II Racines d'un polynôme degré 2

Exo 2 : Déterminez les racines des polynômes suivants :

x^2

$x^2 - 9$

$x^2 + x$

$2x^2 - 8x$

$x^2 + 2x + 1$

$x^2 - 10x + 25$

$x^2 + 6x - 5$

II Racines d'un polynôme degré 2

Exo 2 : Déterminez les racines des polynômes suivants :

$$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

II Racines d'un polynôme degré 2

Exo 2 : Déterminez les racines des polynômes suivants :

$x^2 = 0 \iff x = 0$

$x^2 - 9 = 0 \iff x^2 = 9$

$\iff x = 3$ ou $x = -3$

car on sait que $A^2 = (-A)^2$

donc si A est solution du carré, alors son opposé l'est aussi.

II Racines d’un polynôme degré 2

Exo 2 : Déterminez les racines des polynômes suivants :

$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9$

$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -3$

$x^2 + x = 0$

On ne peut rassembler l’inconnue écrite 2 fois dans x^2 et x ! On va donc …

II Racines d'un polynôme degré 2

Exo 2 : Déterminez les racines des polynômes suivants :

$x^2 = 0 \iff x = 0$

$x^2 - 9 = 0 \iff x^2 = 9$

$\iff x = 3$ ou $x = -3$

$x^2 + x = 0$

On ne peut rassembler l'inconnue écrite 2 fois dans x^2 et x ! On va donc factoriser.

II Racines d'un polynôme degré 2

Exo 2 : Déterminez les racines des polynômes suivants :

$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9$

$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -3$

$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \ldots$

II Racines d'un polynôme degré 2

Exo 2 : Déterminez les racines des polynômes suivants :

$$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3$$

$$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -1$$

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -1$$

$$2x^2 - 8x$$

Même méthode

II Racines d'un polynôme degré 2

$$2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

$$x^2 + 2x + 1$$

Même méthode ?

II Racines d'un polynôme degré 2

$$2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

$x^2 + 2x + 1$ Même méthode ? Non car il n'y a aucun facteur commun dans x^2, $2x$, et 1.

On va ...

II Racines d'un polynôme degré 2

$$2x^2 - 8x = 0 \Longleftrightarrow 2x(x-4) = 0$$

$$\Longleftrightarrow 2x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

$x^2 + 2x + 1$ Même méthode ? Non car il n'y a aucun facteur commun dans x^2, $2x$, et 1.

On va utiliser une identité remarquable.

II Racines d'un polynôme degré 2

$$2x^2 - 8x = 0 \iff 2x(x-4) = 0$$

$$\iff 2x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \iff x^2 + 2.x.1 + 1^2 = 0$$

$$\iff (x+1)^2 = 0 \iff x + 1 = 0$$

$$\iff x = -1$$

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2.x.1 + 1^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

$$x^2 - 10x + 25$$

Même méthode.

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2.x.1 + 1^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2.x.5 + 5^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(x)5 + 5^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$x^2 + 6x - 5$$

Même méthode ?

II Racines d'un polynôme degré 2

$x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(x)5 + 5^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 5$

$x^2 + 6x - 5$ Même méthode ?

Non, car ce n'est pas

$x^2 - 2(x)3 + 3^2$ qui serait $(x - 3)^2$

II Racines d'un polynôme degré 2

$x^2 + 6x - 5$ Non, car ce n'est pas

$x^2 - 2(x)3 + 3^2$ qui serait $(x - 3)^2$

On va donc ajouter $+ 3^2$

$x^2 + 6x - 5 + 3^2$

et aussi …

II Racines d'un polynôme degré 2

$x^2 + 6x - 5$ Non, car ce n'est pas

$x^2 - 2(x)3 + 3^2$ qui serait $(x - 3)^2$

On va donc ajouter $+ 3^2$

$x^2 + 6x - 5 + 3^2$

et aussi le soustraire car $A+3^2 \neq A$

$A+B=A$ seulement pour $B = 0 = ...$

II Racines d'un polynôme degré 2

$x^2 + 6x - 5$ Non, car ce n'est pas

$x^2 - 2(x)3 + 3^2$ qui serait $(x - 3)^2$

On va donc ajouter $+ 3^2$

$x^2 + 6x - 5 + 3^2$

et aussi le soustraire car $A+3^2 \neq A$

$A+B=A$ seulement pour $B = 0 = 3^2 - 3^2$

II Racines d'un polynôme degré 2

$x^2 + 6x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + \ldots$

II Racines d’un polynôme degré 2

$x^2 + 6x - 5 = 0$

$\Longleftrightarrow x^2 + 2(x)3 + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$

$\Longleftrightarrow \ldots$

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x^2 + 2(x)3 + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad (x + 3)^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad \ldots$$

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x^2 + 2(x)3 + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad (x + 3)^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad (x + 3)^2 = 14$$

$$\Longleftrightarrow \quad \ldots$$

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x^2 + 2(x)3 + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad (x + 3)^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad (x + 3)^2 = 14$$

$$\Longleftrightarrow \quad x + 3 = \sqrt{14} \quad \text{ou} \quad x + 3 = -\sqrt{14}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \dots$$

II Racines d'un polynôme degré 2

$$x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 2(x)3 + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x + 3)^2 - 3^2 - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x + 3)^2 = 14$$

$$\Leftrightarrow \quad x + 3 = \sqrt{14} \quad \text{ou} \quad x + 3 = -\sqrt{14}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -3 + \sqrt{14} \quad \text{ou} \quad x = -3 - \sqrt{14}$$

II Racines d'un polynôme degré 2

Déterminez les racines des polynômes suivants :

$x^2 + 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2(3x) + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3)^2 - 9 - 5 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 14$

$\Leftrightarrow x + 3 = \sqrt{14}$ ou $x + 3 = -\sqrt{14}$

$\Leftrightarrow x = -3 + \sqrt{14}$ ou $x = -3 - \sqrt{14}$

$3x^2 + 12x - 63$

Même méthode ?

II Racines d'un polynôme degré 2

Déterminez les racines des polynômes suivants :

$x^2 + 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2(3x) + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3)^2 - 9 - 5 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 14$

$\Leftrightarrow x + 3 = \sqrt{14}$ ou $x + 3 = -\sqrt{14}$

$\Leftrightarrow x = -3 + \sqrt{14}$ ou $x = -3 - \sqrt{14}$

$3x^2 + 12x - 63$

Même méthode ?

Non car au lieu d'avoir x^2 on a $3x^2$

On va donc …

II Racines d'un polynôme degré 2

Déterminez les racines des polynômes suivants :

$x^2 + 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2(3x) + 3^2 - 3^2 - 5 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3)^2 - 9 - 5 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 14$

$\Leftrightarrow x + 3 = \sqrt{14}$ ou $x + 3 = -\sqrt{14}$

$\Leftrightarrow x = -3 + \sqrt{14}$ ou $x = -3 - \sqrt{14}$

$3x^2 + 12x - 63$

Même méthode ?

Non car au lieu d'avoir x^2 on a $3x^2$

On va donc factoriser $3x^2 + 12x$ par 3

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\,(\ldots \qquad\qquad) + \ldots \qquad = 0$$

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Longleftrightarrow 3\,(\,x^2 + 4x\,) - 63 = 0$$

factorisation par a

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\,(x^2 + 4x) - 63 = 0$$

factorisation par a

$$\Leftrightarrow 3\,(x^2 + 2.2.x + 2^2 - 2^2) - 63 = 0$$

faire apparaître l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2$

sous forme développée

en ayant ajouté et retranché le b^2 qui manquait

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\,(x^2 + 4x) - 63 = 0$$

factorisation par a

$$\Leftrightarrow 3\,(x^2 + 2.2.x + 2^2 - 2^2) - 63 = 0$$

faire apparaître l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2$

sous forme développée

en ayant ajouté et retranché le b^2 qui manquait

$$\Leftrightarrow 3\,((x + 2)^2 - 2^2) - 63 = 0$$

mettre l'identité remarquable sous forme factorisée

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Longleftrightarrow 3\,(\,x^2 + 4x\,) - 63 = 0$$

factorisation par a

$$\Longleftrightarrow 3\,(\,x^2 + 2.2.x + 2^2 - 2^2\,) - 63 = 0$$

faire apparaître l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2$

sous forme développée

en ayant ajouté et retranché le b^2 qui manquait

$$\Longleftrightarrow \boxed{3\,(\,(\,x + 2\,)^2 - 2^2\,) - 63} = 0$$

mettre l'identité remarquable sous forme factorisée

(on obtient alors la ***forme canonique*** *du polynôme)*

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\,(\,x^2 + 4x\,) - 63 = 0$$

factorisation par a

$$\Leftrightarrow 3\,(\,x^2 + 2.2.x + 2^2 - 2^2\,) - 63 = 0$$

faire apparaître l'id. remarquable sous forme développée

$$\Leftrightarrow 3\,(\,(\,x + 2\,)^2 - 2^2\,) - 63 = 0$$

mettre l'identité remarquable sous forme factorisée

$$\Leftrightarrow 3\,(\,(\,x + 2\,)^2 - 2^2\,) = 63$$

résoudre

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Longleftrightarrow 3\,(\,x^2 + 4x\,) - 63 = 0$$

factorisation par a

$$\Longleftrightarrow 3\,(\,x^2 + 2.2.x + 2^2 - 2^2\,) - 63 = 0$$

faire apparaître l'id. remarquable sous forme développée

$$\Longleftrightarrow 3\,(\,(\,x + 2\,)^2 - 2^2\,) - 63 = 0$$

mettre l'identité remarquable sous forme factorisée

$$\Longleftrightarrow 3\,(\,(\,x + 2\,)^2 - 2^2\,) = 63$$

résoudre

$$\Longleftrightarrow (\,x + 2\,)^2 - 2^2 = 63/3 = 21$$

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Longleftrightarrow 3\,(x^2 + 4x) - 63 = 0$$

factorisation par a

$$\Longleftrightarrow 3\,(x^2 + 2.2.x + 2^2 - 2^2) - 63 = 0$$

faire apparaître l'id. remarquable sous forme développée

$$\Longleftrightarrow 3\,((x + 2)^2 - 2^2) - 63 = 0$$

mettre l'identité remarquable sous forme factorisée

$$\Longleftrightarrow 3\,((x + 2)^2 - 2^2) = 63$$

résoudre

$$\Longleftrightarrow (x + 2)^2 - 2^2 = 63/3 = 21$$

$$\Longleftrightarrow (x + 2)^2 = 21 + 2^2 = 25$$

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\,(x^2 + 4x) - 63 = 0$$ *factorisation par a*

$$\Leftrightarrow 3\,(x^2 + 2.2.x + 2^2 - 2^2) - 63 = 0$$ *id. rem. développ.*

$$\Leftrightarrow \boxed{3\,((x+2)^2 - 2^2) - 63} = 0$$ *id. rem. factorisée*

$$\Leftrightarrow 3\,((x+2)^2 - 2^2) = 63$$ *résoudre*

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 2^2 = 63/3 = 21$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 21 + 2^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 5 \quad \text{ou} \quad x + 2 = -5 \Leftrightarrow x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -7$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$6x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow \ldots$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff 6\left(x^2 + \ldots + \left(\ldots\right)^2 - \left(\ldots\right)^2\right) - 1 = 0$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff 6\left(x^2 + 2\frac{1}{12}x + \left(\frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{1}{12}\right)^2\right) - 1 = 0$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff 6\left(\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{1}{12}\right)^2\right) - 1 = 0$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6\left(\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{1}{12}\right)^2\right) = 1$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{6}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{1}{12}\right)^2 = \left(\frac{1}{12}\right)^2 + \frac{1}{6}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{144} + \frac{1}{6}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{144} + \frac{24}{144}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{1}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{1}{12}\right)^2 = \frac{25}{144} = \left(\frac{5}{12}\right)^2$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \quad \text{ou} \quad x + \frac{1}{12} = -\frac{5}{12}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff x = -\frac{1}{12} + \frac{5}{12} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{12} - \frac{5}{12}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \iff 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\iff x = -\frac{1}{12} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{12} - \frac{5}{12} = -\frac{6}{12}$$

Exemple : racines de $6x^2 + x - 1$?

$$6x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x\right) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{12} + \frac{5}{12} = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{12} - \frac{5}{12} = -\frac{1}{2}$$

On peut aussi ne pas factoriser par a :

$6x^2 + x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \ (\sqrt{6}x)^2 + 2(\sqrt{6}x)\frac{1}{2\sqrt{6}} + \left(\frac{1}{2\sqrt{6}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2\sqrt{6}}\right)^2 - 1 = 0$$

et obtenir les mêmes racines

$x = 1/3$ et $x = -1/2$

Exemple récapitulatif de tous les outils :

$9x^2 - 108x + 320 = 0$

$\Leftrightarrow$ …

Exemple récapitulatif de tous les outils :

$$9x^2 - 108x + 320 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 9\,(\,x^2 - 12x\,) + 320 = 0$$ *factoriser par a*

$$\Leftrightarrow \quad \dots$$

Exemple récapitulatif de tous les outils :

$9x^2 - 108x + 320 = 0$

$\Leftrightarrow 9\,(x^2 - 12x) + 320 = 0$ *factoriser par a*

$\Leftrightarrow 9\,(x^2 - 2.x.6 + 6^2 - 6^2) + 320 = 0$

faire apparaître l'identité remarquable développée

$\Leftrightarrow$ …

Exemple récapitulatif de tous les outils :

$$9x^2 - 108x + 320 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9\,(\,x^2 - 12x\,) + 320 = 0$$

factoriser par a

$$\Leftrightarrow 9\,(\,x^2 - 2.x.6 + 6^2 - 6^2\,) + 320 = 0$$

faire apparaître l'identité remarquable développée

$$\Leftrightarrow 9\,(\,(\,x - 6\,)^2 - 6^2\,) + 320 = 0$$

mettre l'identité remarquable sous forme factorisée

$\Leftrightarrow$ …

Exemple récapitulatif de tous les outils :

$9x^2 - 108x + 320 = 0$

$\Leftrightarrow 9\,(\,x^2 - 12x\,) + 320 = 0$ *factoriser par a*

$\Leftrightarrow 9\,(\,x^2 - 2.x.6 + 6^2 - 6^2\,) + 320 = 0$

faire apparaître l'identité remarquable développée

$\Leftrightarrow 9\,(\,(\,x - 6\,)^2 - 6^2\,) + 320 = 0$

mettre l'identité remarquable sous forme factorisée

$\Leftrightarrow 9\,(\,(\,x - 6\,)^2 - 6^2\,) = -\,320$ *résoudre*

$\Leftrightarrow$ …

Exemple récapitulatif de tous les outils :

$9x^2 - 108x + 320 = 0$

$\Longleftrightarrow 9\,(x^2 - 12x) + 320 = 0$ *factorisation par a*

$\Longleftrightarrow 9\,(x^2 - 2.x.6 + 6^2 - 6^2) + 320 = 0$ *ID développée*

$\Longleftrightarrow 9\,((x - 6)^2 - 6^2) + 320 = 0$ *ID factorisée*

$\Longleftrightarrow 9\,((x - 6)^2 - 6^2) = -\,320$ *résoudre*

$\Longleftrightarrow (x - 6)^2 - 6^2 = -\,320/9$

$\Longleftrightarrow (x - 6)^2 = -\,320/9 + 36 = -\,320/9 + 324/9 = (2/3)^2$

$\Longleftrightarrow x - 6 = 2/3$ ou $x - 6 = -\,2/3$

$\Longleftrightarrow x = 6 + 2/3 = 20/3$ ou $x = 6 - 2/3 = 16/3$

Tous ces exemples

…

Tous ces exemples

utilisent la même méthode (sauf dans les cas simples lorsque l'inconnue était écrite une seule fois, ou lorsqu'on avait réussi à factoriser le polynôme) qui utilise …

Tous ces exemples

utilisent la même méthode (sauf dans les cas simples lorsque l’inconnue était écrite une seule fois, ou lorsqu’on avait réussi à factoriser le polynôme) qui utilise une identité remarquable.

On va donc …

Tous ces exemples

utilisent la même méthode (sauf dans les cas simples lorsque l'inconnue était écrite une seule fois, ou lorsqu'on avait réussi à factoriser le polynôme) qui utilise une identité remarquable.

On va donc généraliser les exemples en une unique méthode :

…

Tous ces exemples

utilisent la même méthode (exceptés les cas simples).

On va donc **généraliser** les exemples en **une unique méthode** :

$ax^2 + bx + c = 0$ (avec $a \neq 0$)

L'inconnue x est écrite deux fois, il faut utiliser une forme où elle n'apparaît qu'une fois, c'est la forme canonique.

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$y = a (x^2 + \ \dots \ x) + c$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}\,x\right) + c = a\left(x^2 + 2\ \dots\ x\right) + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\ldots\right)^2 - \left(\ldots\right)^2\right) + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c = a\left(\left(x + \dots\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

Identité remarquable n° 1 :

$$x^2 + 2Bx + B^2 = (x + B)^2$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \quad \ldots \quad + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$$

que l'on appelle la **forme canonique** du polynôme

(forme où la variable n'est écrite qu'une fois)

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{\dots} + c$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$$

que l'on appelle la **forme canonique** du polynôme

(forme où la variable n'est écrite qu'une fois)

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 \;\ldots}{4a}$$

Démonstration : $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$$

que l'on appelle la **forme canonique** du polynôme

(forme où la variable n'est écrite qu'une fois)

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = \boxed{a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}}$$

Recherche des racines : (a ≠ 0)

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0$$

$$\iff \ldots$$

Recherche des racines : (a ≠ 0)

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0$$

$$\iff a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \iff \dots$$

Recherche des racines : ($a \neq 0$)

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0$$

$$\Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

toujours vrai ?

Recherche des racines : (a ≠ 0)

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\text{positif} = \frac{b^2 - 4ac}{\text{positif}}$$

toujours vrai ?

faux si $b^2 - 4ac < 0$

division par $a \neq 0$ (poly degré 2)

Recherche des racines : ($a \neq 0$)

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\text{positif} = \frac{b^2 - 4ac}{\text{positif}}$$

Je nomme discriminant et je le note Δ

le nombre $b^2 - 4ac$

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^{2} = \frac{\Delta}{4a^{2}}$$

1^{er} cas : $\Delta < 0$ Pas de racines.

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

1er cas : $\Delta < 0$ Pas de racines.

2ème cas : $\Delta = 0$ donc $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0 \Longleftrightarrow x = -\frac{b}{2a}$

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$3^{\text{ème}}$ cas : $\Delta > 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} > 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}} \quad \text{ou} \quad x + \frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$3^{\text{ème}}$ cas : $\Delta > 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}}$$

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

3ème cas : $\Delta > 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} > 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

3ème cas : $\Delta > 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} > 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

3ème cas : $\Delta > 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} > 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

A-t-on envisagé tous les cas ?

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$3^{\text{ème}}$ cas : $\Delta > 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} > 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

A-t-on envisagé tous les cas ? Pour Δ : oui.

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}}$$

A-t-on envisagé tous les cas ? Pour Δ : oui.

Mais $\sqrt{4a^2} = 2a$?

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}}$$

A-t-on envisagé tous les cas ? Pour Δ : oui.

Mais $\sqrt{4a^2} = 2a$? uniquement si $a > 0$!

Si $a < 0$ alors $\sqrt{4a^2} = -2a$!

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}}$$

A-t-on envisagé tous les cas ? Pour Δ : oui.

Mais $\sqrt{4a^2} = 2a$? uniquement si $a > 0$!

Si $a < 0$ alors $\sqrt{4a^2} = -2a$!

Faut-il étudier un nouveau cas ?

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}}$$

A-t-on envisagé tous les cas ? Pour Δ : oui.

Mais $\sqrt{4a^2} = 2a$? uniquement si $a > 0$!

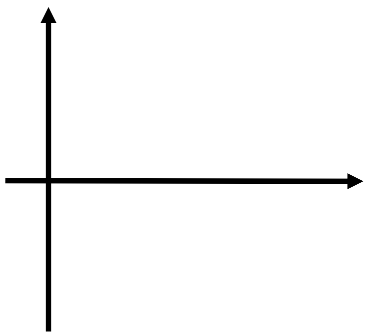
Si $a < 0$ alors $\sqrt{4a^2} = -2a$!

Faut-il étudier un nouveau cas ?

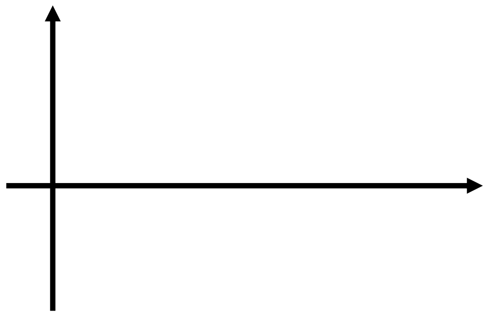
Non car la formule de gauche devient celle de droite et inversement.

Racines d’un polynôme degré 2

Selon le discriminant $\boldsymbol{\Delta} = b^2 - 4ac$

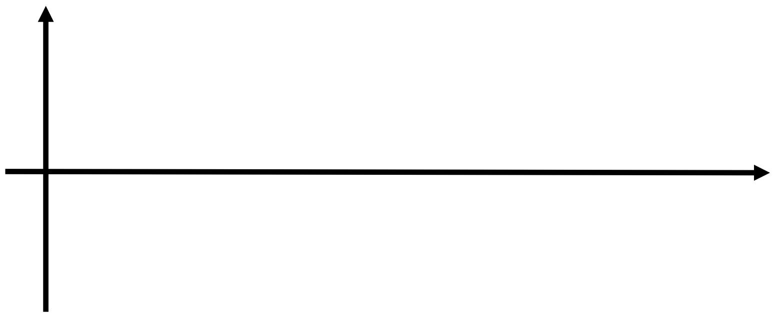


Si $\Delta < 0$ …

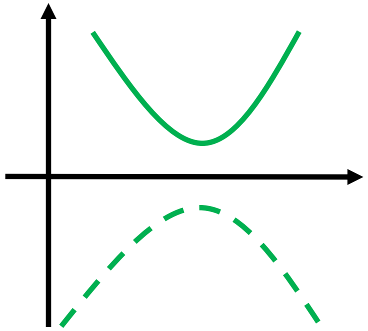


Si $\Delta = 0$ …

Si $\Delta > 0$ …



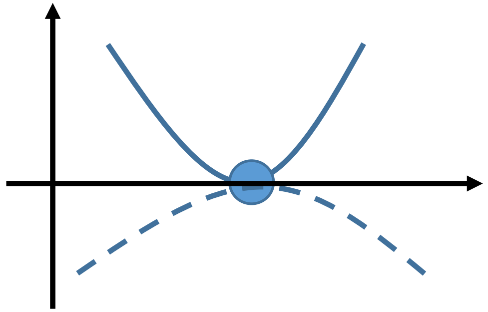
Racines d'un polynôme degré 2



Selon le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

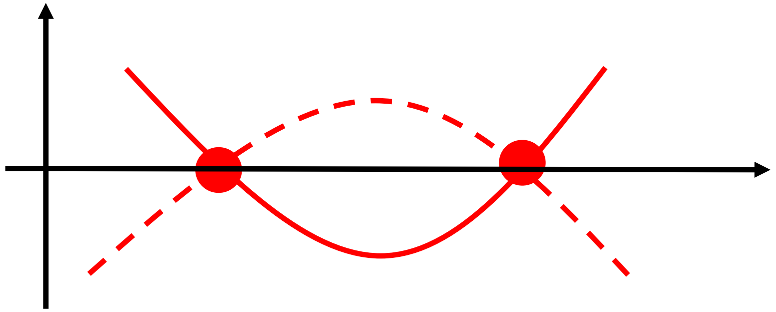
Si $\Delta < 0$ il n'y a pas de racine

Si $\Delta = 0$ on a 1 seule racine $\dfrac{-b}{2a}$

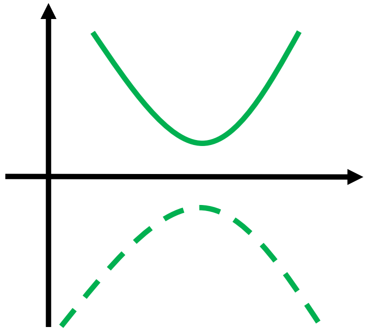


Si $\Delta > 0$ on a 2 racines

$\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$



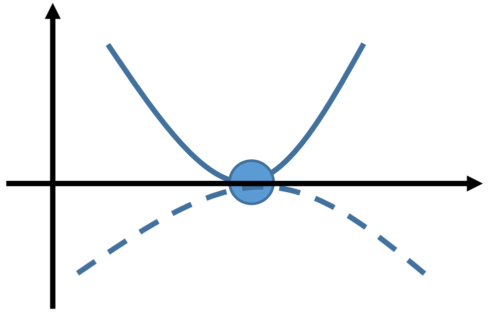
Racines d'un polynôme degré 2 et signes



Selon le discriminant $\boldsymbol{\Delta} = b^2 - 4ac$

Si $\Delta < 0$ il n'y a pas de racine et le polynôme est …

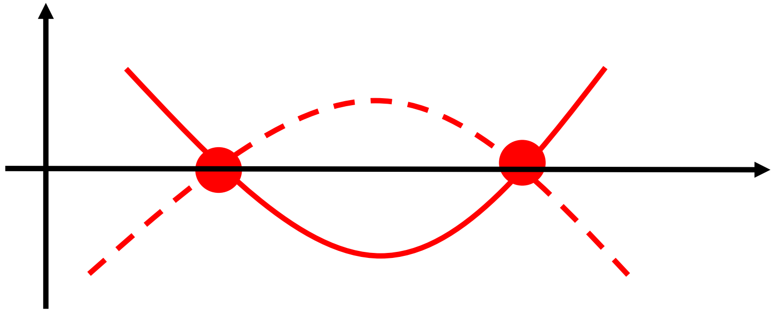
Si $\Delta = 0$ on a 1 seule racine $\dfrac{-b}{2a}$



et le polynôme est …

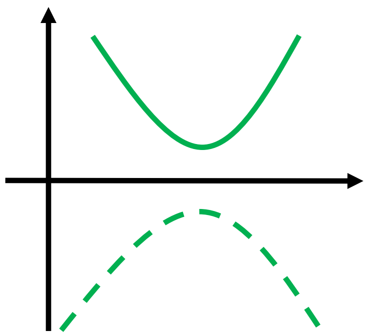
Si $\Delta > 0$ on a 2 racines

$\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$



et le polynôme est …

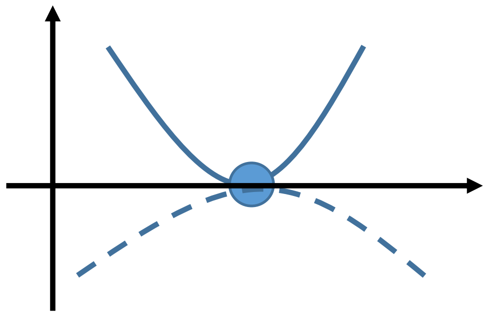
Racines d'un polynôme degré 2 et signes



Selon le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta < 0$ il n'y a pas de racine et le polynôme est toujours du signe de a

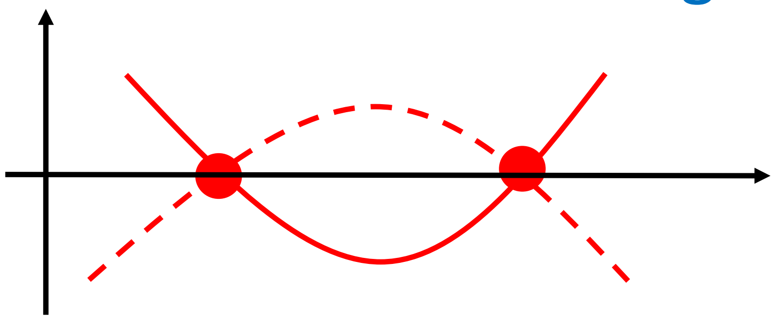
Si $\Delta = 0$ on a 1 seule racine $\dfrac{-b}{2a}$



et le polynôme est ailleurs du signe de a

Si $\Delta > 0$ on a 2 racines

$\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$



et le polynôme est ailleurs du signe de a à l'ext. des racines (de - a à l'int.)

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

Que nous donne la méthode du discriminant ?

(et non par les outils algébriques de collège)

calcul de Δ

signe de Δ

calcul des racines

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 – 9x + 6$

$3x^2 – 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = - 9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 – 4ac = (- 9)^2 – 4(3)(6) = 81 – 72 = 9$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{- b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{- (- 9) + \sqrt{9}}{2(3)} = 2$

et $\dfrac{- b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{- (- 9) – \sqrt{9}}{2(3)} = 1$

Copie de DST parfaite ?

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

$3x^2 - 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = -9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) + \sqrt{9}}{2(3)} = \boxed{2}$

et $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) - \sqrt{9}}{2(3)} = \boxed{1}$

La réponse à l'exo n'est pas la dernière étape

je souligne les réponses

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

$3x^2 - 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = -9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) + \sqrt{9}}{2(3)} = 2$

et $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) - \sqrt{9}}{2(3)} = 1$

$S = \{ 2 ; 1 \}$

ou je donne l'ensemble des solutions

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

$3x^2 - 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = -9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) + \sqrt{9}}{2(3)} = 2$

et $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) - \sqrt{9}}{2(3)} = 1$ *ou je fais une phrase*

Solutions 2 et 1.

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

$3x^2 - 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = -9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) + \sqrt{9}}{2(3)} = \boxed{2}$

et $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) - \sqrt{9}}{2(3)} = \boxed{1}$ Copie devenue parfaite ?

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

$3x^2 - 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = -9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) + \sqrt{9}}{2(3)} = 2$

et $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) - \sqrt{9}}{2(3)} = 1$

calculette ?

Solutions 2 et 1.

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

$3x^2 - 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = -9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) + \sqrt{9}}{2(3)} = 2$

et $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) - \sqrt{9}}{2(3)} = 1$

calculette ?

valeur exacte non prouvée !

Solutions 2 et 1.

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

$3x^2 - 9x + 6 = ax^2 + bx + c$ donc $a = 3$; $b = -9$; $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9 = 3^2$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) + 3}{2(3)} = 2$

et $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) - 3}{2(3)} = 1$

Ecrire le nombre $\sqrt{\Delta}$ et non la racine carrée de Δ

Solutions 2 et 1.

Exo 3 : Déterminez les racines de $3x^2 - 9x + 6$

Version allégée acceptée sur la copie :

$\Delta = (-9)^2 - 4(3)(6) = 81 - 72 = 9 = 3^2$

$\Delta > 0$ donc deux racines $\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ donc $\dfrac{-(-9) + 3}{2(3)} = \boxed{2}$

et $\dfrac{-(-9) - 3}{2(3)} = \boxed{1}$