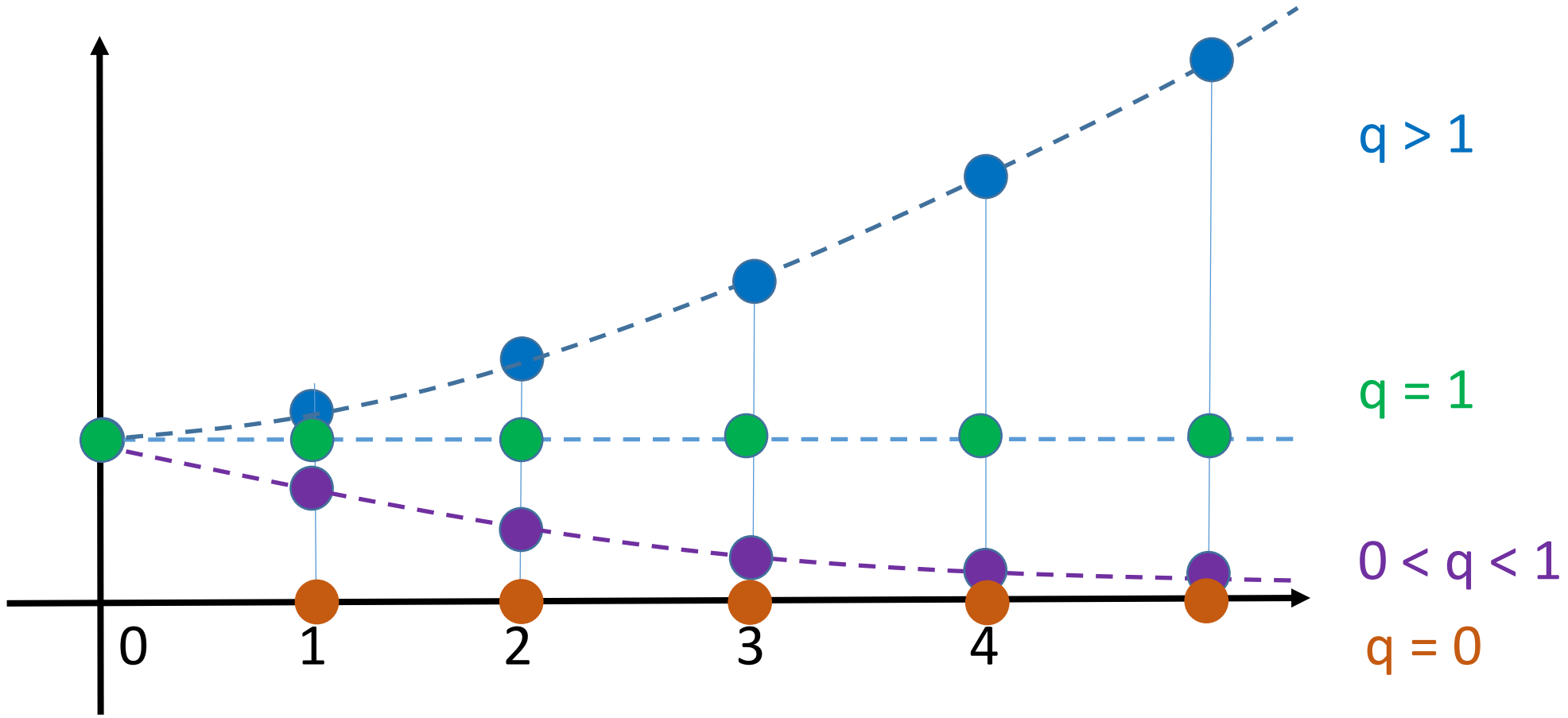
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

4ème cas : $q = 0$ $u_1 = u_0 \times q = u_n \times 0 = 0$



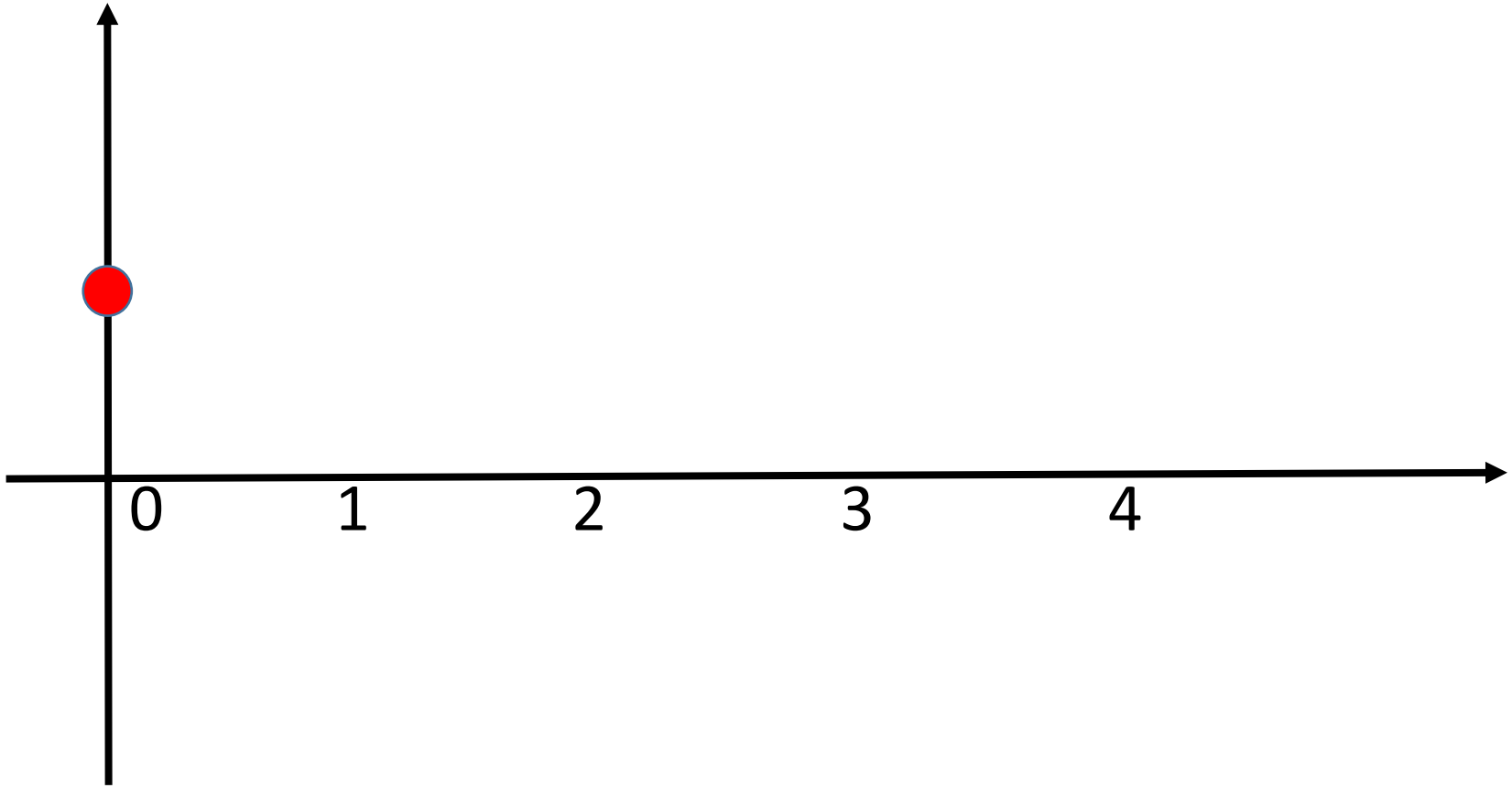
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad\quad$ $u_0 > 0$

4ème cas : $q = 0$ $\quad\quad$ $u_{n+1} = u_n \times q = u_n \times 0 = 0$



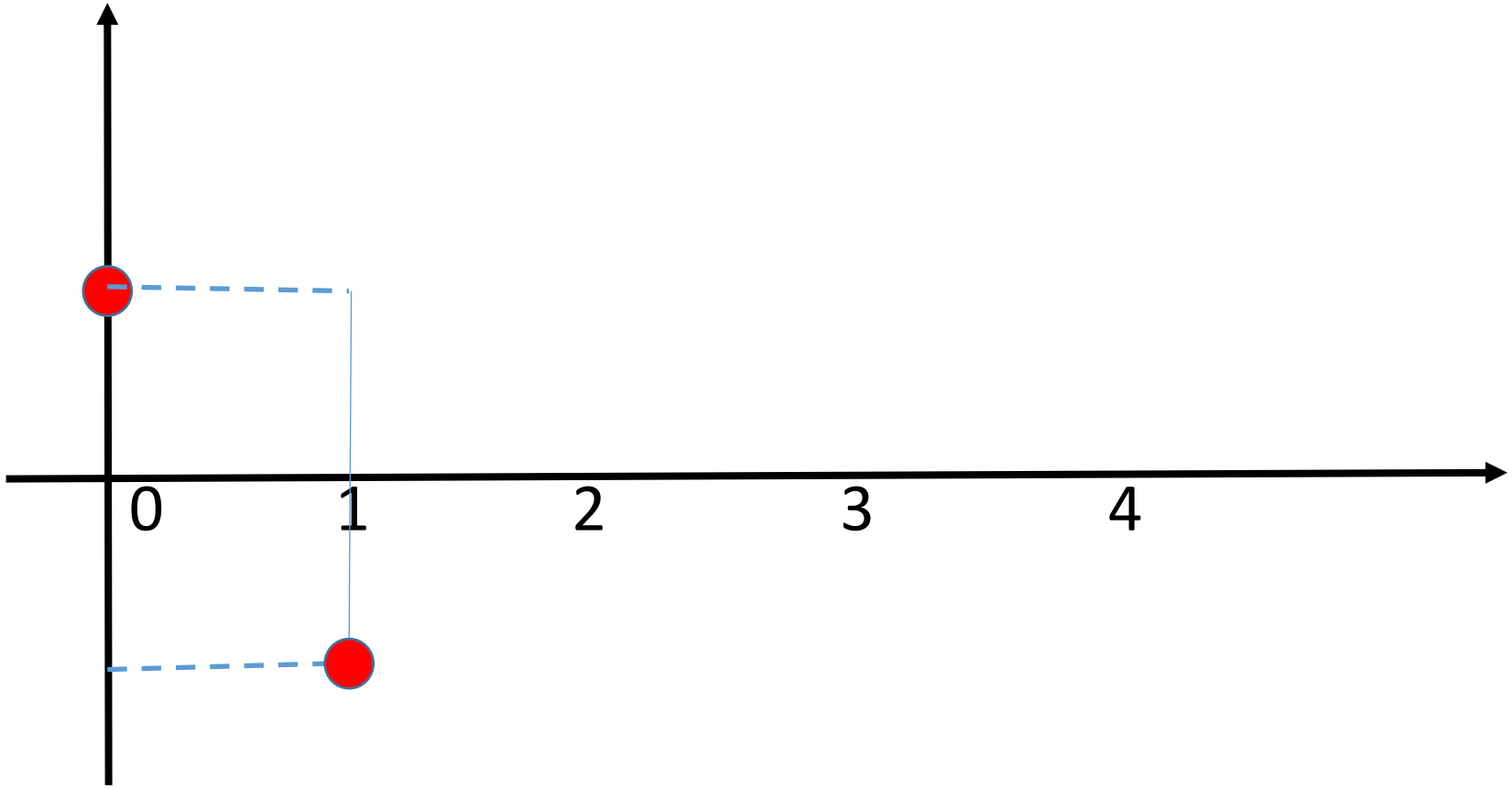
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

5ème cas : q = - 1



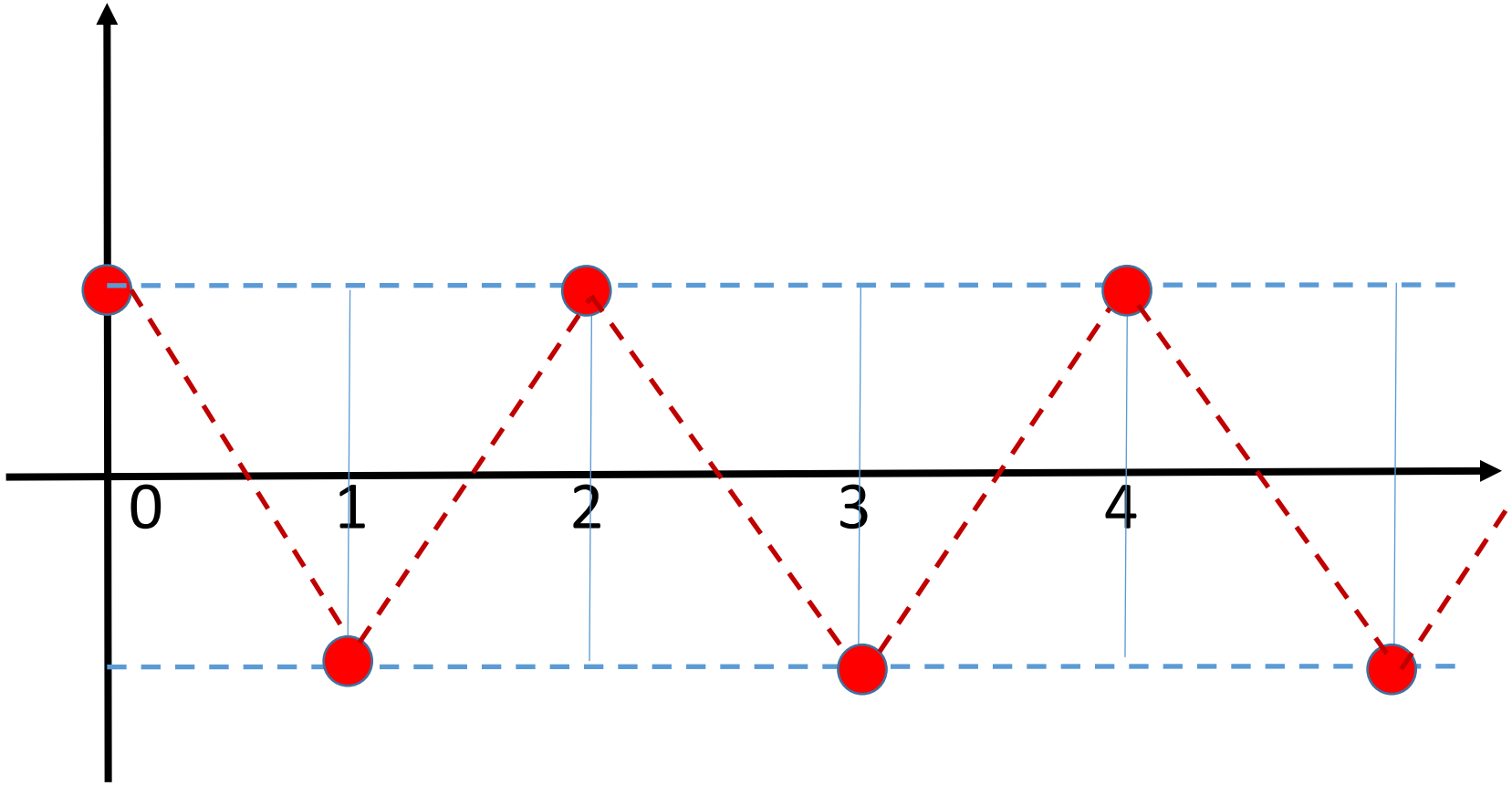
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\qquad\qquad$ $u_0 > 0$

5ème cas : $q = -1$ $\qquad$ $u_1 = u_0 \times q = u_0 \times (-1) = -u_0$



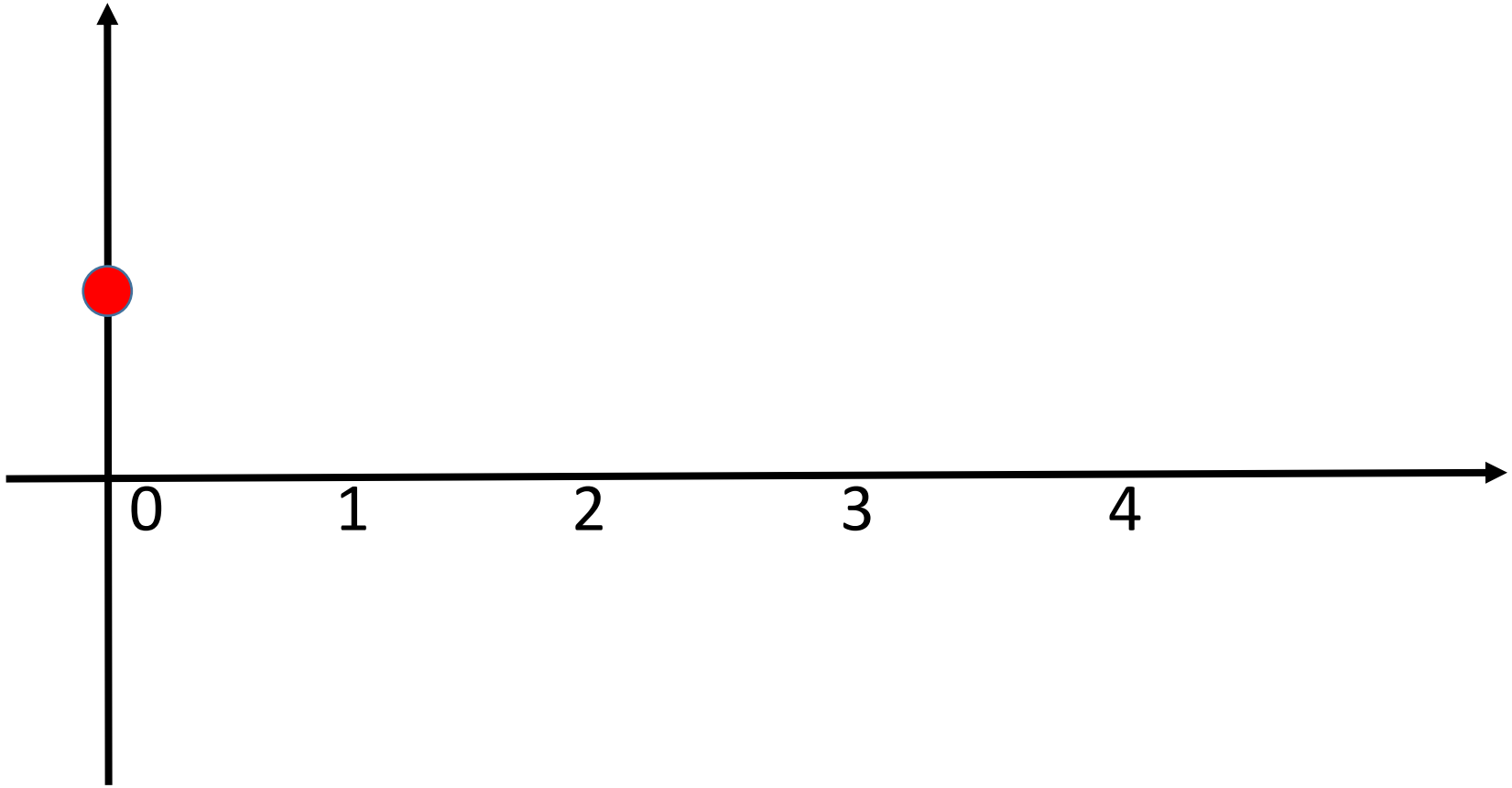
$u_{n+1} = u_n \times q$ $\qquad\qquad$ $u_0 > 0$

5ème cas : $q = -1$ $\qquad$ $u_{n+1} = u_n \times q = u_n \times (-1) = -u_n$



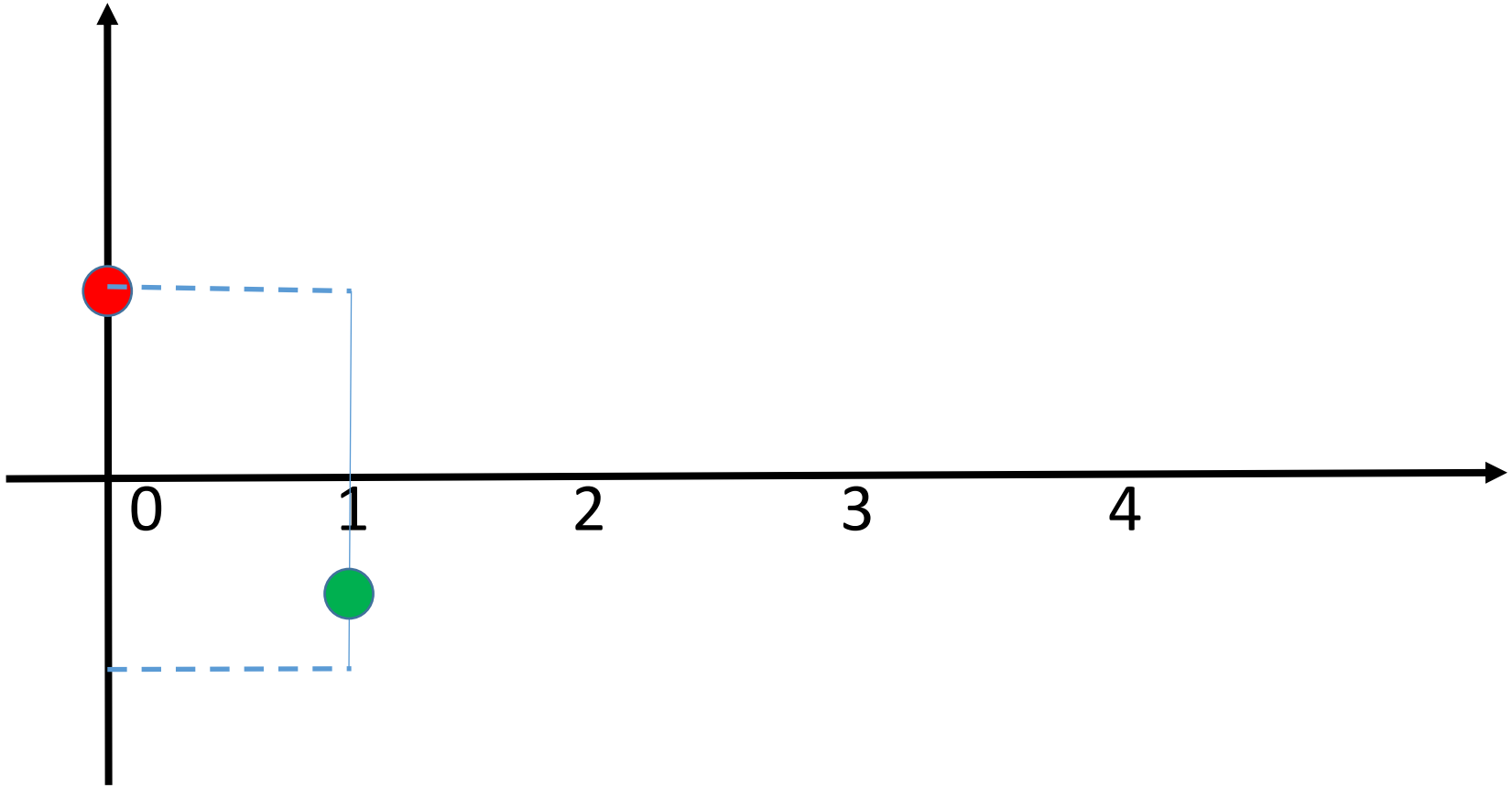
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

6ème cas : $-1 < q < 0$



$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

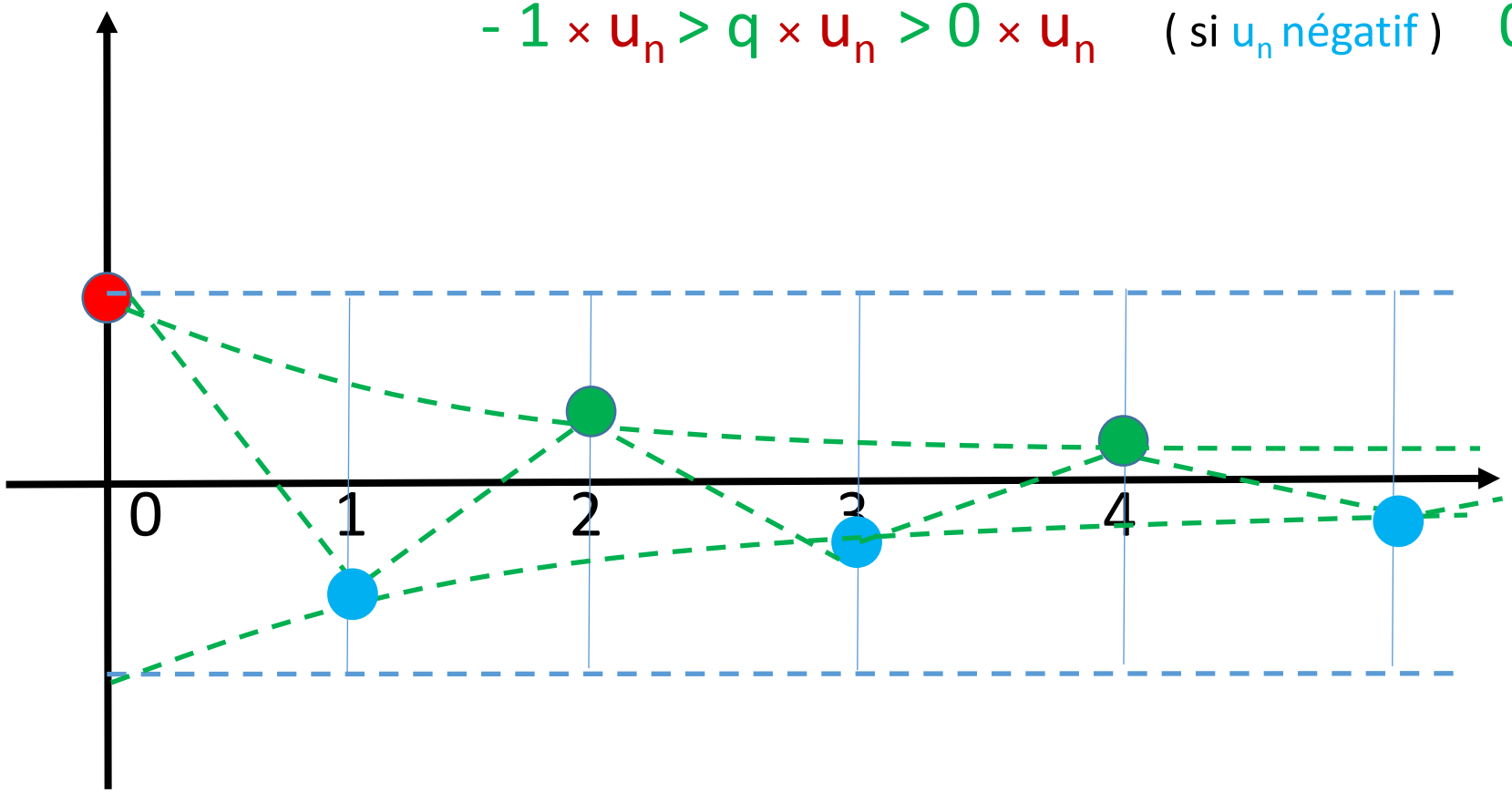
6ème cas : $-1 < q < 0$ $-1 \times u_0 < q \times u_0 < 0 \times u_0$ $-u_0 < u_1 < 0$



$u_{n+1} = u_n \times q$ $\quad\quad$ $u_0 > 0$

6ème cas : $-1 < q < 0$ $\quad$ $-1 \times u_n < q \times u_n < 0 \times u_n$ (si u_n positif) $\quad$ $-u_n < u_{n+1} < 0$

$-1 \times u_n > q \times u_n > 0 \times u_n$ (si u_n négatif) $\quad$ $0 < u_{n+1} < -u_n$

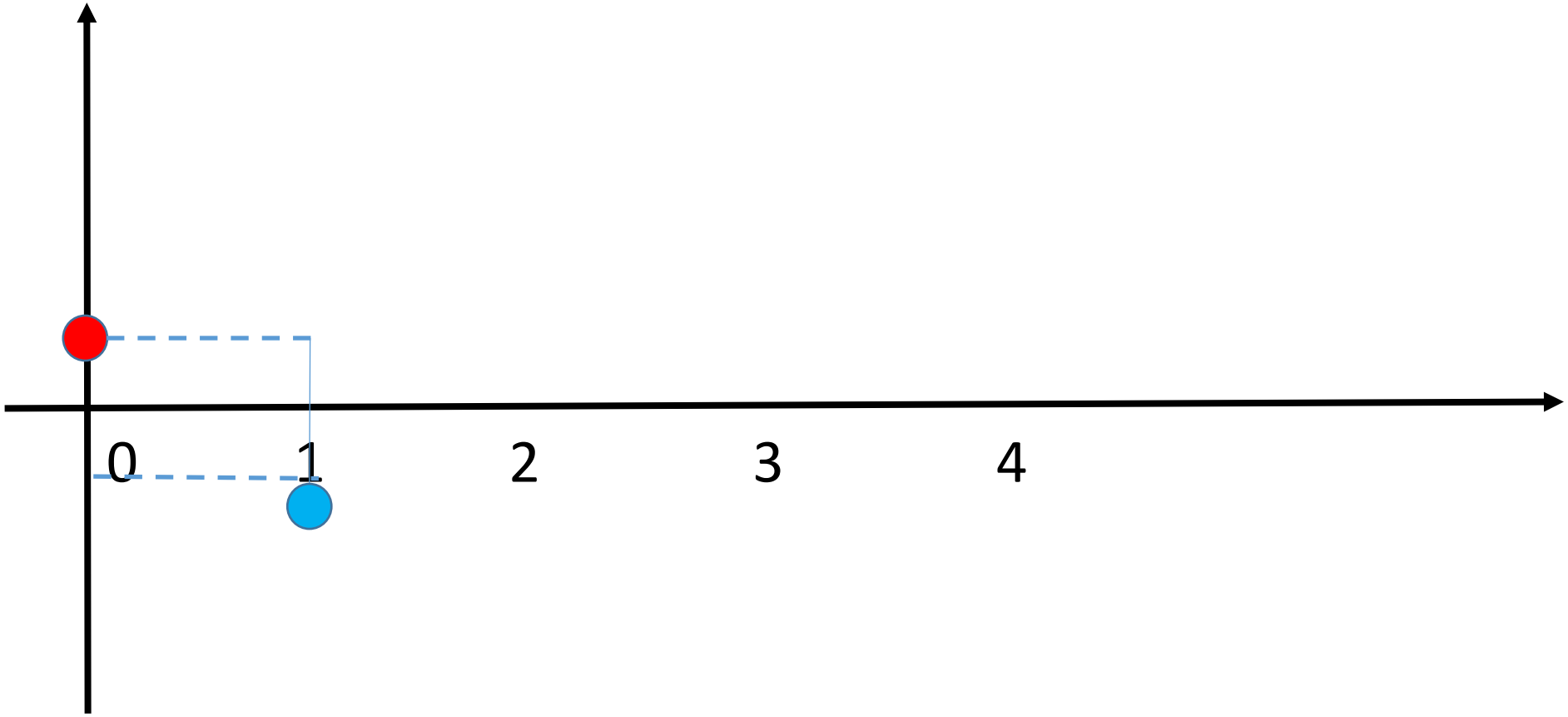


$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

7ème cas : $q < -1$

$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

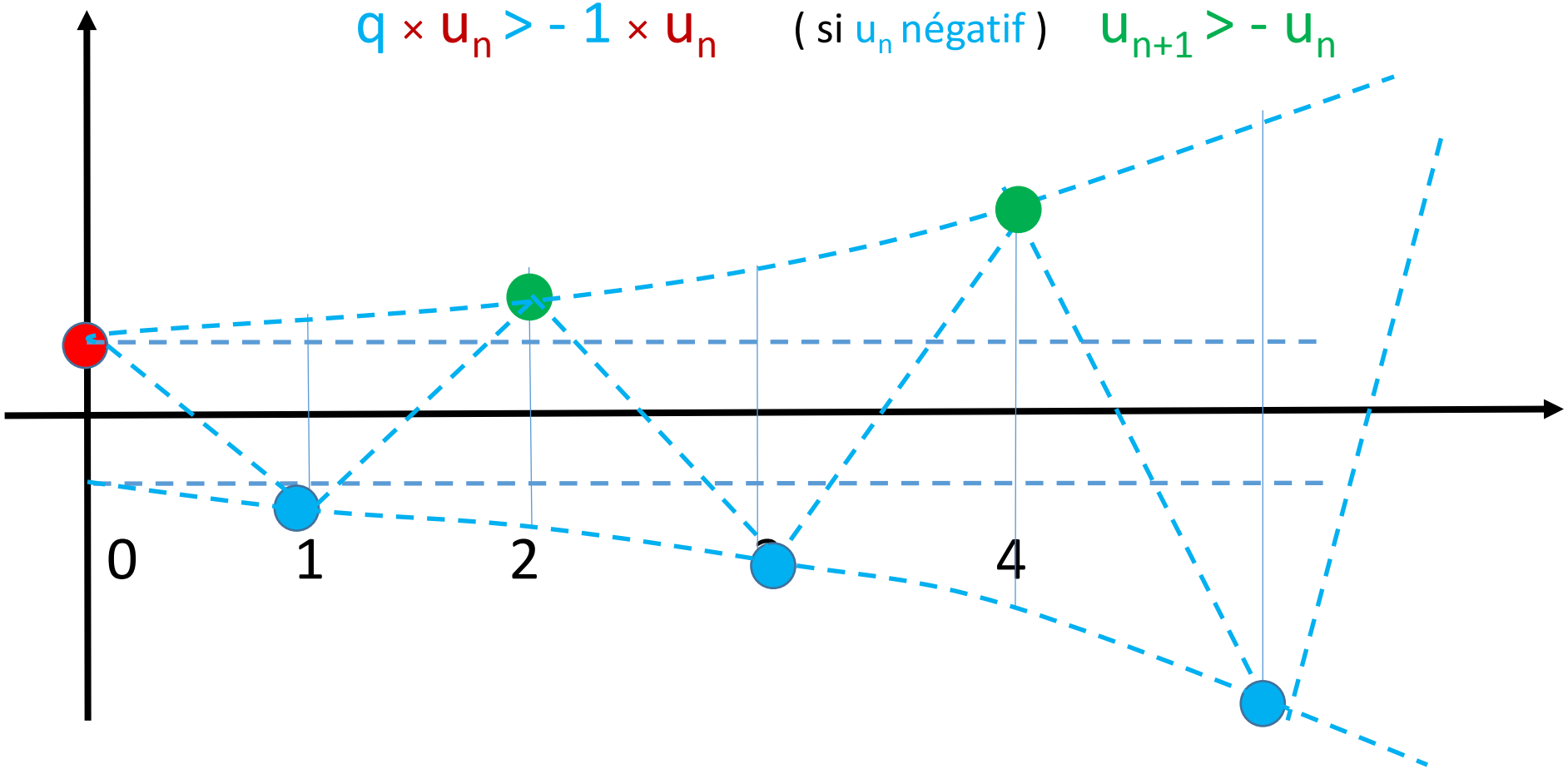
7ème cas : $q < -1$ $q \times u_0 < -1 \times u_0$ $u_1 < -u_0$



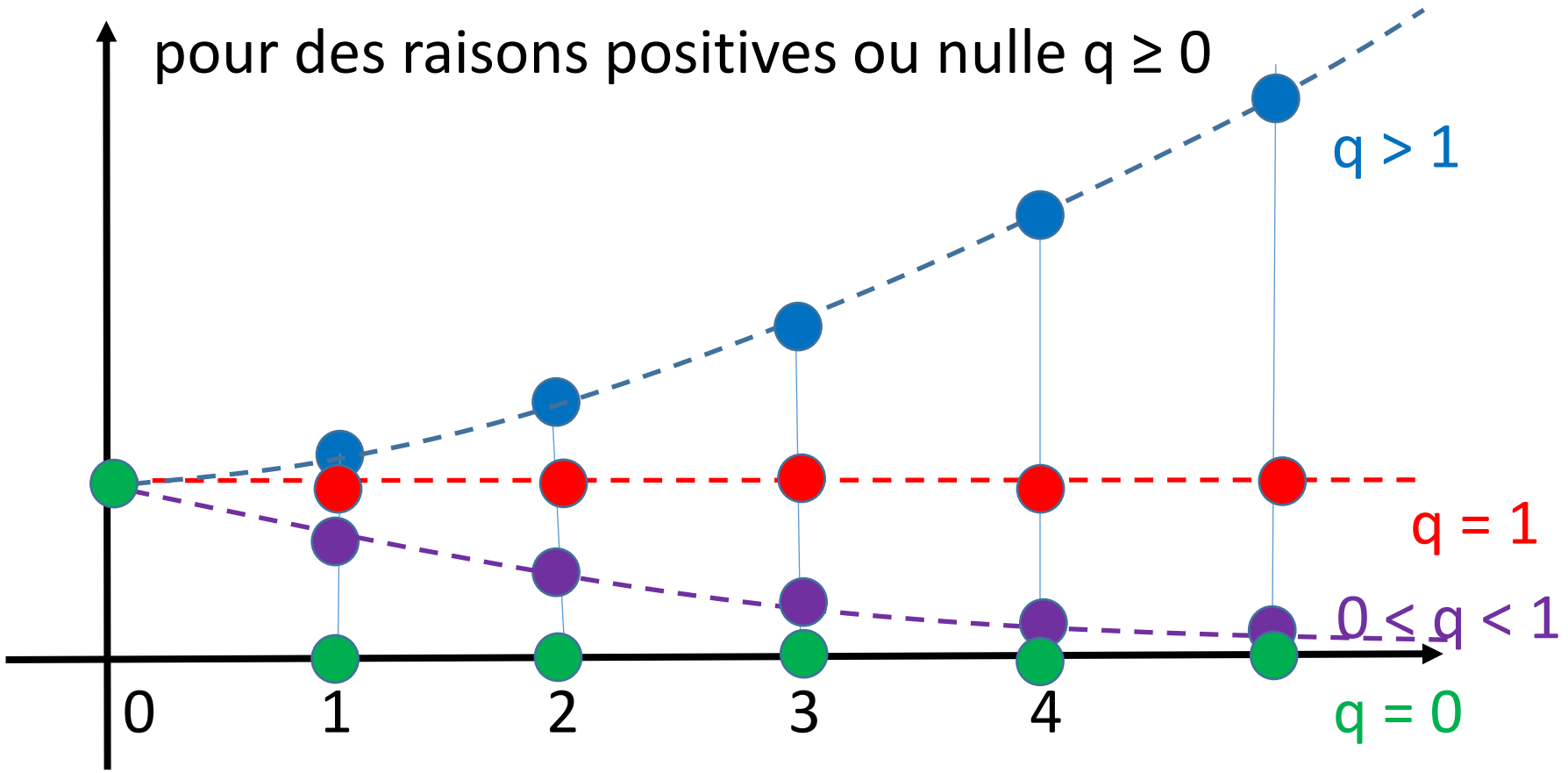
$u_{n+1} = u_n \times q$ $u_0 > 0$

7ème cas : $q < -1$ $q \times u_n < -1 \times u_n$ (si u_n positif) $u_{n+1} < -u_n$

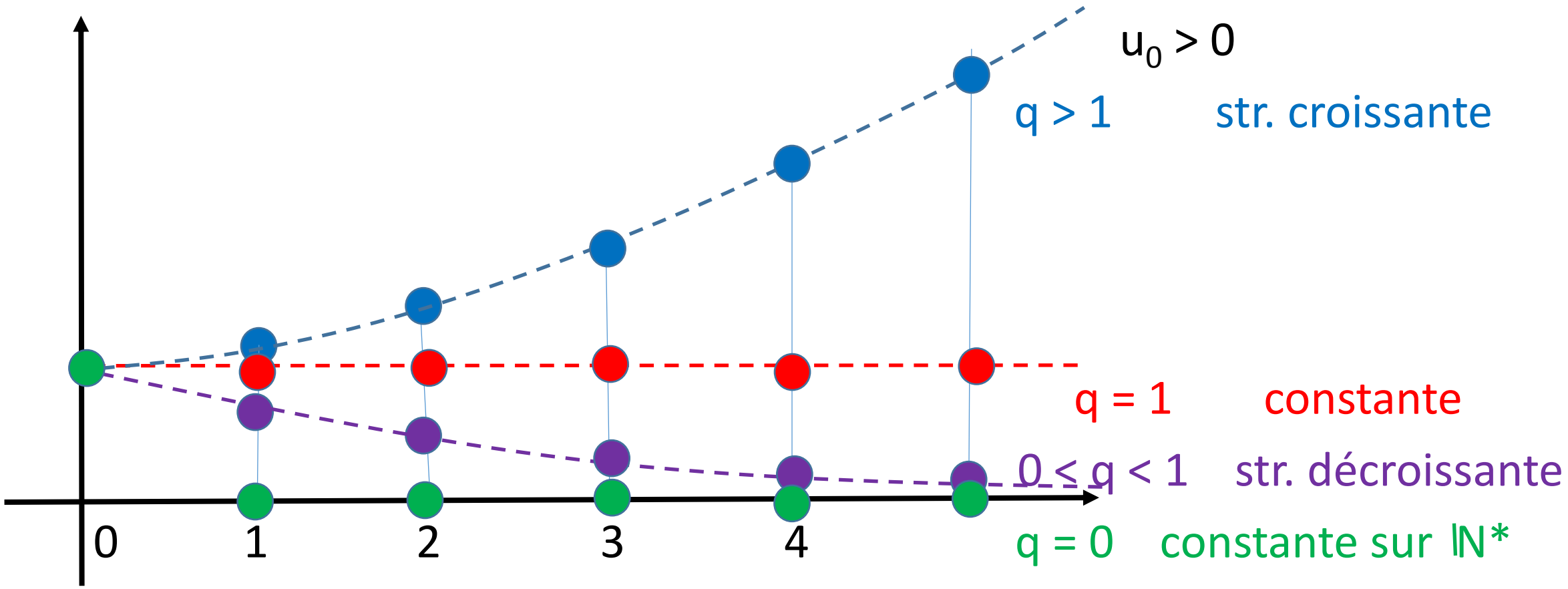
$q \times u_n > -1 \times u_n$ (si u_n négatif) $u_{n+1} > -u_n$



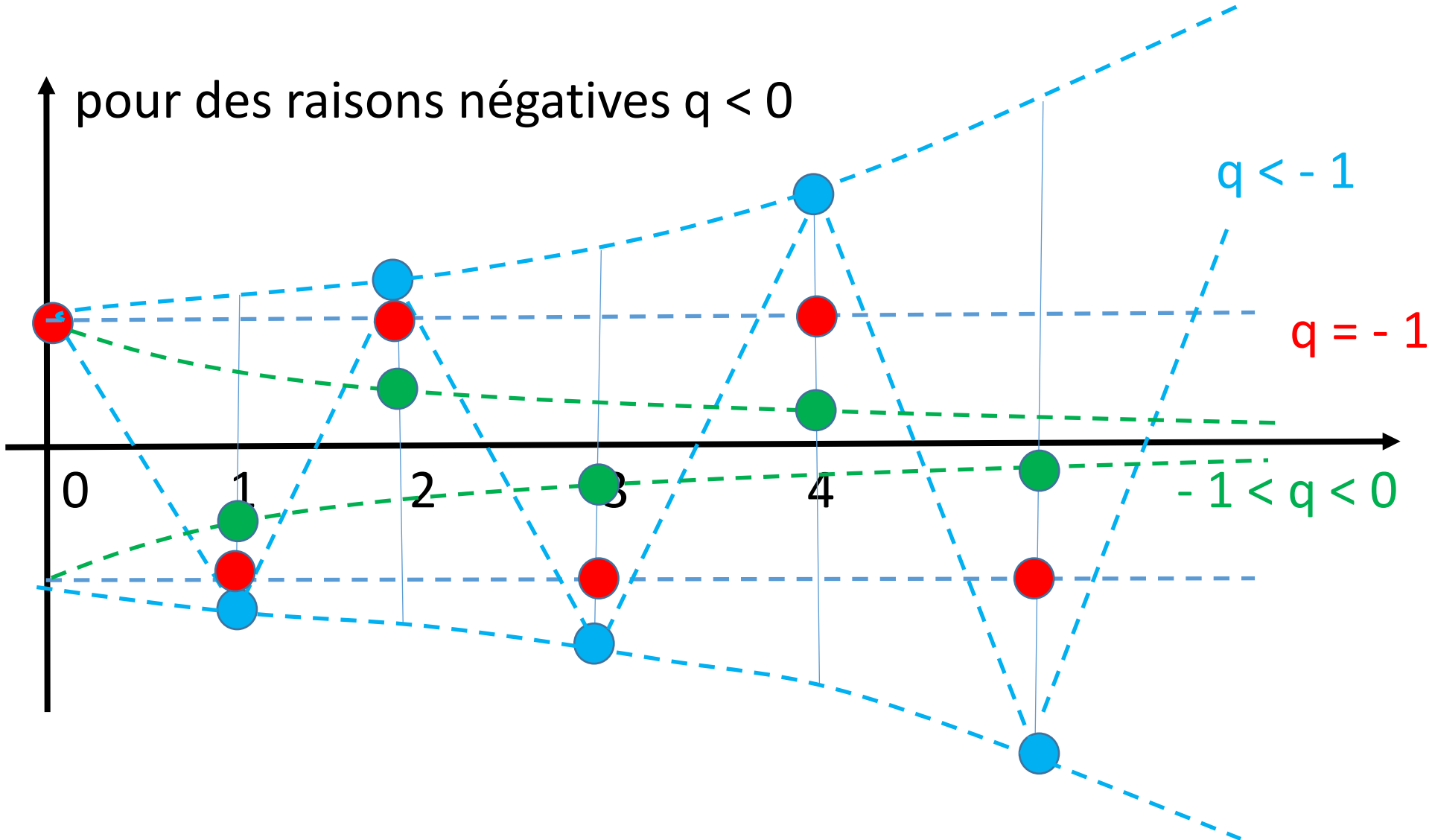
5°) Sens de variation d'une suite géométrique :



5°) Sens de variation d'une suite géométrique :

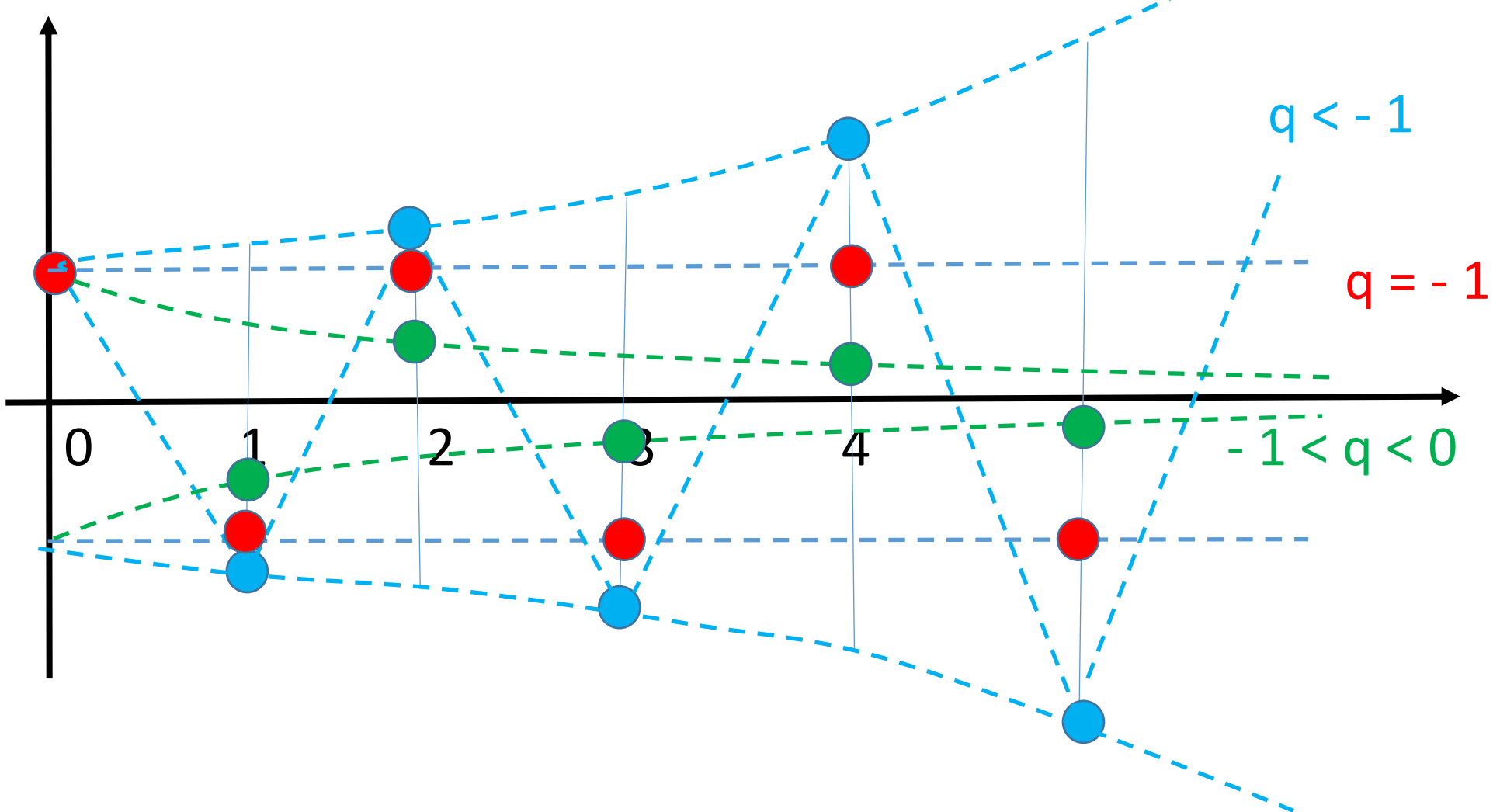


5°) Sens de variation d'une suite géométrique :

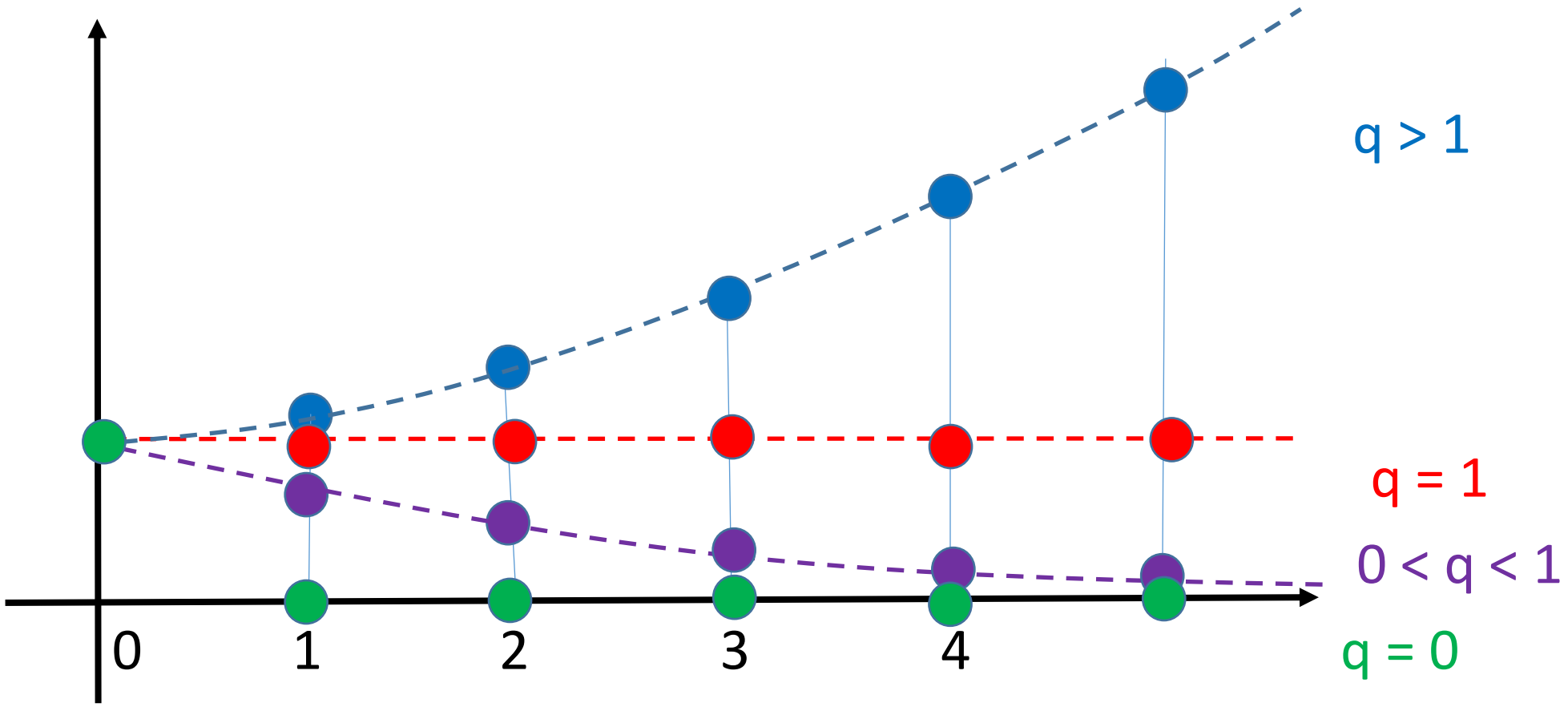


5°) Sens de variation d'une suite géométrique :

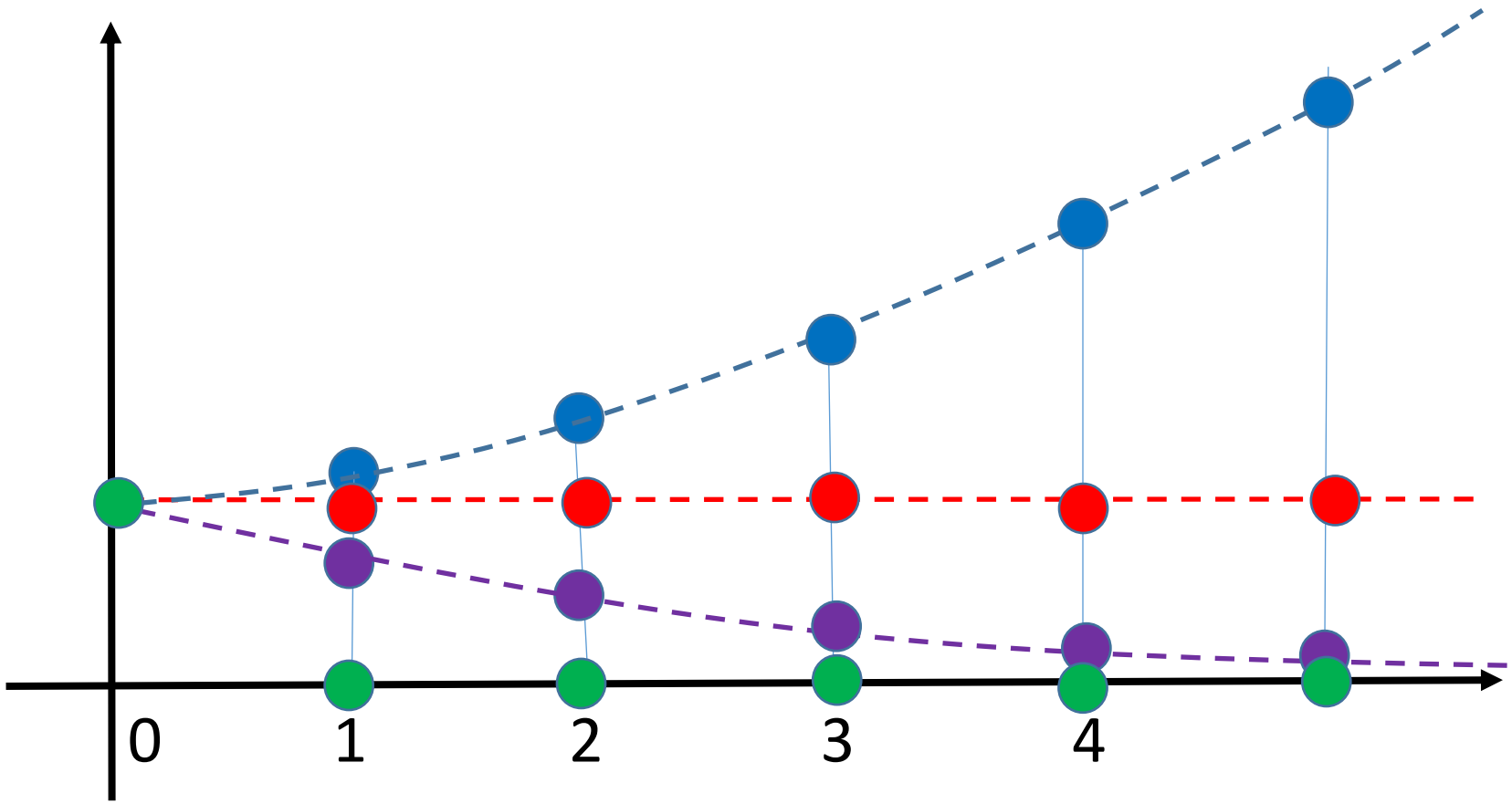
alternativement croissantes et décroissantes dès que la raison est < 0



6°) Limite d'une suite géométrique :

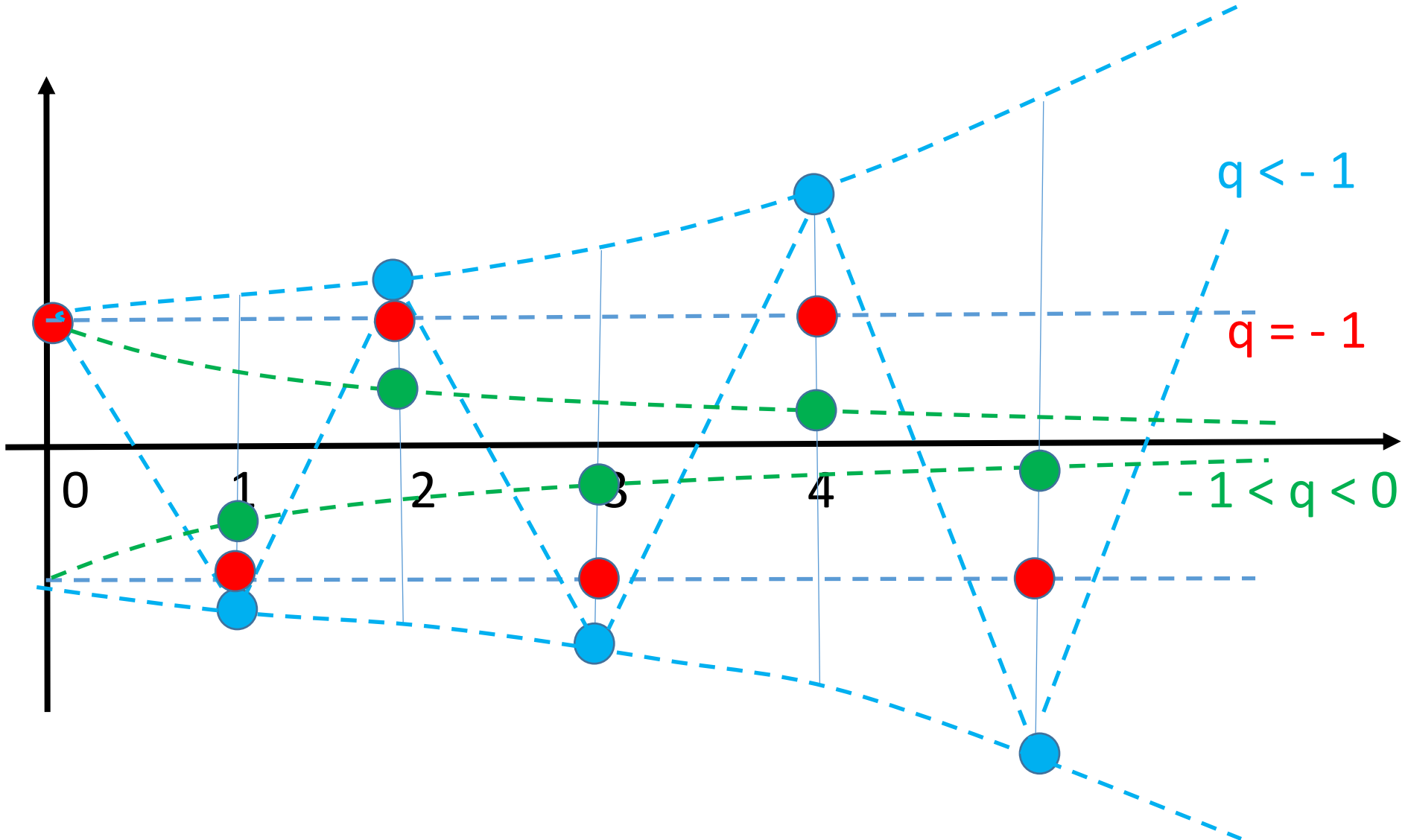
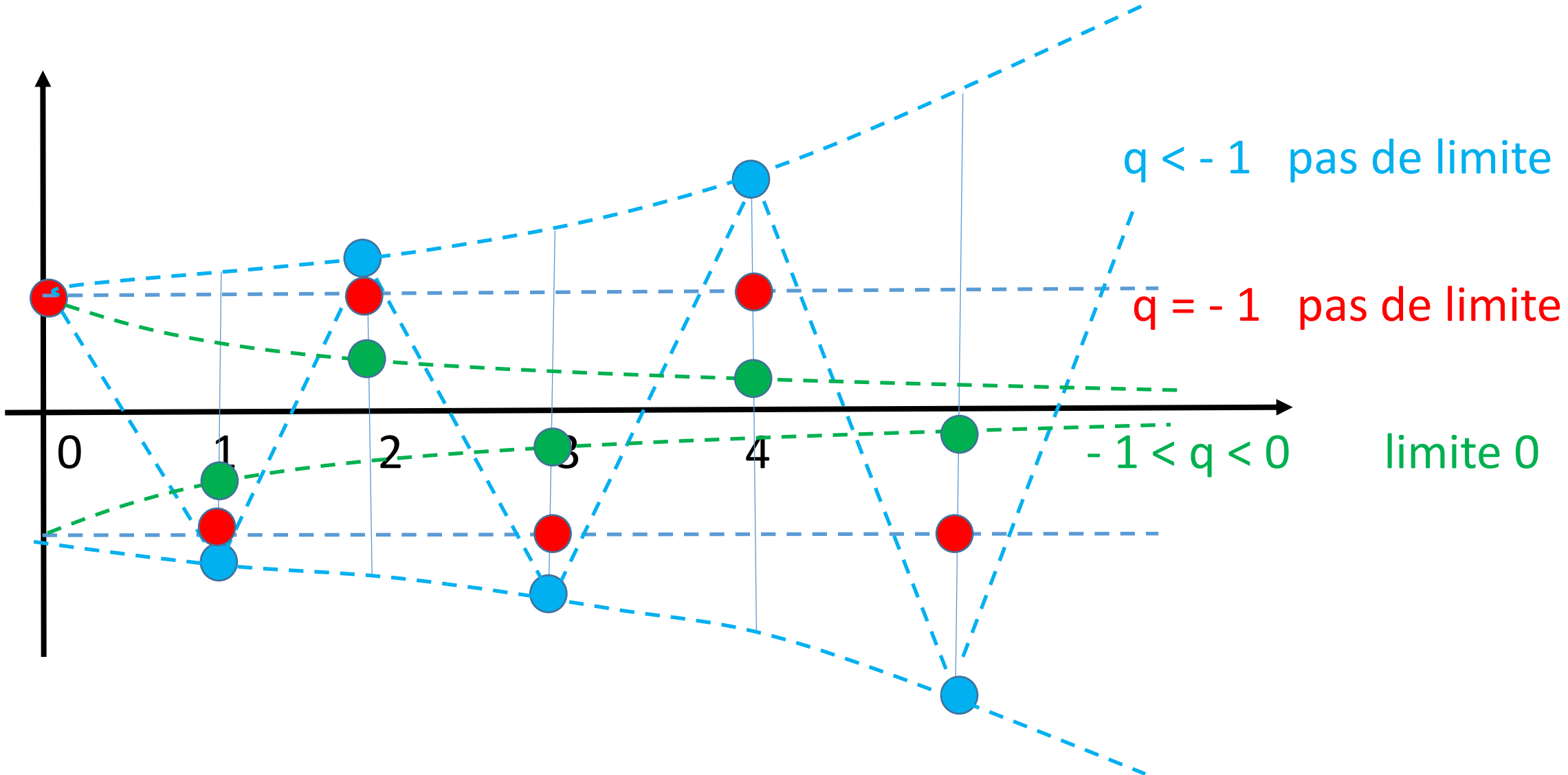


6°) Limite d'une suite géométrique :



$q > 1$	$+\infty$
$q = 1$	u_0
$0 < q < 1$	0
$q = 0$	0

6°) Limite d'une suite géométrique :



6°) Limite d'une suite géométrique :