Exercice 7 :

Le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) est orthonormé.

1°) f est une fonction périodique de période 3. Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

2°) La courbe de la fonction g est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $2\vec{i}$

Démontrez que les tangentes à la courbe de f et g respectivement aux points

d'abscisses 3 et 5 sont parallèles.

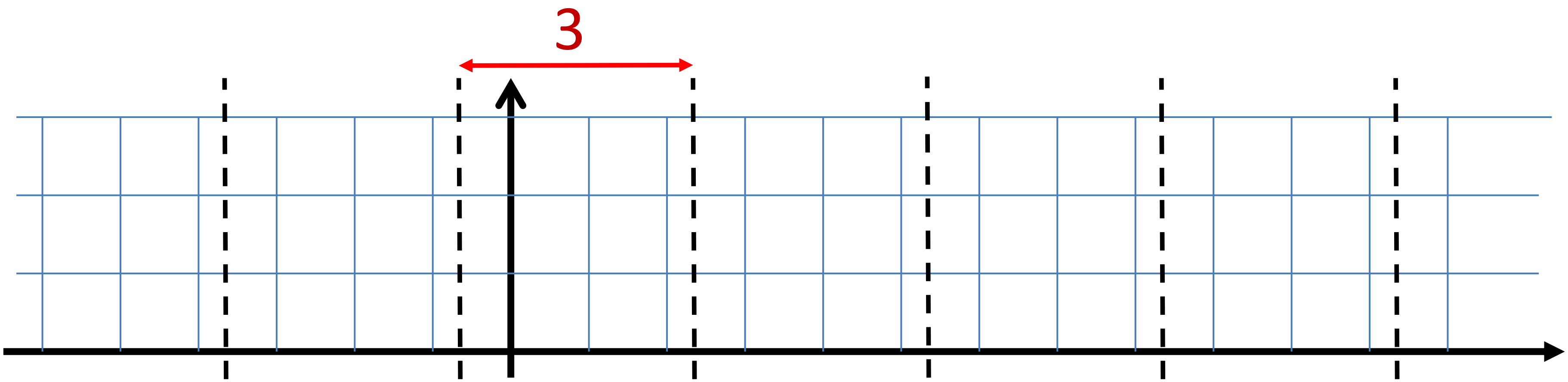
3°) La courbe de la fonction h est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $4\vec{j}$

Démontrez que les tangentes à la courbe de f et h aux points d'abscisse 5 sont parallèles.

1°) f est une fonction périodique de période 3.
Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

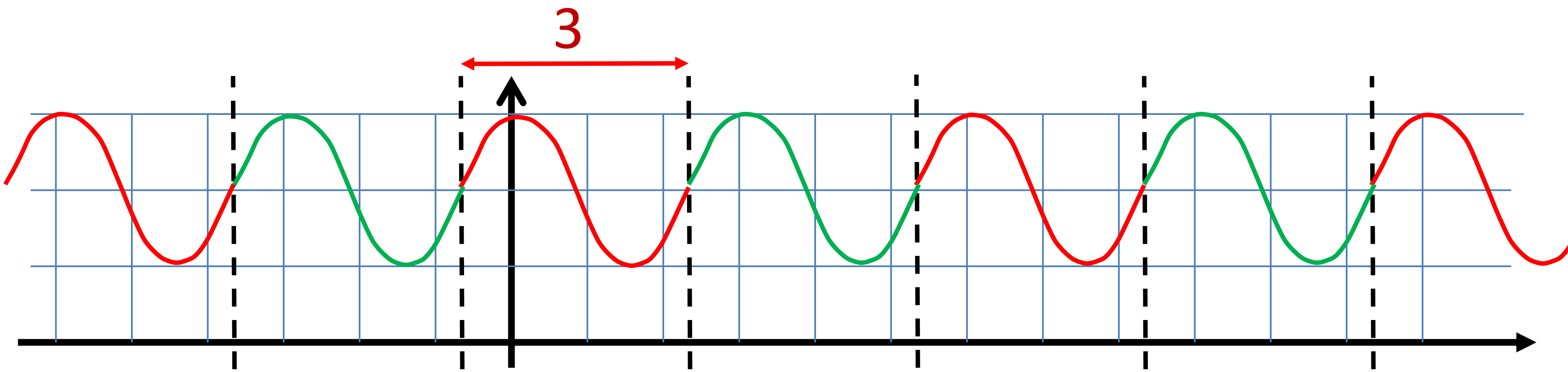
Exemple de fonction périodique : … ?



1°) f est une fonction périodique de période 3.
Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

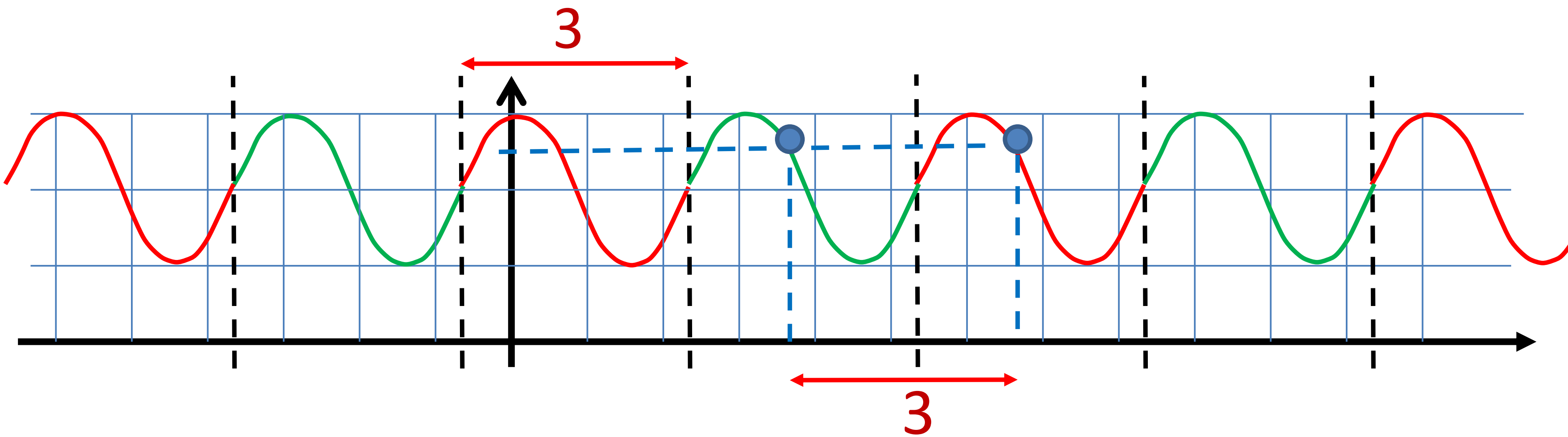
Exemple de fonction périodique : fct trigo



1°) f est une fonction périodique de période 3.
Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

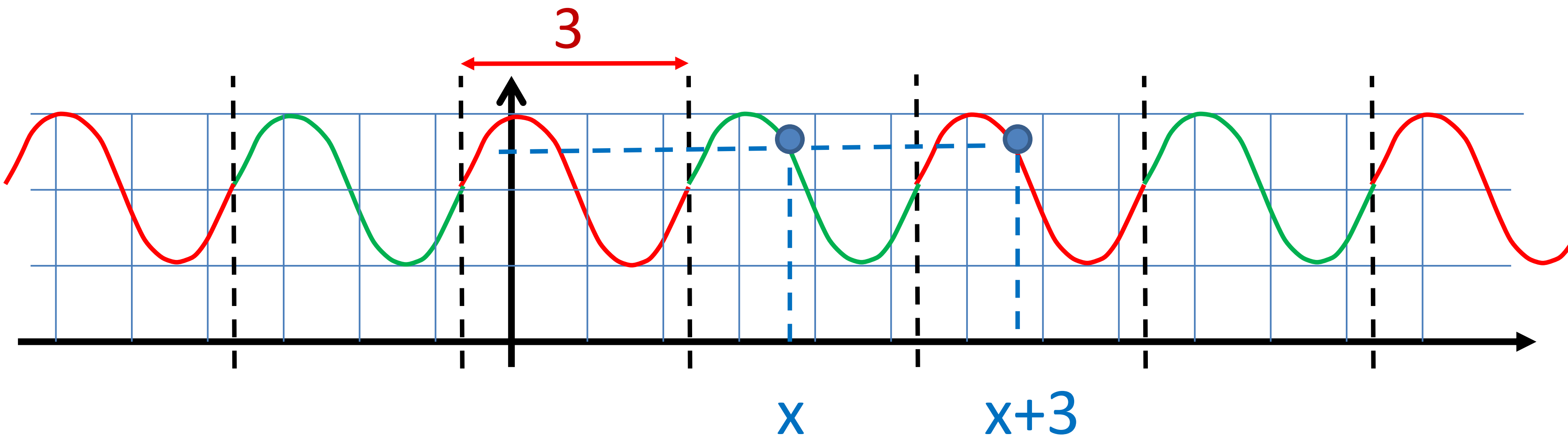
f de période 3 ⟺ f(…) = …   pour tous les x de IR



1°) f est une fonction périodique de période 3.
Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

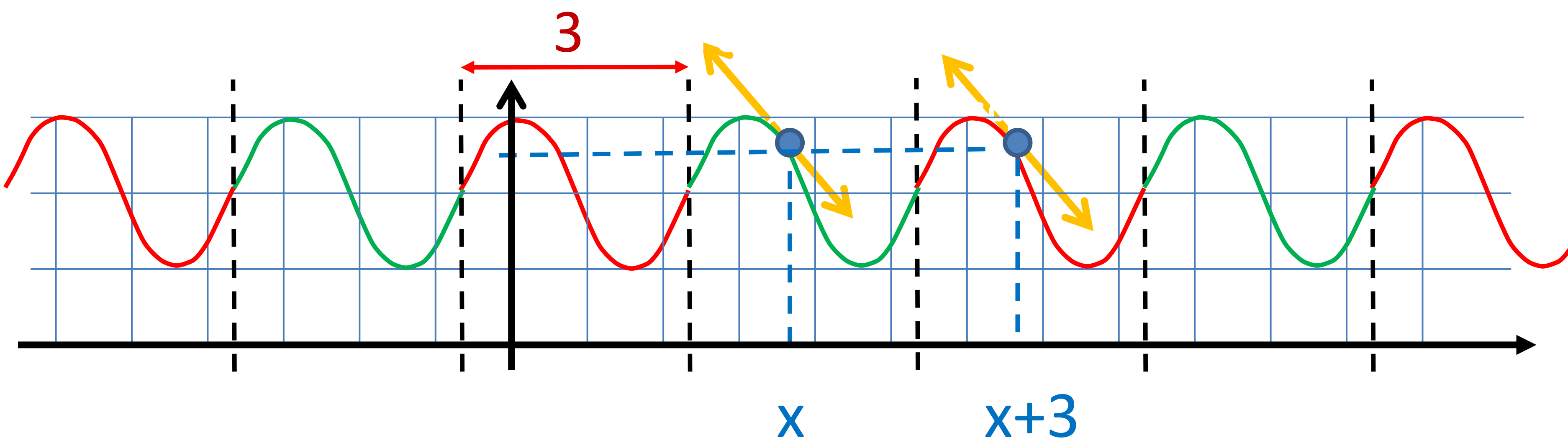
f de période 3 $\Leftrightarrow$ f(x + 3) = f(x) pour tous les x de $\mathbb{R}$



1°) f est une fonction périodique de période 3.
Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

f de période 3 $\Longleftrightarrow$ f(x + 3) = f(x) pour tous les x de IR



Il est évident que la périodicité entraine le parallélisme des tangentes en x et x+3 mais il faut le démontrer, justement avec les outils de ce chapitre.

1°) f est une fonction périodique de période 3. Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

f de période 3 $\Longleftrightarrow$ $f(x + 3) = f(x)$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

tangentes parallèles

$\Longleftrightarrow$ elles ont …

1°) f est une fonction périodique de période 3. Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

f de période 3 $\Longleftrightarrow$ $f(x + 3) = f(x)$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

tangentes parallèles

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coefficients directeurs

$\Longleftrightarrow$ …

1°) f est une fonction périodique de période 3. Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d’abscisses 1 et 4 sont parallèles.

f de période 3 $\Longleftrightarrow$ f(x + 3) = f(x) pour tous les x de IR

tangentes parallèles

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coefficients directeurs

$\Longleftrightarrow$ $f'(1) = f'(4)$

$(f(x + 3))' = \ldots$

1°) f est une fonction périodique de période 3. Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

f de période 3 $\Longleftrightarrow$ $f(x + 3) = f(x)$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

tangentes parallèles

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coefficients directeurs

$\Longleftrightarrow$ $f'(1) = f'(4)$

$(\ f(x + 3)\ )' = (\ f(x)\ )'$ puisque $f(x + 3) = f(x)$

1°) f est une fonction périodique de période 3.
Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

f de période 3 $\Longleftrightarrow$ $f(x + 3) = f(x)$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

tangentes parallèles

$\Longleftrightarrow$ elles ont mêmes coefficients directeurs

$\Longleftrightarrow$ $f'(1) = f'(4)$

$(\ f(x + 3)\ )' = (\ f(x)\ )'$ $\Longleftrightarrow$ $(\ f(\ u\ )\ )' = f'(x)$ *avec* $u = x + 3$

$\Longleftrightarrow$ …

1°) f est une fonction périodique de période 3. Démontrez que les tangentes à la courbe

de f aux points d'abscisses 1 et 4 sont parallèles.

f de période 3 $\Leftrightarrow$ f(x + 3) = f(x) pour tous les x de IR

tangentes parallèles

$\Leftrightarrow$ elles ont mêmes coefficients directeurs

$\Leftrightarrow$ $f'(1) = f'(4)$

$(f(x+3))' = (f(x))' \Leftrightarrow (f(u))' = f'(x)$ *avec* $u = x + 3$

$\Leftrightarrow f'(u) \times u' = f'(x) \Leftrightarrow f'(x+3) \times (x+3)' = f'(x)$

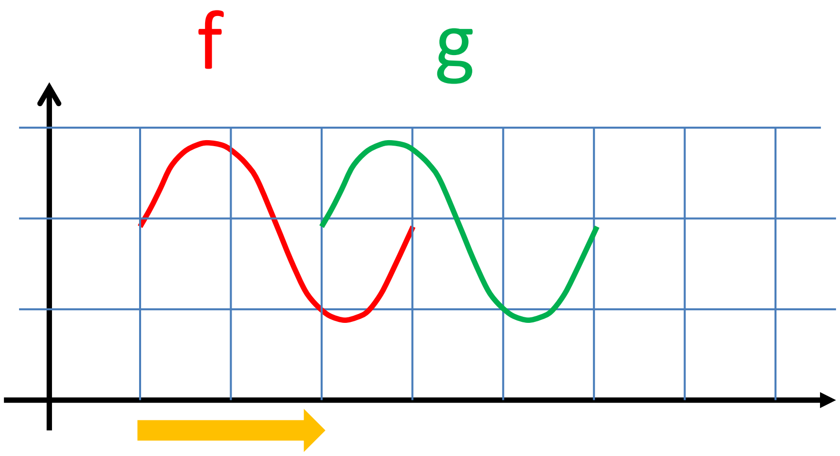
$\Leftrightarrow f'(x+3) \times 1 = f'(x)$ *vrai pour tous les réels*

$\Rightarrow$ *vrai pour* $x = 1$ $\quad f'(1+3) \times 1 = f'(1)$

$f'(4) = f'(1)$

2°) La courbe de la fonction g est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $2\,\vec{i}$

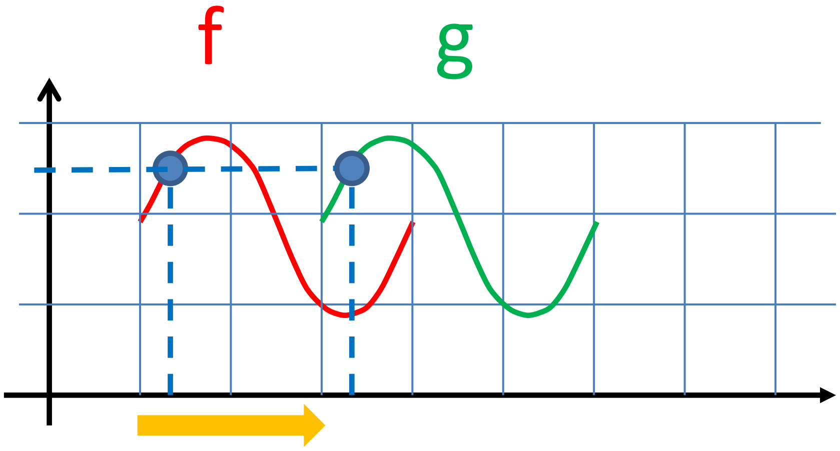
Démontrez que les tangentes à la courbe de f et g respectivement aux points d'abscisses 3 et 5 sont parallèles.



translation de vecteur $2\,\vec{i}$

2°) La courbe de la fonction g est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $2\,\vec{i}$

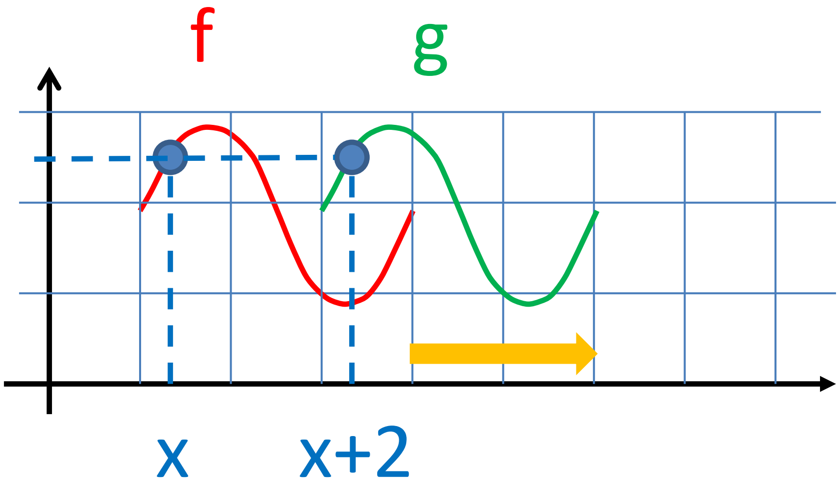
Démontrez que les tangentes à la courbe de f et g respectivement aux points d'abscisses 3 et 5 sont parallèles.



2°) La courbe de la fonction g est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $2\vec{i}$

Démontrez que les tangentes à la courbe de f et g respectivement aux points d'abscisses 3 et 5 sont parallèles.

$g(x + 2) = f(x)$ pour tous les x de $\mathbb{R}$



$(\ g(x + 2)\ )' = (\ f(x)\ )'$

$\Leftrightarrow (\ g(\ u\ )\ )' = f\ '(x)$

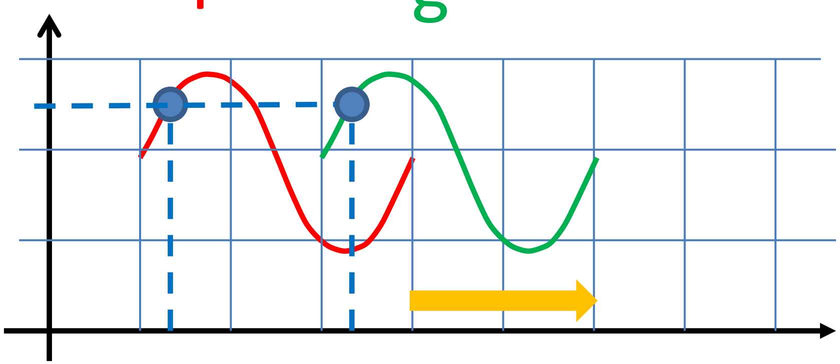
avec $u = x + 2$

$\Leftrightarrow$ ...

2°) La courbe de la fonction g est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $2\,\vec{i}$

Démontrez que les tangentes à la courbe de f et g respectivement aux points d'abscisses 3 et 5 sont parallèles.

$g(x + 2) = f(x)$ pour tous les x de $\mathbb{R}$



$(\, g(x + 2)\,)' = (\, f(x)\,)'$

$\Leftrightarrow$ $(\, g(\,u\,)\,)' = f\,'(x)$

avec $u = x + 2$

$\Leftrightarrow$ $g\,'(u) \times u' = f\,'(x)$ $\Leftrightarrow$ $g\,'(x + 2) \times (x + 2)' = f\,'(x)$

$\Leftrightarrow$ $g\,'(x + 2) \times 1 = f\,'(x)$ *vrai pour tous les réels*

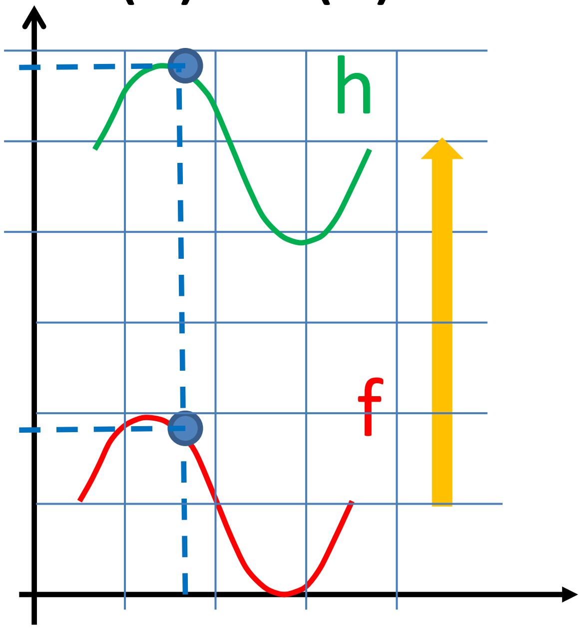
$\Rightarrow$ *vrai pour x = 3* $g\,'(3 + 2) \times 1 = f\,'(3)$

$g\,'(5) = f\,'(3)$

3°) La courbe de la fonction h est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $4\,\vec{j}$

Démontrez que les tangentes à la courbe de f et h aux points d'abscisse 5 sont parallèles.

$h(x) = f(x) + 4$ pour tous les x de IR



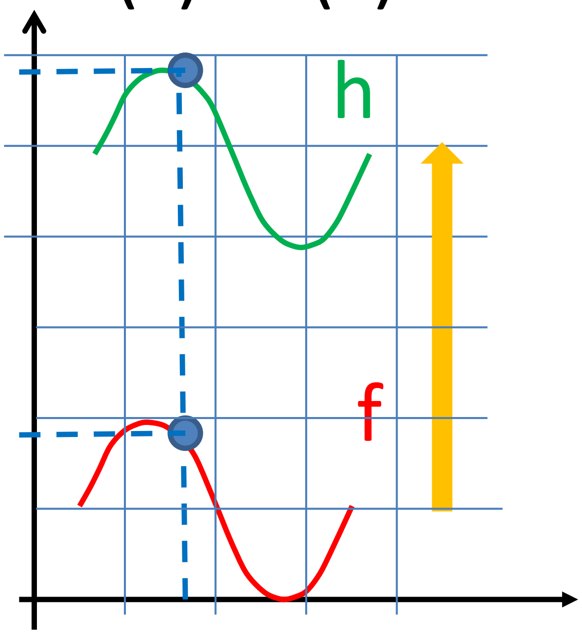
$(f(x) + 4)' = (h(x))'$

$\Longleftrightarrow$ …

3°) La courbe de la fonction h est la courbe de la fonction f translatée de vecteur $4\,\vec{j}$

Démontrez que les tangentes à la courbe de f et h aux points d'abscisse 5 sont parallèles.

$h(x) = f(x) + 4$ pour tous les x de IR



$(\ f(x) + 4\ )' = (\ h(x)\ )'$

$\Leftrightarrow\quad f'(x) + 0 = h'(x)$

vrai pour tous les réels

$\Rightarrow$ *vrai pour x = 5*

$f'(5) + 0 = h'(5)$

$f'(5) = h'(5)$