Exercice 2

x est le nombre de pièces fabriquées par une usine,

$C = x^2 + 30x + 400$ est le coût pour les fabriquer.

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Exercice 2

x est le nombre de pièces fabriquées par une usine,

$C = x^2 + 30x + 400$ est le coût pour les fabriquer.

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

Le coût unitaire moyen minimum va être trouvé dans ...

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

Le coût unitaire moyen minimum va être trouvé dans le tableau de variation,

qui sera obtenu par ...

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

Le coût unitaire moyen minimum va être trouvé dans le tableau de variation,

qui sera obtenu par le théorème de la monotonie.

$f'(x) = \ldots$ *Manque-t-il une étape préalable ?*

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Soit f(x) le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

Le coût unitaire moyen minimum va être trouvé dans le tableau de variation,

qui sera obtenu par le théorème de la monotonie.

f '(x) = … *Manque-t-il une étape préalable ?*

On ne peut dériver que des fct. f est-elle une fct ?

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

f est une fonction

car ...

$f'(x) = \ldots$

Déterminez combien de pièces elle doit fabriquer pour obtenir un coût unitaire moyen minimum.

Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

f est une fonction

car chaque antécédent de $] 0 ; + \infty [$ est associé à une unique image f(x).

$f\,'(x) = \ldots$

Soit f(x) le coût unitaire moyen.

$$f(x) = \frac{C}{x} = \frac{x^2 + 30x + 400}{x} = x + 30 + \frac{400}{x}$$

f est une fonction car chaque antécédent de] 0 ; + ∞ [est associé à une unique image f(x).

$$f'(x) = (1x + 30)' + 400\left(\frac{1}{x}\right)' = 1 + 400\,\frac{-1}{x^2}$$

$$= \frac{x^2}{x^2} - \frac{400}{x^2} = \frac{x^2 - 400}{x^2} = \frac{(x - 20)(x + 20)}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x - 20)(x + 20)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

$$f'(x) = \frac{(x - 20)(x + 20)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	
x^2	
$x - 20$	
$x + 20$	
$f'(x)$	
$f(x)$	

$$f'(x) = \frac{(x-20)(x+20)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	0		20		$+\infty$
x^2	‖	+		+	
$x-20$	‖	−	0	+	
$x+20$	‖	+		+	
$f'(x)$	‖				
$f(x)$	‖				

$$f'(x) = \frac{(x - 20)(x + 20)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	0		20		$+\infty$
x^2	‖	$+$		$+$	
$x - 20$	‖	$-$	0	$+$	
$x + 20$	‖	$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖				

$$f'(x) = \frac{(x-20)(x+20)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	0		20		$+\infty$
x^2	‖	$+$		$+$	
$x-20$	‖	$-$	0	$+$	
$x+20$	‖	$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘		↗	

$$f'(x) = \frac{(x-20)(x+20)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	0		20		$+\infty$
x^2	||	$+$		$+$	
$x-20$	||	$-$	0	$+$	
$x+20$	||	$+$		$+$	
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	||	↘		↗	

Le coût unitaire est minimal pour 20 pièces produites.

Exercice 3

On veut fabriquer des boites rectangulaires

de 450 cm^3

de dimensions $a \times b \times 2$ (dimensions en cm)

f(x) est l'aire de l'enveloppe et $x = a$

1°) Exprimez b en fonction de a.

2°) Démontrez que $f(x) = 4x + 450 + \dfrac{900}{x}$

3°) Déterminez les dimensions a et b nécessitant le minimum de matière.

On veut fabriquer des boites rectangulaires

de 450 cm^3 de dimensions $a \times b \times 2$

1°) Exprimez b en fonction de a.

On veut fabriquer des boites rectangulaires

de 450 cm^3 de dimensions $a \times b \times 2$

1°) Exprimez b en fonction de a.

$$V = 450 = a \times b \times 2 \Rightarrow b = \frac{450}{2a} = \frac{225}{a}$$

On veut fabriquer des boites rectangulaires de 450 cm^3 de dimensions $a \times b \times 2$

1°) Exprimez b en fonction de a.

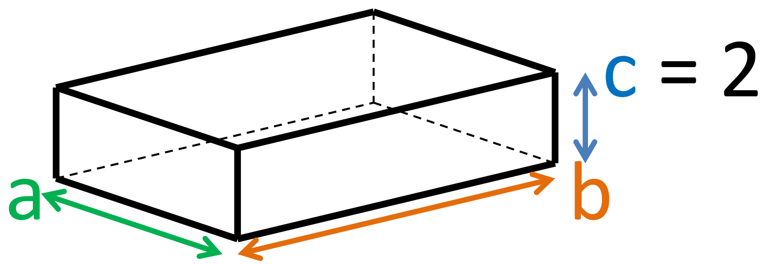
$$V = 450 = a \times b \times 2 \Rightarrow b = \frac{450}{2a} = \frac{225}{a}$$

2°) Démontrez que $f(x) = 4x + 450 + \dfrac{900}{x}$

1°) Exprimez b en fonction de a.

$$V = 450 = a \times b \times 2 \Rightarrow b = \frac{450}{2a} = \frac{225}{a}$$

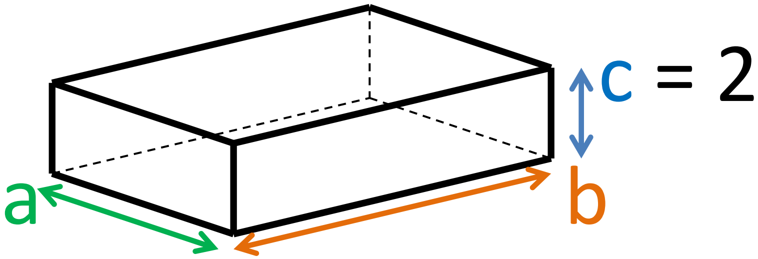
2°) Démontrez que $f(x) = 4x + 450 + \dfrac{900}{x}$



enveloppe = $f(x)$ $\quad x = a$

$$f(x) = 2\,(ab + bc + ca)$$

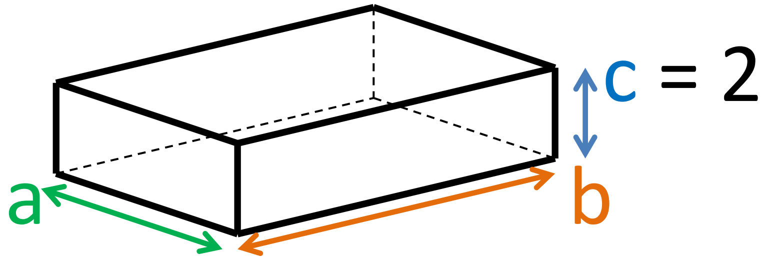
2°) Démontrez que $f(x) = 4x + 450 + \dfrac{900}{x}$



enveloppe = f(x) $x = a$

$$f(x) = 2\,(ab + bc + ca) = 2\left(x\,\frac{225}{x} + \frac{225}{x}\,2 + 2x\right)$$

2°) Démontrez que $f(x) = 4x + 450 + \dfrac{900}{x}$



enveloppe = f(x) x = a

$$f(x) = 2\,(\,ab + bc + ca\,) = 2\,(\,x\,\frac{225}{x} + \frac{225}{x}\,2 + 2x\,)$$

$$= 450 + \frac{900}{x} + 4x$$

$$f(x) = 4x + 450 + \frac{900}{x}$$

3°) Déterminez les dimensions a et b nécessitant le minimum de matière.

minimum de matière = $f(x)_{mini}$

trouvé dans le *tableau de variation*

qui est déterminé par le *théorème de la monotonie*

$$f'(x) = (\ 4x + 450\ )' + 900 \left(\frac{1}{x}\right)' = 4 + 900\ \frac{-1}{x^2}$$

$$f(x) = 4x + 450 + \frac{900}{x}$$

$$f'(x) = (4x + 450)' + 900\left(\frac{1}{x}\right)' = 4 + 900\,\frac{-1}{x^2}$$

$$= \frac{4x^2}{x^2} + 900\,\frac{-1}{x^2} = \frac{4x^2 - 900}{x^2} = \frac{(2x)^2 - 30^2}{x^2}$$

$$f(x) = 4x + 450 + \frac{900}{x}$$

$$f'(x) = (4x + 450)' + 900\left(\frac{1}{x}\right)' = 4 + 900\,\frac{-1}{x^2}$$

$$= \frac{4x^2 - 900}{x^2} = \frac{(2x - 30)(2x + 30)}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x - 30)(2x + 30)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	0		15		$+\infty$
x^2	||	$+$		$+$	
$2x - 30$	||	$-$	0	$+$	
$2x + 30$	||	$+$		$+$	
$f'(x)$	||				
$f(x)$	||				

$$f'(x) = \frac{(2x - 30)(2x + 30)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	0		15		$+\infty$
x^2	‖	$+$		$+$	
$2x - 30$	‖	$-$	0	$+$	
$2x + 30$	‖	$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖				

$$f'(x) = \frac{(2x - 30)(2x + 30)}{x^2}$$

Voir exo 1 pour la méthode

x	0		15		$+\infty$
x^2	||	$+$		$+$	
$2x - 30$	||	$-$	0	$+$	
$2x + 30$	||	$+$		$+$	
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	||	↘		↗	

$$f'(x) = \frac{(2x - 30)(2x + 30)}{x^2}$$

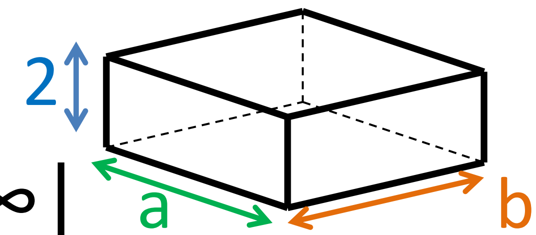
x	0		15		$+\infty$
x^2	‖	$+$		$+$	
$2x - 30$	‖	$-$	0	$+$	
$2x + 30$	‖	$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘		↗	

exo

terminé ?

L'enveloppe est minimale pour $x = 15$ cm

$$f'(x) = \frac{(2x-30)(2x+30)}{x^2}$$



x	0		15		$+\infty$
x^2	‖	$+$		$+$	
$2x-30$	‖	$-$	0	$+$	
$2x+30$	‖	$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘		↗	

$$b = \frac{225}{a} = \frac{225}{15}$$

L'enveloppe est minimale pour

$\boxed{b = 15 \text{ cm} \quad a = 15 \text{ cm}}$

Exercice 4

$$f(x) = x^3 + 3x - 5 - \frac{7}{x}$$

Déterminez ses sens de variations.

Exercice 4

$$f(x) = x^3 + 3x - 5 - \frac{7}{x}$$

Déterminez ses sens de variations.

$$f'(x) = (x^3 + 3x - 5)' - 7\left(\frac{1}{x}\right)' = 3x^2 + 3 - 7\,\frac{-1}{x^2}$$

$$= 3x^2 + 3 + \frac{7}{x^2}$$

Exercice 4

$$f(x) = x^3 + 3x - 5 - \frac{7}{x}$$

Déterminez ses sens de variations.

$$f'(x) = (x^3 + 3x - 5)' - 7\left(\frac{1}{x}\right)' = 3x^2 + 3 - 7\,\frac{-1}{x^2}$$

$$= 3x^2 + 3 + \frac{7}{x^2}$$

qui ne comporte que des positifs non nuls

$f'(x) > 0$ sur $\mathbb{R}^*$ $\Longleftrightarrow$ f est strict. croissante sur $\mathbb{R}^*$

$$f'(x) = 3x^2 + 3 + \frac{7}{x^2}$$ *qui ne comporte que des positifs non nuls*

$f'(x) > 0$ sur $\mathbb{R}^*$ $\Longleftrightarrow$ f est strict. croissante sur $\mathbb{R}^*$

Combien de monotonies ?

$$f'(x) = 3x^2 + 3 + \frac{7}{x^2}$$ *qui ne comporte que des positifs non nuls*

$f'(x) > 0$ sur $\mathbb{R}^*$ $\Leftrightarrow$ f est strict. croissante sur $\mathbb{R}^*$

$\Rightarrow$ deux monotonies !

f est strict. croissante sur $]-\infty\,;0[$

et strict. croissante sur $]0\,;+\infty[$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	