3°) Moyenne arithmétique :

Soient trois termes successifs u_{n-1} ; u_n ; u_{n+1} d'une suite arithmétique.

Déterminez $$\frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}$$

3°) Moyenne arithmétique :

Soient trois termes successifs u_{n-1} ; u_n ; u_{n+1} d'une suite arithmétique.

$$\frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} = \frac{(\ u_n \ \dots \quad) + (\ u_n \ \dots \quad)}{2}$$

3°) Moyenne arithmétique :

Soient trois termes successifs u_{n-1} ; u_n ; u_{n+1} d'une suite arithmétique.

$$\frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} = \frac{(u_n - r) + (u_n + r)}{2} = \frac{u_n - r + u_n + r}{2} = \frac{2\,u_n}{2} = u_n$$

La moyenne arithmétique de deux nombres A et B est $\dfrac{A + B}{2}$

Une suite est arithmétique lorsque chaque terme u_n est …

3°) Moyenne arithmétique :

Soient trois termes successifs u_{n-1} ; u_n ; u_{n+1} d'une suite arithmétique.

$$\frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} = \frac{(u_n - r) + (u_n + r)}{2} = \frac{u_n - r + u_n + r}{2} = \frac{2\,u_n}{2} = u_n$$

La moyenne arithmétique de deux nombres A et B est $\dfrac{A + B}{2}$

Une suite est arithmétique lorsque chaque terme u_n est la moyenne arithmétique de ses deux termes voisins.

Exercice 7 :

Soient les termes $u_6 = 4/21$; $u_7 = 1/3$; $u_8 = 10/21$ d'une suite (u_n).

Démontrez par deux méthodes que ces termes peuvent être ceux d'une suite arithmétique.

Exercice 6 : $u_6 = 4/21$; $u_7 = 1/3$; $u_8 = 10/21$

Démontrez par deux méthodes que ces termes peuvent être ceux d'une suite arithmétique.

1ère méthode :

$$u_7 - u_6 = \frac{1}{3} - \frac{4}{21} = \frac{7}{21} - \frac{4}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$$u_8 - u_7 = \frac{10}{21} - \frac{1}{3} = \frac{10}{21} - \frac{7}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

Exercice 6 : $u_6 = 4/21$; $u_7 = 1/3$; $u_8 = 10/21$

suite arithmétique ? 1ère méthode :

$$u_7 - u_6 = \frac{1}{3} - \frac{4}{21} = \frac{7}{21} - \frac{4}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$$u_8 - u_7 = \frac{10}{21} - \frac{1}{3} = \frac{10}{21} - \frac{7}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$u_7 - u_6 = u_8 - u_7 = C^{te} = 1/7$ ⟹ suite arithmétique de raison 1/7 ? Il reste à démontrer que …

Exercice 6 : $u_6 = 4/21$; $u_7 = 1/3$; $u_8 = 10/21$

suite arithmétique ? 1ère méthode :

$$u_7 - u_6 = \frac{1}{3} - \frac{4}{21} = \frac{7}{21} - \frac{4}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$$u_8 - u_7 = \frac{10}{21} - \frac{1}{3} = \frac{10}{21} - \frac{7}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$u_7 - u_6 = u_8 - u_7 = C^{te} = 1/7$ ⇒ suite arithmétique de raison 1/7 ? Il reste à démontrer que $u_{n+1} - u_n = 1/7$

$u_6 = 4/21$; $u_7 = 1/3$; $u_8 = 10/21$ suite arithmétique ?

2ème méthode :

$$\frac{u_6 + u_8}{2} = \frac{\frac{4}{21} + \frac{10}{21}}{2} = \frac{\frac{14}{21}}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} = u_7$$

u_7 est la moyenne arithmétique de ses deux termes voisins

⟺ la suite peut être arithmétique.

4°) Somme des n premiers termes :

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n$

On veut une formule permettant de déterminer S sans devoir utiliser tous les termes de u_1 à u_n.

4°) Somme des n premiers termes :

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n$

On veut une formule permettant de déterminer S sans devoir utiliser tous les termes de u_1 à u_n.

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n = \dots$

4°) Somme des n premiers termes :

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n$

On veut une formule permettant de déterminer S sans devoir utiliser tous les termes de u_1 à u_n.

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n = u_1 + (u_1 + r) + (u_1 + 2r) + \ldots + (u_1 + (n-1)r)$

$= \ldots$

4°) Somme des n premiers termes :

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n$

On veut une formule permettant de déterminer S sans devoir utiliser tous les termes de u_1 à u_n.

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n = u_1 + (u_1 + r) + (u_1 + 2r) + \ldots + (u_1 + (n-1)r)$

$= n\, u_1 + (r + 2r + 3r + \ldots + (n-1)r) = \ldots$

4°) Somme des n premiers termes :

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n$

On veut une formule permettant de déterminer S sans devoir utiliser tous les termes de u_1 à u_n.

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n = u_1 + (u_1 + r) + (u_1 + 2r) + \ldots + (u_1 + (n-1)r)$

$= n\, u_1 + (r + 2r + 3r + \ldots + (n-1)r) = n\, u_1 + r (1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1))$

4°) Somme des n premiers termes :

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n$

On veut une formule permettant de déterminer S sans devoir utiliser tous les termes de u_1 à u_n.

$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1} + u_n = u_1 + (u_1 + r) + (u_1 + 2r) + \ldots + (u_1 + (n-1)r)$

$= n\, u_1 + (r + 2r + 3r + \ldots + (n-1)r) = n\, u_1 + r\, (1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1))$

On a donc besoin de la somme des entiers de 1 à (n-1) !

4°) Somme des n premiers termes :

Somme des entiers de 1 à n (formule à savoir, et démontrée par Pascal) :

$A = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n$

$A = \dots$

Donc

$\dots = \dots$

4°) Somme des n premiers termes :

Somme des entiers de 1 à n (formule à savoir, et démontrée par Pascal) :

$$A = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n$$

$$A = n + (n-1) + \ldots + 3 + 2 + 1$$

Donc

$$A + A = (1+n) + (2+(n-1)) + \ldots + ((n-1)+2) + (n+1)$$

4°) Somme des n premiers termes :

Somme des entiers de 1 à n (formule à savoir, et démontrée par Pascal) :

$$A = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n$$

$$A = n + (n-1) + \dots + 3 + 2 + 1$$

Donc

$$A + A = (1+n) + (2+(n-1)) + \dots + ((n-1)+2) + (n+1)$$

$$2A = \dots$$

4°) Somme des n premiers termes :

Somme des entiers de 1 à n (formule à savoir, et démontrée par Pascal) :

$$A = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n$$

$$A = n + (n-1) + \dots + 3 + 2 + 1$$

Donc

$$A + A = (1+n) + (2+(n-1)) + \dots + ((n-1)+2) + (n+1)$$

$$2A = (1+n) + (1+n) + (1+n) + \dots + (1+n) + (1+n)$$

$$2A = \dots (1+n)$$

4°) Somme des n premiers termes :

Somme des entiers de 1 à n (formule à savoir, et démontrée par Pascal) :

$A = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n$

$A = n + (n-1) + \ldots + 3 + 2 + 1$

Donc

$A + A = (1+n) + (2+(n-1)) + \ldots + ((n-1)+2) + (n+1)$

$2A = (1+n) + (1+n) + (1+n) + \ldots + (1+n) + (1+n)$

$2A = n\,(n + 1)$

$A = n\,(n + 1)\,/\,2$

$$\boxed{1 + 2 + \ldots + n = \frac{n\,(n + 1)}{2}}$$

4°) Somme des n premiers termes :

$$S = \ldots = n\,u_1 + r\,(\,1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)\,)$$

$$= n\,u_1 + r\,\frac{(n-1)\;(\,(n-1) + 1\,)}{2} = \ldots$$

4°) Somme des n premiers termes :

$$S = \dots = n\,u_1 + r\,(\,1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)\,)$$

$$= n\,u_1 + r\,\frac{(n-1)\;(\,(n-1) + 1\,)}{2} = n\,u_1 + r\,\frac{(\,n-1\,)\,n}{2}$$

$$= \;n\,\frac{\dots}{2}$$

4°) Somme des n premiers termes :

$S = \dots = n\,u_1 + r\,(\,1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)\,)$

$= n\,u_1 + r\,\dfrac{(n-1)\,(\,(n-1) + 1\,)}{2} = n\,u_1 + r\,\dfrac{(\,n-1\,)\,n}{2}$

$= n\,\dfrac{u_1 + u_1 + r\,(\,n-1\,)}{2} = n\,\dfrac{\dots}{2}$

4°) Somme des n premiers termes :

$$S = \ldots = n\, u_1 + r\,(1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1))$$

$$= n\, u_1 + r\, \frac{(n-1)\ ((n-1) + 1)}{2} = n\, u_1 + r\, \frac{(n - 1)\, n}{2}$$

$$= n\, \frac{u_1 + u_1 + r\,(n - 1)}{2} = n\, \frac{u_1 + u_n}{2}$$

A-t-elle été démontrée dans tous les cas ?

4°) Somme des n premiers termes :

$S = \ldots = n\,u_1 + r\,(\,1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)\,)$

$$= n\,u_1 + r\,\frac{(n-1)\,(\,(n-1)+1\,)}{2} = n\,u_1 + r\,\frac{(\,n-1\,)\,n}{2}$$

$$= n\,\frac{u_1 + u_1 + r\,(\,n-1\,)}{2} = n\,\frac{u_1 + u_n}{2}$$

A-t-elle été démontrée dans tous les cas ? Non, il manque le cas sur IN où $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{n-1}$ (même méthode que sur IN*)

4°) Somme des n premiers termes :

$$S = \ldots = n\,u_1 + r\,(\,1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)\,)$$

$$= n\,u_1 + r\,\frac{(n-1)\,(\,(n-1) + 1\,)}{2} = n\,u_1 + r\,\frac{(\,n-1\,)\,n}{2}$$

$$= \;n\,\frac{u_1 + u_1 + r\,(\,n-1\,)}{2} = n\,\frac{u_1 + u_n}{2}$$

sur IN : $n\,\dfrac{u_0 + u_{n-1}}{2}$

4°) Somme des n premiers termes :

$$S = \dots = n\,u_1 + r\,(\,1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)\,)$$

$$= n\,u_1 + r\,\frac{(n-1)\;(\,(n-1) + 1\,)}{2} = n\,u_1 + r\,\frac{(\,n-1\,)\,n}{2}$$

$$= \;n\,\frac{u_1 + u_1 + r\,(\,n-1\,)}{2} = n\,\frac{u_1 + u_n}{2}$$

sur IN : $n\,\dfrac{u_0 + u_{n-1}}{2}$

On adopte la formule : $\boxed{S = \; n^b \text{ de termes } \dfrac{1^{er}\text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}}$

$$S = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

(termes de la somme) pour une suite arithmétique !

Exercice 8 :

1°) La suite est définie par $u_n = 2 + 3n$ et est arithmétique.

Déterminez $S_1 = u_7 + u_8 + \ldots + u_{40}$

$S_2 = u_5 + u_6 + \ldots + u_{67}$

$S_3 = u_0 + u_1 + \ldots + u_{78}$

$S_4 = u_1 + u_2 + \ldots + u_{35}$

Exercice 7 :

1°) Déterminez $S_1 = \sum_{i=0}^{5} i$ $\quad S_2 = \sum_{i=-100}^{102} i$ $\quad S_3 = \sum_{i=-2}^{2} i^2$

2°) La suite est définie par **$u_n = 2 + 3n$** et est arithmétique.

Déterminez $S_4 = u_7 + u_8 + \ldots + u_{40}$ $\quad S_5 = u_5 + u_6 + \ldots + u_{67}$

$S_6 = u_0 + u_1 + \ldots + u_{78}$ $\quad S_7 = u_1 + u_2 + \ldots + u_{35}$

3°) Déterminez $S_8 = 1 + 2 + 3 + \ldots + 202$

$S_9 = 2 + 4 + 6 + \ldots + 202$

4°) Déterminez $S_{10} = \sum_{i=0}^{40} (2i + 3)$

1°) Déterminez $S_1 = \sum_{i=0}^{5} i \qquad S_2 = \sum_{i=-100}^{102} i \qquad S_3 = \sum_{i=-2}^{2} i^2$

$$S_1 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

1°) Déterminez $S_1 = \sum_{i=0}^{5} i$ $\quad S_2 = \sum_{i=-100}^{102} i$ $\quad S_3 = \sum_{i=-2}^{2} i^2$

$$S_1 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$S_1 = (-100) + (-99) + (-98) + \dots + (-2) + (-1) + 0$$
$$+ 1 + 2 + \dots + 98 + 99 + 100 + 101 + 102 = 203$$

1°) Déterminez $S_1 = \sum_{i=0}^{5} i$ $S_2 = \sum_{i=-100}^{102} i$ $S_3 = \sum_{i=-2}^{2} i^2$

$S_1 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$S_1 = (-100) + (-99) + (-98) + \ldots + (-2) + (-1) + 0$
$+ 1 + 2 + \ldots + 98 + 99 + 100 + 101 + 102 = 203$

$S_1 = (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 = 10$

$$S = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

La suite est définie par **$u_n = 2 + 3n$** et est arithmétique.

$S_4 = u_7 + u_8 + \ldots + u_{40} = \ldots ?$

n^b de termes $= (40 - 7) + 1 = 33 + 1 = 34$

1^{er} terme $= u_7 = 2 + 3(7) = 23$

dernier terme $= u_{40} = 2 + 3(40) = 122$

$S_4 = 34 (23 + 122) / 2 = 2465$

Même méthode pour les autres sommes.

$$S_4 = u_7 + u_8 + \dots + u_{40} = 34\,(\,u_7 + u_{40}\,)\,/\,2$$

$$= 34\,(\,23 + 122\,)\,/\,2 = 2465$$

$$S_5 = u_5 + u_6 + \dots + u_{67} = 63\,(\,u_5 + u_{67}\,)\,/\,2$$

$$= 63\,(\,17 + 203\,)\,/\,2 = 6930$$

$$S_4 = u_7 + u_8 + \ldots + u_{40} = 34\,(\,u_7 + u_{40}\,)\,/\,2$$
$$= 34\,(\,23 + 122\,)\,/\,2 = 2465$$
$$S_5 = u_5 + u_6 + \ldots + u_{67} = 63\,(\,u_5 + u_{67}\,)\,/\,2$$
$$= 63\,(\,17 + 203\,)\,/\,2 = 6930$$
$$S_6 = u_0 + u_1 + \ldots + u_{78} = 79\,(\,u_0 + u_{78}\,)\,/\,2$$
$$= 79\,(\,2 + 236\,)\,/\,2 = 9401$$

$$S_4 = u_7 + u_8 + \ldots + u_{40} = 34\,(\,u_7 + u_{40}\,)\,/\,2$$
$$= 34\,(\,23 + 122\,)\,/\,2 = 2465$$
$$S_5 = u_5 + u_6 + \ldots + u_{67} = 63\,(\,u_5 + u_{67}\,)\,/\,2$$
$$= 63\,(\,17 + 203\,)\,/\,2 = 6930$$
$$S_6 = u_0 + u_1 + \ldots + u_{78} = 79\,(\,u_0 + u_{78}\,)\,/\,2$$
$$= 79\,(\,2 + 236\,)\,/\,2 = 9401$$
$$S_7 = u_1 + u_2 + \ldots + u_{35} = 35\,(\,u_1 + u_{35}\,)\,/\,2$$
$$= 35\,(\,5 + 107\,)\,/\,2 = 1960$$

3°) Déterminez $S_8 = 1 + 2 + 3 + \ldots + 202$

$S_9 = 2 + 4 + 6 + \ldots + 202$

S_8 est une somme de termes d'une suite arithmétique de 1^er terme 1 et de raison 1

$$\Rightarrow S_8 = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er}\text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

suite arithm. $\Rightarrow u_n - u_1 = (n-1)\,r$

$\Leftrightarrow 202 - 1 = (n-1)\,1 \Leftrightarrow 201 = n - 1 \Leftrightarrow n = 202$

$$S_8 = 202\,\frac{1 + 202}{2} = \mathbf{20503}$$

3°) Déterminez $S_8 = 1 + 2 + 3 + \ldots + 202$

$S_9 = 2 + 4 + 6 + \ldots + 202$

S_9 est une somme de termes d'une suite arithmétique de 1er terme 2 et de raison 2

$$\Rightarrow S_9 = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

suite arithm. $\Rightarrow u_n - u_1 = (n-1)\,r \Leftrightarrow 202 - 2 = (n-1)\,2$

$\Leftrightarrow 200 = 2n - 2 \Leftrightarrow 2n = 202 \Leftrightarrow n = 101$

$$S_9 = 101\,\frac{2 + 202}{2} = \mathbf{10302}$$

4°) Déterminez $$S_{10} = \sum_{i=0}^{40} (2i + 3)$$

4°) Déterminez $S_{10} = \sum_{i=0}^{40} (2i + 3)$

$S_{10} = (2\times0 + 3) + (2\times1 + 3) + ... + (2\times40 + 3)$

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 3$

$S_{10} = u_0 + u_1 + ... + u_{40}$

$S_{10} = (2\times0 + 3) + (2\times1 + 3) + \dots + (2\times40 + 3)$

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 3$

$S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{40}$

$2n + 3$ est une expression …

$\Rightarrow$ (u_n) est …

$S_{10} = (2\times0 + 3) + (2\times1 + 3) + \dots + (2\times40 + 3)$

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 3$

$S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{40}$

$2n + 3$ est une expression affine de coeff. directeur 2

⇒ (u_n) est une suite arithmétique

de 1er terme $2\times0 + 3 = 3$ et de raison 2

S_{10} est une somme de termes d'une suite arithmétique

$$\Rightarrow S_{10} = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

$= \dots$

$S_{10} = (2\times0 + 3) + (2\times1 + 3) + \dots + (2\times40 + 3)$

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 3$

$S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{40}$

$2n + 3$ est une expression affine de coeff. directeur 2

⇒ (u_n) est une suite arithmétique

de 1er terme $2\times0 + 3 = 3$ et de raison 2

S_{10} est une somme de termes d'une suite arithmétique

$$\Rightarrow S_{10} = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

$$= 41\ \frac{(2\times0 + 3) + (2\times40 + 3)}{2} = 41\ \frac{3 + 83}{2} = \mathbf{1763}$$

Exercice 8 :

Déterminez la somme des 1000 premiers nombres impairs.

Exercice 8 :

Déterminez la somme S des 1000 premiers nombres impairs.

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (\ ?\ ) = \ ?$

Soit la suite (u_n) définie sur IN* par $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1000}$

Exercice 8 :

Déterminez la somme S des 1000 premiers nombres impairs.

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (?) = ?$

Soit la suite (u_n) définie sur IN* par $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1000}$

Il y a toujours un écart de 2 entre tous les nombres impairs voisins, donc la suite est arithmétique,

donc $u_{1000} - u_1 = \dots$

Exercice 8 :

Déterminez la somme S des 1000 premiers nombres impairs.

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (\,?\,) = \,?$

Soit la suite (u_n) définie sur IN* par $S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{1000}$

Il y a toujours un écart de 2 entre tous les nombres impairs voisins, donc la suite est arithmétique,

donc $u_{1000} - u_1 = (1000 - 1)\, r$ donc $u_{1000} = \ldots$

Exercice 8 :

Déterminez la somme S des 1000 premiers nombres impairs.

S = 1 + 3 + 5 + 7 + … + (?) = ?

Soit la suite (u_n) définie sur IN* par $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1000}$

Il y a toujours un écart de 2 entre tous les nombres impairs voisins, donc la suite est arithmétique,

donc $u_{1000} - u_1 = (1000 - 1)\, r$ donc $u_{1000} = u_1 + 999\, r = 1 + 999(2) = 1999$

$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1000} = \dots$

Exercice 8 :

Déterminez la somme S des 1000 premiers nombres impairs.

S = 1 + 3 + 5 + 7 + … + (?) = ?

Soit la suite (u_n) définie sur IN* par $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1000}$

Il y a toujours un écart de 2 entre tous les nombres impairs voisins, donc la suite est arithmétique,

donc $u_{1000} - u_1 = (1000 - 1)\, r$ donc $u_{1000} = u_1 + 999\, r = 1 + 999(2) = 1999$

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1000} = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2} = \dots$$

car la suite est arithmétique

Déterminez la somme S des 1000 premiers nombres impairs.

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (\ ?\ ) = \ ?$

Soit la suite (u_n) définie sur IN* par $S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{1000}$

Il y a toujours un écart de 2 entre tous les nombres impairs voisins, donc la suite est arithmétique,

donc $u_{1000} - u_1 = (1000 - 1)\ r$ donc $u_{1000} = u_1 + 999\ r = 1 + 999(2) = 1999$

$$S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{1000} = n^b \text{ de termes } \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

car la suite est arithmétique

$$S = 1000\ \frac{u_1 + u_{1000}}{2} = 1000\ \frac{1 + 1999}{2} = \mathbf{1\ 000\ 000}$$

Exercice 9 :

Une entreprise de peinture fait payer 12000 € le premier étage d'un gratte-ciel.

A chaque étage supérieur, il faut ajouter 100 €.

1°) Quelle va être la facture pour le gratte-ciel de 48 étages ?

2°) Le client calcule le prix moyen par étage. Quel est l'étage dont le prix en est le plus proche ?

Une entreprise de peinture fait payer 12000 € le premier étage d'un gratte-ciel. A chaque étage supérieur, il faut ajouter 100 €.

1°) Quelle va être la facture pour le gratte-ciel de 48 étages ?

Soit la suite (u_n) définie par u_n = prix du $n^{\text{ième}}$ étage, et $u_1 = 12000$ €

$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{48}$

$u_{n+1} = u_n + 100$ donc la suite est arithmétique de raison 100,

$$\text{donc} \quad S = n^b \text{ de termes} \; \frac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier}}{2} = 48 \, \frac{u_1 + u_{48}}{2}$$

Une entreprise de peinture fait payer 12000 € le premier étage d'un gratte-ciel. A chaque étage supérieur, il faut ajouter 100 €.

1°) Quelle va être la facture pour le gratte-ciel de 48 étages ?

Soit la suite (u_n) définie par u_n = prix du $n^{ième}$ étage, et $u_1 = 12000$ €

$S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{48}$

$u_{n+1} = u_n + 100$ donc la suite est arithmétique de raison 100,

donc $S = n^b \text{ de termes } \dfrac{1^{er} \text{ terme} + \text{dernier}}{2} = 48 \dfrac{u_1 + u_{48}}{2}$

La suite est arithmétique, donc $u_n - u_m = (n - m) r$

donc $u_{48} = u_1 + (48 - 1) r = 12000 + 47(100) = 16700$

$S = 48 \dfrac{12000 + 16700}{2} =$ **688800 €**

2°) Le client calcule le prix moyen par étage. Quel est l'étage dont le prix en est le plus proche ?

prix total S = 688800 $\Rightarrow$ $$M = \frac{688800\text{ €}}{48\text{ étages}} = 14350\text{ €/étage}$$

2°) Le client calcule le prix moyen par étage. Quel est l'étage dont le prix en est le plus proche ?

prix total $S = 688800$ ⟹ $M = \dfrac{688800 \text{ €}}{48 \text{ étages}} = 14350$ €/étage

La suite est arithmétique, donc $u_n - u_m = (n - m)\,r$

$u_n - u_1 = (n - 1)\,r \Leftrightarrow 14350 - 12000 \approx (n - 1)\,100$

$$\Leftrightarrow \frac{14350 - 12000}{100} \approx n - 1 \Leftrightarrow n \approx \frac{2350}{100} + 1 = 24{,}5$$

Réponse : les étages 24 et 25 ont leur prix le plus proche.

prix total $S = 688800$ $\Rightarrow$ $$M = \frac{688800\ €}{48 \text{ étages}} = 14350\ €/\text{étage}$$

La suite est arithmétique, donc $u_n - u_m = (n - m)\, r$

$u_n - u_1 = (n - 1)\, r \Leftrightarrow 14350 - 12000 \approx (n - 1)\, 100$

$$\Leftrightarrow \frac{14350 - 12000}{100} \approx n - 1 \Leftrightarrow n \approx \frac{2350}{100} + 1 = 24{,}5$$

Réponse : les étages 24 et 25 ont leur prix le plus proche.

Remarque : 24,5 est … de 48

prix total $\quad S = 688800 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{M} = \dfrac{\mathbf{688800\ €}}{\mathbf{48\ étages}} = \mathbf{14350\ €/étage}$

La suite est arithmétique, donc $u_n - u_m = (n - m)\,r$

$u_n - u_1 = (n-1)\,r \iff 14350 - 12000 \approx (n-1)\,100$

$$\iff \frac{14350 - 12000}{100} \approx n - 1 \iff n \approx \frac{2350}{100} + 1 = 24{,}5$$

Réponse : les étages 24 et 25 ont leur prix le plus proche.

Remarque : 24,5 est la moyenne de 1 et 48 !

$14350 = f(24{,}5) \iff$ ....

$$\text{prix total} \quad S = 688800 \Rightarrow M = \frac{688800\ €}{48\ \text{étages}} = 14350\ €/\text{étage}$$

La suite est arithmétique, donc $u_n - u_m = (n - m) r$

$$u_n - u_1 = (n - 1) r \Leftrightarrow 14350 - 12000 \approx (n - 1)\, 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{14350 - 12000}{100} \approx n - 1 \Leftrightarrow n \approx \frac{2350}{100} + 1 = 24{,}5$$

Réponse : les étages 24 et 25 ont leur prix le plus proche.

Remarque : 24,5 est la moyenne de 1 et 48 !

$14350 = f(24{,}5) \Leftrightarrow (f(x))_{moyen} = f(x_{moyen})$ seulement si f est …

prix total $S = 688800$ ⟹ $M = \dfrac{688800 \text{ €}}{48 \text{ étages}} = 14350$ €/étage

La suite est arithmétique, donc $u_n - u_m = (n - m)\, r$

$u_n - u_1 = (n - 1)\, r \iff 14350 - 12000 \approx (n - 1)\, 100$

$\iff \dfrac{14350 - 12000}{100} \approx n - 1 \iff n \approx \dfrac{2350}{100} + 1 = 24{,}5$

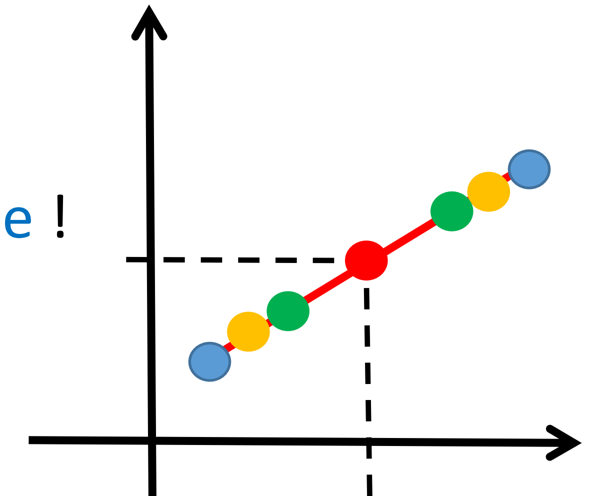
Réponse : les étages 24 et 25 ont leur prix le plus proche.

Remarque : 24,5 est la moyenne de 1 et 48 !

$14350 = f(24{,}5) \iff (f(x))_{moyen} = f(x_{moyen})$ seulement si f est affine !

(tous les couplets ont la même moyenne)

ou si la courbe est …



$$\text{prix total} \quad S = 688800 \Rightarrow M = \frac{688800\ €}{48 \text{ étages}} = 14350\ €/\text{étage}$$

La suite est arithmétique, donc $u_n - u_m = (n - m)\,r$

$$u_n - u_1 = (n-1)\,r \iff 14350 - 12000 \approx (n-1)\,100$$

$$\iff \frac{14350 - 12000}{100} \approx n - 1 \iff n \approx \frac{2350}{100} + 1 = 24{,}5$$

Réponse : les étages 24 et 25 ont leur prix le plus proche.

Remarque : 24,5 est la moyenne de 1 et 48 !

$14350 = f(24{,}5) \iff (f(x))_{moyen} = f(x_{moyen})$ seulement si f est affine !

(tous les couplets ont la même moyenne)

ou si la courbe est symétrique par rapport au pt d'abscisse x_{moyen}