# Exercice 3 :

1°) Un polynôme $ax^2 + bx + c$ peut avoir combien de racines réelles ?

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 - 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

3°) Soit l'équation (E) : $z^2 = b$

( b est un réel ).

Pour quelles valeurs de b (E) possède 2 solutions réelles ? 1 solution réelle ? 0 solution réelle ?

Résolvez dans $\mathbb{C}$ l'inéquation.

# Exercice 3 :

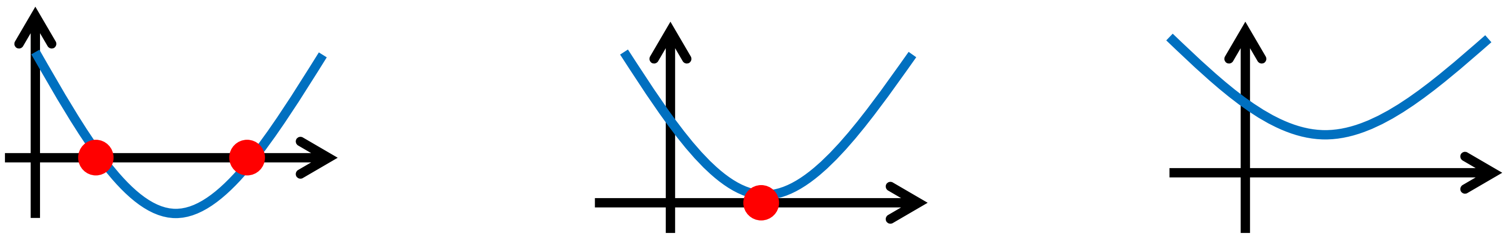
1°) Le polynôme $ax^2 + bx + c$ peut avoir combien de racines ?

Les valeurs numériques de ces racines sont des nombres de quel type ?

# Exercice 3 :

1°) Le polynôme $ax^2 + bx + c$ peut avoir combien de racines ?

polynôme degré 2 → sa courbe est une parabole



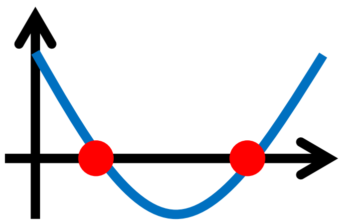
2 racines 1 racine 0 racine

Les valeurs numériques de ces racines sont des nombres de quel type ?

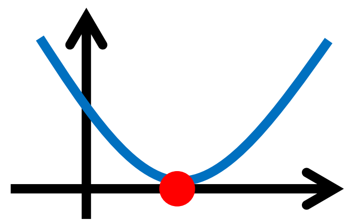
# Exercice 3 :

1°) Le polynôme $ax^2 + bx + c$ peut avoir combien de racines ?

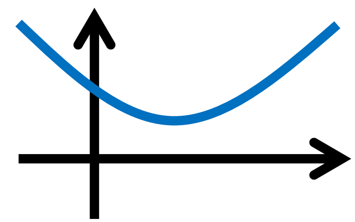
polynôme degré 2 ⇒ sa courbe est une parabole



2 racines



1 racine



0 racine

Les valeurs numériques de ces racines sont des nombres de quel type ?

Ces racines sont les abscisses des points de la courbe sur l'axe x ⇒ ces racines sont des réels

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.
Indiquez leur type de nombre.

$x^2 - 4 = 0 \Longleftrightarrow$ …

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.
Indiquez leur type de nombre.

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

Indiquez leur type de nombre.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -2$

deux racines réelles

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

Indiquez leur type de nombre.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -2$

deux racines réelles

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$

$\Rightarrow$ …

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

Indiquez leur type de nombre.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -2$

deux racines réelles

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.
Indiquez leur type de nombre.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -2$

deux racines réelles

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = ( \ \dots \ )^2$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

Indiquez leur type de nombre.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -2$

deux racines réelles

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = \ldots$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

Indiquez leur type de nombre.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -2$

deux racines réelles

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -2$

deux racines réelles

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans IR ) $\Longrightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

*Remarque* : n'écrivez pas $\sqrt{-1} = i$ pour ne pas contredire l'ensemble de définition $[\, 0 ; +\infty\, [$ de la fonction racine carrée précédemment étudiée dans IR.

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 - 4$ ; $x^2 + 1$ ; $x^2 + 9$ ; $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 = 2^2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$

*même dans IR il n'est pas nécessaire de l'utiliser* deux racines réelles

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans IR ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

*Remarque* : n'écrivez pas $\sqrt{-1} = i$ pour ne pas contredire l'ensemble de définition $[ 0 ; +\infty [$ de la fonction racine carrée précédemment étudiée dans IR.

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 1 = 0 \iff x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\implies$ pas de racines réelles

$\iff x^2 = -1 = i^2 \iff x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 9 = 0$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9$

$\Leftrightarrow$ …

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -9 = (\quad \ldots )^2$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -9 = (3i)^2 \Leftrightarrow$ …

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x + 1$ ; $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow x = i$ ou $x = -i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = -9 = (3i)^2 \Leftrightarrow x = 3i$ ou $x = -3i$

deux racines imaginaires pures

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 9 = 0 \iff x^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\implies$ pas de racines réelles

$\iff x^2 = -9 = (3i)^2 \iff x = 3i$ ou $x = -3i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 2x + 1 = 0 \iff$ … ?

Comment rassembler les deux x ?

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x – 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = - 9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ pas de racines réelles

$\Leftrightarrow x^2 = - 9 = (3i)^2 \Leftrightarrow x = 3i$ ou $x = - 3i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow ( x + 1 )^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = ( a + b )^2$

$\Leftrightarrow$ …

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 9 = 0 \Longleftrightarrow x^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ pas de racines réelles

$\Longleftrightarrow x^2 = -9 = (3i)^2 \Longleftrightarrow x = 3i$ ou $x = -3i$

deux racines imaginaires pures

$x^2 + 2x + 1 = 0 \Longleftrightarrow ( x + 1 )^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = ( a + b )^2$

$\Longleftrightarrow x + 1 = 0 \Longleftrightarrow x = -1$ une racine réelle

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 2x + 1 = 0 \iff (x + 1)^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$\iff x + 1 = 0 \iff x = -1$ une racine réelle

$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x + \ldots - \ldots - 3 = 0$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 2x + 1 = 0 \iff (x + 1)^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$\iff x + 1 = 0 \iff x = -1$ une racine réelle

$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x \underbrace{+ \ldots - \ldots}_{0} - 3 = 0$

pour pouvoir retomber sur $x^2 + 2x - 3$

et avoir l'identité remarquable $x^2 + 2x + \ldots$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 2x + 1 = 0 \iff ( x + 1 )^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = ( a + b )^2$

$\iff x + 1 = 0 \iff x = -1$ une racine réelle

$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x + \underbrace{1 - 1}_{0} - 3 = 0$

pour pouvoir retomber sur $x^2 + 2x - 3$

et avoir l'identité remarquable $x^2 + 2x + 1$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow ( x + 1 )^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = ( a + b )^2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ une racine réelle

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow$ …

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ une racine réelle

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \dots$

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 + 10x + 106$.

$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ une racine réelle

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4$

$\Leftrightarrow$ …

2°) Déterminez dans $\mathbb{C}$ les racines des polynômes suivants : $x^2 + 2x - 3$ ; $x^2 + 4x + 13$ ; $x^2 - 10x + 106$.

$x^2 + 2x + 1 = 0 \iff (x + 1)^2 = 0$

*identité remarquable* $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$\iff x + 1 = 0 \iff x = -1$ une racine réelle

$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$

$\iff (x + 1)^2 - 4 = 0 \iff (x + 1)^2 = 4 = 2^2$

$\iff x + 1 = 2$ ou $x + 1 = -2$

$\iff x = 1$ ou $x = -3$ deux racines réelles

$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$

$\iff (x + 1)^2 - 4 = 0 \iff (x + 1)^2 = 4 = 2^2$

$\iff x + 1 = 2$ ou $x + 1 = -2$

$\iff x = 1$ ou $x = -3$ deux racines réelles

$x^2 - 4x + 13 = 0 \iff x^2 - 2(2)x + \ldots - \ldots + 13 = 0$

$x^2 - 4x$ est le début de $( \ldots \quad )^2$

et il manque $x^2 - 4x + \ldots$

$x^2 + 10x$ est le début de $( \ldots \quad )^2$

et il manque $x^2 + 10x + \ldots$

$x^2 - x$ est le début de $( \ldots \quad )^2$

et il manque $x^2 - x + \ldots$

$x^2 - 4x$ est le début de $(x - 2)^2$

et il manque $x^2 - 4x + 2^2$

$x^2 + 10x$ est le début de $(x + 5)^2$

et il manque $x^2 + 10x + 5^2$

$x^2 - x$ est le début de $(x - 0{,}5)^2$

et il manque $x^2 - x + 0{,}5^2$

( que je devrais aussi enlever si je dois résoudre $x^2 - x + 1 = 0$

$\Rightarrow$ $x^2 - x + 0{,}5^2 - 0{,}5^2 + 1 = 0$ )

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4 = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 2 \quad \text{ou} \quad x + 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

deux racines réelles

$$x^2 - 4x + 13 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(2)x + \underbrace{2^2 - 4}_{0} + 13 = 0$$

pour pouvoir retomber sur $x^2 - 4x + 13$

et avoir l'identité remarquable $x^2 - 4x + 4$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Longleftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$$

$$\Longleftrightarrow (x + 1)^2 - 4 = 0 \Longleftrightarrow (x + 1)^2 = 4 = 2^2$$

$$\Longleftrightarrow x + 1 = 2 \quad \text{ou} \quad x + 1 = -2$$

$$\Longleftrightarrow x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$ deux racines réelles

$$x^2 - 4x + 13 = 0 \Longleftrightarrow x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \ldots$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$$

$$\iff (x + 1)^2 - 4 = 0 \iff (x + 1)^2 = 4 = 2^2$$

$$\iff x + 1 = 2 \quad \text{ou} \quad x + 1 = -2$$

$$\iff x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

deux racines réelles

$$x^2 - 4x + 13 = 0 \iff x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$$

$$\iff (x - 2)^2 + 9 = 0 \iff \ldots$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$$

$$\iff (x + 1)^2 - 4 = 0 \iff (x + 1)^2 = 4 = 2^2$$

$$\iff x + 1 = 2 \quad \text{ou} \quad x + 1 = -2$$

$$\iff x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

deux racines réelles

$$x^2 - 4x + 13 = 0 \iff x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$$

$$\iff (x - 2)^2 + 9 = 0 \iff (x - 2)^2 = -9$$

$$\iff \ldots$$

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4 = 2^2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 2$ ou $x + 1 = -2$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -3$ deux racines réelles

$x^2 - 4x + 13 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ aucune solution réelle

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 = ( \ldots \quad )^2$

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4 = 2^2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 2$ ou $x + 1 = -2$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -3$ deux racines réelles

$x^2 - 4x + 13 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ aucune solution réelle

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 = (3i)^2$

$\Leftrightarrow \dots$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \iff x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = 0$$

$$\iff (x + 1)^2 - 4 = 0 \iff (x + 1)^2 = 4 = 2^2$$

$$\iff x + 1 = 2 \quad \text{ou} \quad x + 1 = -2$$

$$\iff x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

deux racines réelles

$$x^2 - 4x + 13 = 0 \iff x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$$

$$\iff (x - 2)^2 + 9 = 0 \iff (x - 2)^2 = -9 < 0$$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ aucune solution réelle

$$\iff (x - 2)^2 = -9 = (3i)^2$$

$$\iff x - 2 = 3i \quad \text{ou} \quad x - 2 = -3i$$

$$\iff x = 2 + 3i \quad \text{ou} \quad x = 2 - 3i$$

deux racines complexes non réelles

$x^2 - 4x + 13 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ aucune solution réelle

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 = (3i)^2$

$\Leftrightarrow x - 2 = 3i$ ou $x - 2 = -3i$

$\Leftrightarrow x = 2 + 3i$ ou $x = 2 - 3i$

deux racines complexes non réelles

Complétez la question 1°.

$x^2 - 4x + 13 = 0 \Longleftrightarrow x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$

$\Longleftrightarrow (x - 2)^2 + 9 = 0 \Longleftrightarrow (x - 2)^2 = -9 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ aucune solution réelle

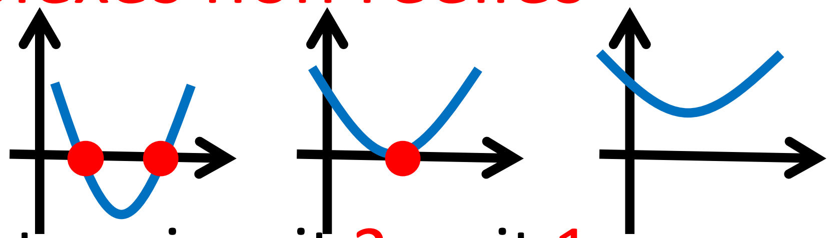
$\Longleftrightarrow (x - 2)^2 = -9 = (3i)^2$

$\Longleftrightarrow x - 2 = 3i$ ou $x - 2 = -3i$

$\Longleftrightarrow x = 2 + 3i$ ou $x = 2 - 3i$

deux racines complexes non réelles

Complétez la question 1°.



Un polynôme $ax^2 + bx + c$ peut avoir soit 2, soit 1, soit 0 racines réelles ( qui sont des abscisses de points ),

$x^2 - 4x + 13 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(2)x + 2^2 - 4 + 13 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 < 0$

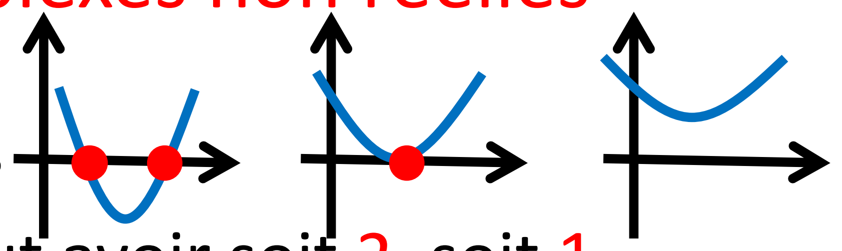
impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ aucune solution réelle

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = -9 = (3i)^2$

$\Leftrightarrow x - 2 = 3i$ ou $x - 2 = -3i$

$\Leftrightarrow x = 2 + 3i$ ou $x = 2 - 3i$

deux racines complexes non réelles



Complétez la question 1°.

Un polynôme $ax^2 + bx + c$ peut avoir soit 2, soit 1, soit 0 racines réelles ( qui sont des abscisses de points ), et dans ce cas 2 racines non réelles.

$$x^2 + 10x + 106 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; \ldots \qquad\qquad + 106 = 0$$

$x^2 + 10x + 106 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2(5)x + 5^2 - 5^2 + 106 = 0$

$\Leftrightarrow \ldots \qquad = -106 + 25$

$x^2 + 10x + 106 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2(5)x + 5^2 - 5^2 + 106 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 5)^2 = -106 + 25$

$$x^2 + 10x + 106 = 0$$

$$\Longleftrightarrow x^2 + 2(5)x + 5^2 - 5^2 + 106 = 0$$

$$\Longleftrightarrow (x + 5)^2 = -106 + 25 = -81 < 0$$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ aucune solution réelle

$$x^2 + 10x + 106 = 0$$

$$\Longleftrightarrow x^2 + 2(5)x + 5^2 - 5^2 + 106 = 0$$

$$\Longleftrightarrow (x + 5)^2 = -106 + 25 = -81 < 0$$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ aucune solution réelle

$$(x + 5)^2 = -106 + 25 = -81 = ( \ldots \quad )^2$$

$$x^2 + 10x + 106 = 0$$

$$\Longleftrightarrow x^2 + 2(5)x + 5^2 - 5^2 + 106 = 0$$

$$\Longleftrightarrow ( x + 5 )^2 = - 106 + 25 = - 81 < 0$$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Longrightarrow$ aucune solution réelle

$$( x + 5 )^2 = - 106 + 25 = - 81 = ( 9i )^2$$

$$\Longleftrightarrow x \ldots$$

$x^2 + 10x + 106 = 0$

$\Longleftrightarrow x^2 + 2(5)x + 5^2 - 5^2 + 106 = 0$

$\Longleftrightarrow (x + 5)^2 = -106 + 25 = -81 < 0$

impossible ( dans $\mathbb{R}$ ) $\Rightarrow$ aucune solution réelle

$(x + 5)^2 = -106 + 25 = -81 = (9i)^2$

$\Longleftrightarrow x + 5 = 9i$ ou $x + 5 = -9i$

$\Longleftrightarrow x = -5 + 9i$ ou $x = -5 - 9i$

deux solutions complexes non réelles

**Exercice 3 :**

3°) Complétez le tableau.

(E) : $z^2 = b$ ( b est un réel )

| b | $- \infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+ \infty$ |
|---|---|
| *$n^b$ de solutions de (E)* | |
| dans $\mathbb{R}$ | |
| dans $\mathbb{C}$ | |

3°) (E) : $z^2 = b$ ( b est un réel ).

(E) possède 2 solutions réelles

$\Leftrightarrow$ $z^2 = b > 0$ $\Leftrightarrow$ b est dans $] 0 ; +\infty [$

1 solution réelle

$\Leftrightarrow$ $z^2 = b = 0$ $\Leftrightarrow$ b est dans $\{ 0 \}$

0 solution réelle

$\Leftrightarrow$ $z^2 = b < 0$ $\Leftrightarrow$ b est dans $] -\infty ; 0 [$

3°) (E) : $z^2 = b$ ( b est un réel ).

Résolvez dans $\mathbb{C}$ l'inéquation.

(E) possède 0 solution réelle

$\Longleftrightarrow z^2 = b < 0 \Longleftrightarrow$ b est dans $]-\infty\,;0[$

$$z^2 = b = -1\,(-b)$$

$$b < 0 \Longrightarrow -b > 0 \Longrightarrow -b = (\sqrt{-b}\,)^2$$

$$\Longrightarrow z^2 = i^2\,(\sqrt{-b}\,)^2 = (i\sqrt{-b}\,)^2$$

$\Longrightarrow$ 2 solutions complexes

$i\sqrt{-b}$ et $-i\sqrt{-b}$

3°) (E) : $z^2 = b$    ( b est un réel ).

Résolvez dans $\mathbb{C}$ l'inéquation.

(E) possède 2 solutions réelles

$\Leftrightarrow$ $z^2 = b > 0$ $\Leftrightarrow$ b est dans $] 0 ; + \infty [$

2 solutions réelles $\sqrt{b}$ et $-\sqrt{b}$

1 solution réelle

$\Leftrightarrow$ $z^2 = b = 0$ $\Leftrightarrow$ b est dans $\{ 0 \}$

1 solution réelle $0$

0 solution réelle    $z^2 = b = -1(-b)$   avec $-b > 0$

$\Leftrightarrow$ $z^2 = b < 0$ $\Leftrightarrow$ b est dans $] - \infty ; 0 [$

0 solution réelle, 2 solutions complexes $i\sqrt{-b}$ et $-i\sqrt{-b}$

## Exercice 3 :

3°) Complétez le tableau.

(E) : $\mathbf{z^2 = b}$ ( b est un réel )

| b | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| *$n^b$ de solutions de (E)* | | | |
| dans $\mathbb{R}$ | 0 | 1 | 2 |
| dans $\mathbb{C}$ | 2 | 1 | 2 |

## Exercice 3 :

3°) Complétez le tableau.

(E) : $z^2 = b$ ( b est un réel )

| b | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| *$n^b$ de solutions de (E)* | | | |
| dans $\mathbb{R}$ | 0 | 1 | 2 *sol. réelles* |
| dans $\mathbb{C}$ | 2 *non réelles* | 1 *réelle* | 2 *réelles* |

**Exercice 3 :**

3°) Complétez le tableau.

(E) : $\mathbf{z^2 = b}$ ( b est un réel )

| b | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| *solutions de (E)* | | | |
| dans $\mathbb{R}$ | | 0 | $\sqrt{b}$ et $-\sqrt{b}$ |
| dans $\mathbb{C}$ | $i\sqrt{-b}$ et $-i\sqrt{-b}$ | 0 | $\sqrt{b}$ et $-\sqrt{b}$ |