**Exercice 5 :**

Soient les fonctions définies sur IR par

$$g(x) = x^2 - x + 1 \quad \text{et} \quad h(x) = x^2 + x + 1$$

et sur IR* par $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + x + 10 - \dfrac{1}{x}$

1°) Déterminez les signes de g et h.

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2}$

3°) Déterminez le sens de variations de f.

4°) Faites une remarque sur la pertinence de l’énoncé.

**Exercice 5 :** $g(x) = x^2 - x + 1$ et $h(x) = x^2 + x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

**Exercice 5 :** $g(x) = x^2 - x + 1$ et $h(x) = x^2 + x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

Remarque :

signe de g' $\Longleftrightarrow$ variation de g

n'est pas

signe de g

**Exercice 5 :** $g(x) = x^2 - x + 1$ et $h(x) = x^2 + x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

Polynômes degré 2 :

impossible de résoudre $x^2 - x + 1 = 0$

( sauf s'ils ne nous aident pas avec ....

**Exercice 5 :** $g(x) = x^2 - x + 1$ et $h(x) = x^2 + x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

Polynômes degré 2 :

impossible de résoudre $x^2 - x + 1 = 0 \quad > 0 \quad < 0$

( sauf si l'énoncé ne nous aide pas avec

par ex. $( x - 3 ) ( x - 1 ) = x^2 - 4x + 3$ )

Les signes vont alors être trouvés dans …

**Exercice 5 :** $g(x) = x^2 - x + 1$ et $h(x) = x^2 + x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

Polynômes degré 2 :

impossible de résoudre $x^2 - x + 1 = 0$ $> 0$ $< 0$

( sauf si l'énoncé ne nous aide pas avec

par ex. $( x - 3 ) ( x - 1 ) = x^2 - 4x + 3$ )

Les signes vont alors être trouvés dans le tableau de variations.

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

Les signes vont alors être trouvés dans le tableau de variations.

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$

$$g(x) = x^2 - x + 1$$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$$g'(x) = (\ x^2\ )' + (\ -\ 1x + 1\ )' = 2x + (-\ 1) = 2x - 1$$

| x | $-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $g'(x)$ | |
| | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow\ 2x = 1$

$\Leftrightarrow\ x = 0,5$

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$

| x | $-\infty$ | 0,5 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | 0 | |
| | | | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 1$

$\Leftrightarrow x = 0,5$

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = (\ x^2\ )' + (\ -1x + 1\ )' = 2x + (-\ 1) = 2x - 1$

| x | $-\infty$ | 0,5 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | 0 | |
| | | | |

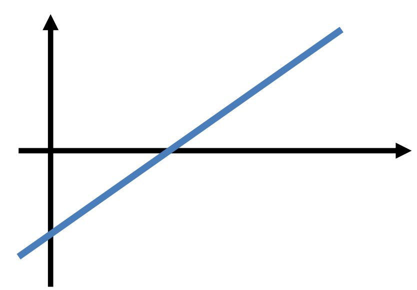
$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow\ 2x = 1$

$\Leftrightarrow\ x = 0,5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante



$$g(x) = x^2 - x + 1$$

## 1°) Déterminez les signes de g et h.

$$g'(x) = (\ x^2\ )' + (\ -\ 1x + 1\ )' = 2x + (-\ 1) = 2x - 1$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0{,}5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| | | | | | |

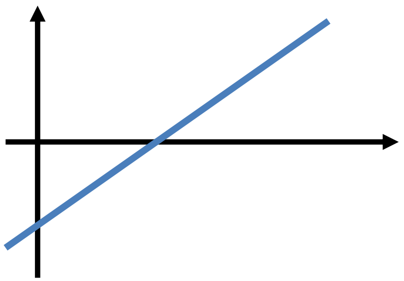
$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow\ 2x = 1$

$\Leftrightarrow\ x = 0{,}5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante



$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$

| $x$ | $-\infty$ | | 0,5 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $g(x)$ | | | | | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 1$

$\Leftrightarrow x = 0,5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

Théorème de la monotonie :

signe de $g'$ $\Leftrightarrow$ variation de $g$

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x = 1$

$\Leftrightarrow \quad x = 0,5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

Théorème de la monotonie :

signe de g' $\Leftrightarrow$ variation de g

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = (\ x^2\ )' + (\ -1x + 1\ )' = 2x + (-1) = 2x - 1$

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow\ 2x = 1$

$\Leftrightarrow\ x = 0,5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

$$g(x) = x^2 - x + 1$$

## 1°) Déterminez les signes de g et h.

$$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0{,}5$ | | $+\infty$ |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ | $0{,}75$ | $\nearrow$ | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow$ $2x = 1$

$\Leftrightarrow$ $x = 0{,}5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

$$g(0{,}5) = 0{,}5^2 - 0{,}5 + 1 = 0{,}25 + 0{,}5 = 0{,}75$$

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ | $0,75$ | $\nearrow$ | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x = 1$

$\Leftrightarrow \quad x = 0,5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

$g(0,5) = 0,5^2 - 0,5 + 1 = 0,25 + 0,5 = 0,75 > 0$

$g(x) = x^2 - x + 1$

1°) Déterminez les signes de g et h.

$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$

| $x$ | $-\infty$ | | $0{,}5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ + | $0{,}75$ | + $\nearrow$ | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 1$

$\Leftrightarrow x = 0{,}5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

$g(0{,}5) = 0{,}5^2 - 0{,}5 + 1 = 0{,}25 + 0{,}5 = 0{,}75 > 0$

$\Rightarrow g(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$

$h(x) = x^2 + x + 1$ **Signes de h ? Reste à faire…**

1°) Déterminez les signes de g et h. $g(x) = x^2 - x + 1$

$g'(x) = ( x^2 )' + ( - 1x + 1 )' = 2x + (- 1) = 2x - 1$

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ + | $0,75$ | $\nearrow$ + | |

$2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow$ $2x = 1$

$\Leftrightarrow$ $x = 0,5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

$g(0,5) = 0,5^2 - 0,5 + 1 = 0,25 + 0,5 = 0,75 > 0$

$\Rightarrow$ $g(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$

$$h(x) = x^2 + x + 1$$

## 1°) Déterminez les signes de g et h.

$$h'(x) = (\ x^2\ )' + (\ 1x + 1\ )' = 2x + (1) = 2x + 1$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-0{,}5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $\searrow$ | $+$ | $0{,}75$ | $+$ | $\nearrow$ |

$2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x = -1$

$\Leftrightarrow \quad x = -0{,}5$

coeff. directeur $2 > 0$

$\Rightarrow$ fct affine croissante

$$h(-\,0{,}5) = (-0{,}5)^2 + (-0{,}5) + 1 = 0{,}25 + 0{,}5 = 0{,}75 > 0$$

$\Rightarrow \quad h(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x + 10 - \frac{1}{x}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + x + 10\right)' - \left(\frac{1}{x}\right)'$$

$$f(x) = \frac{1}{3} x^3 + x + 10 - \frac{1}{x}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2}$

$$f'(x) = \left( \frac{1}{3} x^3 + x + 10 \right)' - \left( \frac{1}{x} \right)'$$

$$= \frac{1}{3} 3x^2 + 1 - \frac{-1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x + 10 - \frac{1}{x}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + x + 10\right)' - \left(\frac{1}{x}\right)'$$

$$= \frac{1}{3}3x^2 + 1 - \frac{-1}{x^2} = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x + 10 - \frac{1}{x}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + x + 10\right)' - \left(\frac{1}{x}\right)'$$

développer

factoriser

( infaisable )

$$= \frac{1}{3}3x^2 + 1 - \frac{-1}{x^2} = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$

2°) $\dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2}$

2°) $\dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \dfrac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x + x^2 + x + 1}{x^2}$$

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x + x^2 + x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$$

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x + x^2 + x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}$$

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x + x^2 + x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$

2°)

$$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x + x^2 + x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$

$$= f'(x)$$

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(\ x^2 - x + 1\ )\ (\ x^2 + x + 1\ )}{x^2}$$

Remarque : on pouvait développer plus rapidement

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(\,x^2 - x + 1\,)(\,x^2 + x + 1\,)}{x^2}$$

Remarque : on pouvait développer plus rapidement

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

Remarque : on pouvait développer plus rapidement

$(a - b)(a + b)$ identité remarquable n° 3

2°) $\dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \dfrac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$

Remarque : on pouvait développer plus rapidement

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ identité remarquable n° 3

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

Remarque : on pouvait développer plus rapidement

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ identité remarquable n° 3

$$= \frac{(x^2 + 1)^2 - x^2}{x^2}$$

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

Remarque : on pouvait développer plus rapidement

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ identité remarquable n° 3

$$= \frac{(x^2 + 1)^2 - x^2}{x^2} = \frac{(x^4 + 2x^2 + 1) - x^2}{x^2}$$

identité remarquable n° 1

$$(x^2 + 1)^2 = (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$= (x^2)^2 + 2(x^2)1 + 1^2$$

2°) $$\frac{g(x) \times h(x)}{x^2} = \frac{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$$

Remarque : on pouvait développer plus rapidement

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ identité remarquable n° 3

$$= \frac{(x^2 + 1)^2 - x^2}{x^2} = \frac{(x^4 + 2x^2 + 1) - x^2}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$

3°) Déterminez le sens de variations de f.

3°) Déterminez le sens de variations de f.

$$f'(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$ *d'après la question 2°*

Mais on est dans l'incapacité à étudier algébriquement les signes d'un polynôme de degré 2 + la fonction $1/x^2$ !

3°) Déterminez le sens de variations de f.

$$f'(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$ *d'après la question 2°*

Mais on est dans l'incapacité à étudier algébriquement les signes d'un polynôme de degré 2 + la fonction $1/x^2$ !

$$f'(x) = \frac{g(x) \times h(x)}{x^2}$$

3°) Déterminez le sens de variations de f.

$$f'(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$ *d'après la question 2°*

Mais on est dans l'incapacité à étudier algébriquement les signes d'un polynôme de degré 2 + la fonction $1/x^2$ !

$$f'(x) = \frac{g(x) \times h(x)}{x^2}$$

$g(x) > 0$ $h(x) > 0$ question 1°

$\Rightarrow$ … ?

$\Rightarrow$ … ?

3°) Déterminez le sens de variations de f.

$$f'(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$ *d'après la question 2°*

Mais on est dans l'incapacité à étudier algébriquement les signes d'un polynôme de degré 2 + la fonction $1/x^2$ !

$$f'(x) = \frac{g(x) \times h(x)}{x^2}$$

$g(x) > 0$ $h(x) > 0$ question 1°

$\Rightarrow$ $f'(x)$ est positif

$\Rightarrow$ … ?

## 3°) Déterminez le sens de variations de f.

$$f'(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$ *d'après la question 2°*

Mais on est dans l'incapacité à étudier algébriquement les signes d'un polynôme de degré 2 + la fonction $1/x^2$ !

$$f'(x) = \frac{g(x) \times h(x)}{x^2}$$

$g(x) > 0$ $h(x) > 0$ question 1°

⇒ f '(x) est positif

⇒ f est strictement croissante sur $\mathbb{R}^* = ]-\infty ; 0[ \cup ]0 ; +\infty[$

## 3°) Déterminez le sens de variations de f.

$$f'(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{g(x) \times h(x)}{x^2}$$

$g(x) > 0$ $h(x) > 0$ question 1°

$\Rightarrow$ $f'(x)$ est positif

$\Rightarrow$ f est strictement croissante sur $\mathbb{R}^* = \left]-\infty ; 0\right[ \cup \left]0 ; +\infty\right[$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $\Vert$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | $\Vert$ | $\nearrow$ | |

4°) Faites une remarque sur la pertinence de l'énoncé.

$$f'(x) = x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$$ *d'après la question 2°*

f '(x) ne comporte que des positifs non nuls sur $\mathbb{R}^*$

⇒ f '(x) > 0 sur $\mathbb{R}^*$ ⇔ f str. croissante sur $\mathbb{R}^*$

⇒ on n'avait pas besoin de $f'(x) = \dfrac{g(x) \times h(x)}{x^2}$

ni des signes des fonctions g et h

## Exercice 6 :

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 9{,}5x + 10{,}5 + \frac{112{,}5}{x}$$

1°) Développez l'expression

$$k(x) = (x + 7{,}5)(x + 5)(x - 3)$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{k(x)}{x^2}$

3°) Déterminez les sens de variations de f.

1°) Développez l’expression

$$k(x) = (x + 7{,}5)(x + 5)(x - 3)$$

1°) Développez l'expression

$$k(x) = ( x + 7,5 ) ( x + 5 ) ( x - 3 )$$

$( x + 7,5 ) ( x + 5 ) ( x - 3 )$

$= ( x + 7,5 ) ( x^2 + 5x - 3x - 15 )$

$= ( x + 7,5 ) ( x^2 + 2x - 15 )$

$= x ( x^2 + 2x - 15 ) + 7,5 ( x^2 + 2x - 15 )$

$= x^3 + 2x^2 - 15x + 7,5x^2 + 15x - 112,5$

$= x^3 + 9,5x^2 - 112,5$

*Remarque :*

question de niveau collège… Quel est son intérêt en Terminale ?

1°) Développez l'expression

$$k(x) = ( x + 7,5 ) ( x + 5 ) ( x - 3 )$$

$( x + 7,5 ) ( x + 5 ) ( x - 3 )$

$= ( x + 7,5 ) ( x^2 + 5x - 3x - 15 )$

$= ( x + 7,5 ) ( x^2 + 2x - 15 )$

$= x ( x^2 + 2x - 15 ) + 7,5 ( x^2 + 2x - 15 )$

$= x^3 + 2x^2 - 15x + 7,5x^2 + 15x - 112,5$

$= x^3 + 9,5x^2 - 112,5$

*Remarque :*

question de niveau collège… Quel est son intérêt en Terminale ? *Débloquer la question 3° …*

$$f(x) = 0,5x^2 + 9,5x + 10,5 + \frac{112,5}{x}$$

2°) Démontrez que $f\,'(x) = \dfrac{k(x)}{x^2}$

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 9{,}5x + 10{,}5 + \frac{112{,}5}{x}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{k(x)}{x^2}$

$$f'(x) = (0{,}5x^2 + 9{,}5x + 10{,}5)' + 112{,}5\left(\frac{1}{x}\right)'$$

$$= 0{,}5\,(2x) + 9{,}5 + 112{,}5\,\frac{-1}{x^2}$$

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 9{,}5x + 10{,}5 + \frac{112{,}5}{x}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{k(x)}{x^2}$

$$f'(x) = (0{,}5x^2 + 9{,}5x + 10{,}5)' + 112{,}5\left(\frac{1}{x}\right)'$$

$$= 0{,}5(2x) + 9{,}5 + 112{,}5\,\frac{-1}{x^2} = x + 9{,}5 - \frac{112{,}5}{x^2}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{k(x)}{x^2}$

$$f'(x) = 0,5\ (\ 2x\ ) + 9,5 + 112,5\ \frac{-\ 1}{x^2} = x + 9,5 - \frac{112,5}{x^2}$$

$$= \frac{x^2\ (\ x + 9,5\ )}{x^2} - \frac{112,5}{x^2}$$

2°) Démontrez que $f'(x) = \dfrac{k(x)}{x^2}$

$$f'(x) = 0{,}5\,(\,2x\,) + 9{,}5 + 112{,}5\,\frac{-\,1}{x^2} = x + 9{,}5 - \frac{112{,}5}{x^2}$$

$$= \frac{x^2\,(\,x + 9{,}5\,)}{x^2} - \frac{112{,}5}{x^2} = \frac{x^3 + 9{,}5x^2 - 112{,}5}{x^2}$$

3°) Déterminez les sens de variations de f.

$$f'(x) = \frac{k(x)}{x^2} = \frac{x^3 + 9,5x^2 - 112,5}{x^2}$$

*impossible de déterminer les signes*

3°) Déterminez les sens de variations de f.

$$f'(x) = \frac{k(x)}{x^2} = \frac{x^3 + 9{,}5x^2 - 112{,}5}{x^2}$$

*impossible de déterminer les signes*

$$f'(x) = \frac{k(x)}{x^2} = \frac{(x + 7{,}5)(x + 5)(x - 3)}{x^2}$$

*Voir exo 1 pour la méthode*

La question 1° était là pour permettre de débloquer le problème.

$$f'(x) = \frac{(x+7{,}5)(x+5)(x-3)}{x^2}$$

| x | |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

$$f'(x) = \frac{(x+7{,}5)(x+5)(x-3)}{x^2}$$

| x | |
|---|---|
| $x^2$ | |
| $x+7{,}5$ | |
| $x+5$ | |
| $x-3$ | |
| $f'(x)$ | |

$$f'(x) = \frac{(x+7{,}5)(x+5)(x-3)}{x^2}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-7{,}5$ | | $-5$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $\Vert$ | $+$ | | $+$ | |
| $x+7{,}5$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $\Vert$ | $+$ | | $+$ | |
| $x+5$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-3$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f'(x)$ | | | | | | | $\Vert$ | | | | |

$$f'(x) = \frac{(x+7{,}5)(x+5)(x-3)}{x^2}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-7{,}5$ | | $-5$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | ‖ | $+$ | | $+$ | |
| $x+7{,}5$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | ‖ | $+$ | | $+$ | |
| $x+5$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | | $+$ | |
| $x-3$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$$f\,'(x) = \frac{(x + 7{,}5)(x + 5)(x - 3)}{x^2}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-7{,}5$ | | $-5$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | \|\| | $+$ | | $+$ | |
| $x + 7{,}5$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | \|\| | $+$ | | $+$ | |
| $x + 5$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | \|\| | $+$ | | $+$ | |
| $x - 3$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f\,'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | \|\| | ↘ | | ↗ | |