Exercice 4 :

1°) Développez $(x + 3) (6 - 3x)$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\,e^{ax}$

$f(1) = e$

f est solution de l'équation différentielle

$$- 3y'' - 3y' + 18y = 0$$

Exo 4 : 1°) $(x + 3)(6 - 3x) = x(6 - 3x) + 3(6 - 3x)$

$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = -3x^2 - 3x + 18$

Exo 4 : 1°) $(x + 3) (6 - 3x) = x (6 - 3x) + 3 (6 - 3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = - 3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\;- 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow$ …

Exo 4 : 1°) $(x + 3)(6 - 3x) = x(6 - 3x) + 3(6 - 3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = -3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\;-3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow e = k\,e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

Exo 4 : 1°) $(x + 3) (6 - 3x) = x (6 - 3x) + 3 (6 - 3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = - 3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\ e^{ax}$ $f(1) = e$ f est solution de $- 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\ e^{ax}$ $f(1) = e$ ➡ $e = k\ e^{a}$ ➡ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\ e^{ax} = y$ ➡ $y' = \ldots$

Exo 4 : 1°) $(x + 3) (6 - 3x) = x (6 - 3x) + 3 (6 - 3x)$

$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = - 3x^2 - 3x + 18$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\; - 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow e = k\, e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\, e^{ax} = y \Rightarrow y' = k (e^{u})' = k\, e^{u} \times u' = k\, e^{ax} \times a = ka\, e^{ax}$

$\Rightarrow y'' = \dots$

Exo 4 : 1°) $(x+3)(6-3x) = x(6-3x) + 3(6-3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = -3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \quad$ f est solution de $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow e = k\,e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y \Rightarrow y' = k\,(e^u)' = k\,e^u \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Rightarrow y'' = ka\,(e^u)' = ka\,e^u \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^2\,e^{ax}$

Exo 4 : 1°) $(x + 3) (6 - 3x) = x (6 - 3x) + 3 (6 - 3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = - 3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\quad - 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow e = k\, e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\, e^{ax} = y \Rightarrow y' = k (e^{u})' = k\, e^{u} \times u' = k\, e^{ax} \times a = ka\, e^{ax}$

$\Rightarrow y'' = ka (e^{u})' = ka\, e^{u} \times u' = ka\, e^{ax} \times a = ka^2\, e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\quad - 3 y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Rightarrow$ …

Exo 4 : 1°) $(x + 3) (6 - 3x) = x (6 - 3x) + 3 (6 - 3x)$

$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = - 3x^2 - 3x + 18$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $- 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow e = k\, e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\, e^{ax} = y \Rightarrow y' = k\, (e^u)' = k\, e^u \times u' = k\, e^{ax} \times a = ka\, e^{ax}$

$\Rightarrow y'' = ka\, (e^u)' = ka\, e^u \times u' = ka\, e^{ax} \times a = ka^2\, e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $- 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Rightarrow - 3 (ka^2\, e^{ax}) - 3 (ka\, e^{ax}) + 18 (k\, e^{ax}) = 0$

$\Leftrightarrow$ …

Exo 4 : 1°) $(x+3)(6-3x) = x(6-3x) + 3(6-3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = -3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\; -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow e = k\,e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y \Rightarrow y' = k\,(e^{u})' = k\,e^{u} \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Rightarrow y'' = ka\,(e^{u})' = ka\,e^{u} \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^2\,e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\; -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Rightarrow -3\,(ka^2\,e^{ax}) - 3\,(ka\,e^{ax}) + 18\,(k\,e^{ax}) = 0$

$\Leftrightarrow k\,e^{ax}\,(-3a^2 - 3a + 18) = 0$

…

Exo 4 : 1°) $(x+3)(6-3x) = x(6-3x) + 3(6-3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = -3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\;-3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow e = k\,e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y \Rightarrow y' = k\,(e^{u})' = k\,e^{u} \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Rightarrow y'' = ka\,(e^{u})' = ka\,e^{u} \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^2\,e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Rightarrow -3\,(ka^2\,e^{ax}) - 3\,(ka\,e^{ax}) + 18\,(k\,e^{ax}) = 0$

$\Leftrightarrow k\,e^{ax}\,(-3a^2 - 3a + 18) = 0$

$e^{u} > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $\qquad$ k …

Exo 4 : 1°) $(x + 3) (6 - 3x) = x (6 - 3x) + 3 (6 - 3x)$

$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = - 3x^2 - 3x + 18$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $- 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Longrightarrow e = k\, e^{a} \Longrightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\, e^{ax} = y \Longrightarrow y' = k (e^u)' = k\, e^u \times u' = k\, e^{ax} \times a = ka\, e^{ax}$

$\Longrightarrow y'' = ka (e^u)' = ka\, e^u \times u' = ka\, e^{ax} \times a = ka^2\, e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $- 3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Longrightarrow - 3 (ka^2\, e^{ax}) - 3 (ka\, e^{ax}) + 18 (k\, e^{ax}) = 0$

$\Longleftrightarrow k\, e^{ax} (- 3 a^2 - 3 a + 18) = 0$

$e^u > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $\quad k \neq 0$ sinon $f(x) = k\, e^{ax} = 0 \Longrightarrow f(1) = 0 \neq e$

$\Longrightarrow - 3 a^2 - 3 a + 18 = 0$ impossible à résoudre

$\Longleftrightarrow$ …

Exo 4 : 1°) $(x+3)(6-3x) = x(6-3x) + 3(6-3x)$

$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = -3x^2 - 3x + 18$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Longrightarrow e = k\,e^{a} \Longrightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y \Longrightarrow y' = k\,(e^u)' = k\,e^u \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Longrightarrow y'' = ka\,(e^u)' = ka\,e^u \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^2\,e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Longrightarrow -3\,(ka^2\,e^{ax}) - 3\,(ka\,e^{ax}) + 18\,(k\,e^{ax}) = 0$

$\Longleftrightarrow k\,e^{ax}\,(-3a^2 - 3a + 18) = 0$

$e^u > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $\quad k \neq 0$ sinon $f(x) = k\,e^{ax} = 0 \Longrightarrow f(1) = 0 \neq e$

$\Longrightarrow -3a^2 - 3a + 18 = 0$ impossible à résoudre

$\Longleftrightarrow (a+3)(6-3a) = 0$ d'après la question 1° $\Longleftrightarrow$ …

Exo 4 : 1°) $(x+3)(6-3x) = x(6-3x) + 3(6-3x)$

$$= 6x - 3x^2 + 18 - 9x = -3x^2 - 3x + 18$$

2°) Déterminez la fonction f qui satisfait les conditions suivantes :

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e$ $\quad$ f est solution de $\;-3y'' - 3y' + 18y = 0$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Longrightarrow e = k\,e^{a} \Longrightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y \Longrightarrow y' = k\,(e^{u})' = k\,e^{u} \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Longrightarrow y'' = ka\,(e^{u})' = ka\,e^{u} \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^2\,e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Longrightarrow -3\,(ka^2\,e^{ax}) - 3\,(ka\,e^{ax}) + 18\,(k\,e^{ax}) = 0$

$\Longleftrightarrow k\,e^{ax}\,(-3a^2 - 3a + 18) = 0$

$e^{u} > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $\qquad k \neq 0$ sinon $f(x) = k\,e^{ax} = 0 \Longrightarrow f(1) = 0 \neq e$

$\Longrightarrow -3a^2 - 3a + 18 = 0$ impossible à résoudre

$\Longleftrightarrow (a+3)(6-3a) = 0$ d'après la question 1° $\Longleftrightarrow a = -3$ ou $a = 2$

$f(x) = k\, e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Longrightarrow f(1) = k\, e^{a} \Longrightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\, e^{ax} = y \Longrightarrow y' = k\,(e^{u})' = k\, e^{u} \times u' = k\, e^{ax} \times a = ka\, e^{ax}$

$\Longrightarrow y'' = ka\,(e^{u})' = ka\, e^{u} \times u' = ka\, e^{ax} \times a = ka^{2}\, e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Longrightarrow -3\,(ka^{2}\, e^{ax}) - 3\,(ka\, e^{ax}) + 18\,(k\, e^{ax}) = 0$

$\Longleftrightarrow k\, e^{ax}\,(-3a^{2} - 3a + 18) = 0$

$e^{u} > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $\qquad k \neq 0$ sinon $f(x) = k\, e^{ax} = 0 \Longrightarrow f(1) = 0 \neq e$

$\Longrightarrow -3a^{2} - 3a + 18 = 0$ impossible de résoudre

$\Longleftrightarrow (a + 3)(6 - 3a) = 0$ d'après la question 1° $\Longleftrightarrow a = -3$ ou $a = 2$

$\Longrightarrow$ deux solutions : $\quad f_{1}(x) = \ldots.$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $f(1) = e$ $\Rightarrow$ $f(1) = k\,e^{a}$ $\Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y$ $\Rightarrow$ $y' = k\,(e^{u})' = k\,e^{u} \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Rightarrow$ $y'' = ka\,(e^{u})' = ka\,e^{u} \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^2\,e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $-3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Rightarrow$ $-3\,(ka^2\,e^{ax}) - 3\,(ka\,e^{ax}) + 18\,(k\,e^{ax}) = 0$

$\Leftrightarrow$ $k\,e^{ax}\,(-3a^2 - 3a + 18) = 0$

$e^{u} > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $k \neq 0$ sinon $f(x) = k\,e^{ax} = 0$ $\Rightarrow$ $f(1) = 0 \neq e$

$\Rightarrow$ $-3a^2 - 3a + 18 = 0$ impossible de résoudre

$\Leftrightarrow$ $(a + 3)(6 - 3a) = 0$ d'après la question 1° $\Leftrightarrow$ $a = -3$ ou $a = 2$

$\Rightarrow$ deux solutions : $f_1(x) = \mathbf{k_1\,e^{-3x}}$ et $f_2(x) = \mathbf{k_2\,e^{2x}}$

$f(1) = e$ $\Rightarrow$ ...

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Rightarrow f(1) = k\,e^{a} \Rightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y \Rightarrow y' = k\,(\,e^{u}\,)' = k\,e^{u} \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Rightarrow y'' = ka\,(\,e^{u}\,)' = ka\,e^{u} \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^{2}\,e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Rightarrow -3\,(\,ka^{2}\,e^{ax}\,) - 3\,(\,ka\,e^{ax}\,) + 18\,(\,k\,e^{ax}\,) = 0$

$\Leftrightarrow k\,e^{ax}\,(\,-3\,a^{2} - 3\,a + 18\,) = 0$

$e^{u} > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $\quad k \neq 0$ sinon $f(x) = k\,e^{ax} = 0 \Rightarrow f(1) = 0 \neq e$

$\Rightarrow -3\,a^{2} - 3\,a + 18 = 0$ impossible de résoudre

$\Leftrightarrow (\,a + 3\,)\,(\,6 - 3a\,) = 0$ d'après la question 1° $\Leftrightarrow a = -3$ ou $a = 2$

$\Rightarrow$ deux solutions : $\quad f_1(x) = \mathbf{k_1\,e^{-3x}}$ et $f_2(x) = \mathbf{k_2\,e^{2x}}$

$f(1) = e \Rightarrow k_1\,e^{-3} = e \Rightarrow k_1 = e^{4}$ $\quad$ solution $\quad f_1(x) = \mathbf{e^{4}\,e^{-3x}} = \boxed{\mathbf{e^{-3x+4}}}$

$f(x) = k\,e^{ax}$ $\quad f(1) = e \Longrightarrow f(1) = k\,e^{a} \Longrightarrow$ impossible de déterminer a et k

$f(x) = k\,e^{ax} = y \Longrightarrow y' = k\,(e^{u})' = k\,e^{u} \times u' = k\,e^{ax} \times a = ka\,e^{ax}$

$\Longrightarrow y'' = ka\,(e^{u})' = ka\,e^{u} \times u' = ka\,e^{ax} \times a = ka^{2}\,e^{ax}$

f est solution de l'équation différentielle $\quad -3y'' - 3y' + 18y = 0$

$\Longrightarrow -3\,(ka^{2}\,e^{ax}) - 3\,(ka\,e^{ax}) + 18\,(k\,e^{ax}) = 0$

$\Longleftrightarrow k\,e^{ax}\,(-3a^{2} - 3a + 18) = 0$

$e^{u} > 0$ pour tous les u de $\mathbb{R}$ $\qquad k \neq 0$ sinon $f(x) = k\,e^{ax} = 0 \Longrightarrow f(1) = 0 \neq e$

$\Longrightarrow -3a^{2} - 3a + 18 = 0$ impossible de résoudre

$\Longleftrightarrow (a + 3)(6 - 3a) = 0$ d'après la question 1° $\Longleftrightarrow a = -3$ ou $a = 2$

$\Longrightarrow$ deux solutions : $\quad f_1(x) = \mathbf{k_1\,e^{-3x}}$ et $f_2(x) = \mathbf{k_2\,e^{2x}}$

$f(1) = e \Longrightarrow k_1\,e^{-3} = e \Longrightarrow k_1 = e^{4}$ $\qquad$ solution $f_1(x) = e^{4}\,e^{-3x} = \boxed{e^{-3x+4}}$

$k_2\,e^{2} = e \Longrightarrow k_2 = e^{-1}$ $\qquad$ solution $f_2(x) = e^{-1}\,e^{2x} = \boxed{e^{2x-1}}$