Exercice 2 : Déterminez les ensembles de solutions des équations et inéquations suivantes :

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

5°) $e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7})$

6°) $\ln (e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)}$

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

8°) $\ln(x - 3) \times \ln(0,2) < 0$

9°) $5^{3x+2} < 3^{4x-7}$

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont …

$\Longleftrightarrow$ …

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont réciproques

$\Leftrightarrow x < 2$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont réciproques

$\Leftrightarrow$ $x < 2$ $\Leftrightarrow$ x est dans $S =$ **] - ∞ ; 2 [**

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont réciproques

$\Longleftrightarrow$ $x < 2$ $\Longleftrightarrow$ x est dans $S =]-\infty ; 2[$

pas de remarque ?

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont réciproques

$\Leftrightarrow$ $x < 2$ $\Leftrightarrow$ x est dans $\cancel{S =]-\infty\ ;\ 2[}$ méthode incomplète

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont réciproques

$\Longleftrightarrow$ $x < 2$ $\Longleftrightarrow$ x est dans ~~S =] - ∞ ; 2 [~~ méthode incomplète

e^u existe pour *tous* les u de] - ∞ ; + ∞ [

mais ln u n'existe *que* pour les u de] 0 ; + ∞ [!

$\Rightarrow$ *obligation* d'étudier avant la résolution l'existence de l'énoncé.

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont réciproques

$\Leftrightarrow$ $x < 2$ $\Leftrightarrow$ x est dans $S = \cancel{] -\infty ; 2 [}$ méthode incomplète

e^u existe pour *tous* les u de $] -\infty ; +\infty [$

mais ln u n'existe *que* pour les u de $] 0 ; +\infty [$!

$\Rightarrow$ *obligation* d'étudier avant la résolution l'existence de l'énoncé.

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; +\infty [$

$e^{\ln(x)} < 2 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow S =] 0 ; 2 [$

1° bis) $(\sqrt{x})^2 < 5$ → à résoudre

1° bis) $(\sqrt{x})^2 < 5$ ⟹ à résoudre

1°) $e^{\ln(x)} < 2$ les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont réciproques

⟺ $x < 2$ ⟺ x est dans $S = \cancel{]-\infty ; 2[}$ méthode incomplète

e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty ; +\infty[$

mais $\ln u$ n'existe *que* pour les u de $]0 ; +\infty[$!

⟹ *obligation* d'étudier avant la résolution l'existence de l'énoncé.

L'énoncé existe pour les x de $]0 ; +\infty[$

$e^{\ln(x)} < 2$ ⟺ $x < 2$ ⟹ $S =]0 ; 2[$

1° bis) $(\sqrt{x})^2 < 5$ les fonctions x^2 et $\sqrt{x}$ sont réciproques

$\Longleftrightarrow$ $x < 5$ $\Longleftrightarrow$ x est dans $S = \cancel{]-\infty \,;\, 5[}$ méthode incomplète

1° bis) $(\sqrt{x})^2 < 5$ les fonctions x^2 et $\sqrt{x}$ sont réciproques

$\Leftrightarrow$ $x < 5$ $\Leftrightarrow$ x est dans $S = \cancel{]-\infty\,;5[}$ méthode incomplète

u^2 existe pour *tous* les u de $]-\infty\,;+\infty[$

mais $\sqrt{u}$ n'existe *que* pour les u de $[0\,;+\infty[$!

$\Rightarrow$ *obligation* d'étudier avant la résolution l'existence de l'énoncé.

1° bis) $(\sqrt{x})^2 < 5$ les fonctions x^2 et $\sqrt{x}$ sont réciproques

$\Longleftrightarrow$ $x < 5$ $\Longleftrightarrow$ x est dans $S = \cancel{] -\infty ; 5 [}$ méthode incomplète

u^2 existe pour *tous* les u de $] -\infty ; +\infty [$

mais $\sqrt{u}$ n'existe *que* pour les u de $[0 ; +\infty [$!

$\Rightarrow$ *obligation* d'étudier avant la résolution l'existence de l'énoncé.

L'énoncé existe pour les x de $[0 ; +\infty [$

$(\sqrt{x})^2 < 5 \Longleftrightarrow x < 5 \Rightarrow S = [0 ; 5 [$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S =]\,0\,;2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \iff x < 2 \implies S =]\,0\,;\,2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S =]\,0\,;2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S =] 0 ; 2 [$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

$\Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$$e^{\ln(x)} < 2 \iff x < 2 \implies S =]\,0\,;2\,[$$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \iff \underbrace{\ln(x) < \ln(6) - \ln(3)}_{\text{antécédents}}$$

$$\iff \underbrace{e^{\ln(x)} < e^{\ln(6)-\ln(3)}}_{\text{images}}$$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \iff x < 2 \implies$ S = **] 0 ; 2 [**

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \iff \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\iff e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\iff x < e^{\ln(6) - \ln(3)}$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S =]\,0\,;2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\Longleftrightarrow x < e^{\ln(6) - \ln(3)} = \ldots ?$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$e^{\ln(x)} < 2 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow S =]\,0\,;2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Leftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\Leftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\Leftrightarrow x < e^{\ln(6) - \ln(3)} = 2$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow$ S = **] 0 ; 2 [**

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\Longleftrightarrow x < e^{\ln(6) - \ln(3)} = 2$ *avec la calculatrice* ?

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow$ S = **] 0 ; 2 [**

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\Longleftrightarrow x < e^{\ln(6) - \ln(3)} \approx 2$ *avec la calculatrice*

(on ne peut être sûr que ce soit une valeur exacte)

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$e^{\ln(x)} < 2 \iff x < 2 \quad \Longrightarrow \quad S =] 0 ; 2 [$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \iff \ln (x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\iff e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\iff x < e^{\ln(6) - \ln(3)} = e^{\ln(6 / 3)} = e^{\ln(2)}$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S =]\,0\,;2\,[$$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$$

antécédents

$\Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$$\Longleftrightarrow x < e^{\ln(6) - \ln(3)} = e^{\ln(6/3)} = e^{\ln(2)} = 2$$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S = \left]\,0\,;2\,\right[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\Longleftrightarrow x < e^{\ln(6) - \ln(3)} = e^{\ln(6/3)} = e^{\ln(2)} = 2$

L'énoncé existe pour les x de] 0 ; + ∞ [$\Longrightarrow$ S = …

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S =] 0 ; 2 [$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \ln(x) < \ln(6) - \ln(3)$

antécédents

$\Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(6) - \ln(3)}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

images

$\Longleftrightarrow x < e^{\ln(6) - \ln(3)} = e^{\ln(6/3)} = e^{\ln(2)} = 2$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [\Longrightarrow S =] 0 ; 2 [$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$$e^{\ln(x)} < 2 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow S =]\,0\,;2\,[$$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

Autre méthode :

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$e^{\ln(x)} < 2 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow S =]\,0\,;2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

Autre méthode :

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Leftrightarrow \ln(\,3 \times x\,) < \ln(6)$

$\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$e^{\ln(x)} < 2 \iff x < 2 \implies S =]\,0\,;2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

Autre méthode :

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \iff \underbrace{\ln(3 \times x) < \ln(6)}_{images}$

$\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

$\iff \underbrace{3x < 6}_{antécédents}$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$e^{\ln(x)} < 2 \iff x < 2 \implies S =]\,0\,;2\,[$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$ ***Autre méthode :***

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \iff \ln(3 \times x) < \ln(6)$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\iff 3x < 6$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

antécédents

variante : $\ln(3 \times x) < \ln(6) \iff e^{\ln(3x)} < e^{\ln(6)}$

antécédents *images*

car la fonction e^x est str. croissante sur $]-\infty\,;+\infty\,[\iff 3x < 6$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$e^{\ln(x)} < 2 \Longleftrightarrow x < 2 \Longrightarrow S =] 0 ; 2 [$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

Autre méthode :

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Longleftrightarrow \underbrace{\ln (3 \times x) < \ln(6)}_{images}$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

$\Longleftrightarrow \underbrace{3x < 6}_{antécédents}$ car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$\Longleftrightarrow x < 2$

1°) $e^{\ln(x)} < 2$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$e^{\ln(x)} < 2 \Leftrightarrow x < 2 \quad \Rightarrow \quad S =] 0 ; 2 [$

2°) $\ln(x) + \ln(3) < \ln(6)$

Autre méthode :

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x) + \ln(3) < \ln(6) \Leftrightarrow \ln (3 \times x) < \ln(6)$ $\quad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\Leftrightarrow 3x < 6$ car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; + \infty [$

antécédents

$\Leftrightarrow x < 2$

L'énoncé existe pour les x de $] 0 ; + \infty [\quad \Rightarrow \quad S =] 0 ; 2 [$

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois …* méthodes qui utilisent

soit … *soit …*

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction $\ln$:

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\ln(x) < \ln(a)$ $\Leftrightarrow$ …

car la fonction ln …

$\ln(x) < \ln(a)$ $\Leftrightarrow$ …

car la fonction e^x …

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\ln(x) < \ln(a) \Longleftrightarrow x < a$

car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x) < \ln(a) \Longleftrightarrow$ …

car la fonction e^x …

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\ln(x) < \ln(a) \Leftrightarrow x < a$

car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; +\infty [$

$\ln(x) < \ln(a) \Leftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(a)}$

car la fonction e^x est str. croissante sur $] -\infty ; +\infty [$ $\Leftrightarrow x < a$

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{images}} \Leftrightarrow \underbrace{x < a}_{\textit{antécédents}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{antécédents}} \Leftrightarrow \underbrace{e^{\ln(x)} < e^{\ln(a)}}_{\textit{images}}$

car la fonction e^x est str. croissante sur $]-\infty\,;+\infty\,[$ $\Leftrightarrow x < a$

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{images}} \Longleftrightarrow \underbrace{x < a}_{\textit{antécédents}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $] \, 0 \, ; + \infty \, [$

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{antécédents}} \Longleftrightarrow \underbrace{e^{\ln(x)} < e^{\ln(a)}}_{\textit{images}}$

car la fonction e^x est str. croissante sur $] - \infty \, ; + \infty \, [$ $\Longleftrightarrow x < a$

$e^x < e^a \Longleftrightarrow$ …

car la fonction ln …

$e^x < e^a \Longleftrightarrow$ …

car la fonction e^x …

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{images}} \Leftrightarrow \underbrace{x < a}_{\textit{antécédents}}$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{antécédents}} \Leftrightarrow \underbrace{e^{\ln(x)} < e^{\ln(a)}}_{\textit{images}}$

car la fonction e^x est str. croissante sur] - ∞ ; + ∞ [$\Leftrightarrow$ $x < a$

$e^x < e^a \Leftrightarrow \ln(e^x) < \ln(e^a)$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [$\Leftrightarrow$ $x < a$

$e^x < e^a \Leftrightarrow$ …

car la fonction e^x …

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{images}} \Longleftrightarrow \underbrace{x < a}_{\textit{antécédents}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $] \, 0 \, ; +\infty \, [$

$\underbrace{\ln(x) < \ln(a)}_{\textit{antécédents}} \Longleftrightarrow \underbrace{e^{\ln(x)} < e^{\ln(a)}}_{\textit{images}}$

car la fonction e^x est str. croissante sur $] -\infty \, ; +\infty \, [$ $\Longleftrightarrow x < a$

$e^x < e^a \Longleftrightarrow \ln(\, e^x \,) < \ln(\, e^a \,)$

car la fonction ln est str. croissante sur $] \, 0 \, ; +\infty \, [$ $\Longleftrightarrow x < a$

$e^x < e^a \Longleftrightarrow x < a$

car la fonction e^x est str. croissante sur $] -\infty \, ; +\infty \, [$

Résumé :

Pour résoudre des inéquations du type $\ln(x) < \ln(a)$ ou $e^x < e^a$

on a *à chaque fois deux* méthodes qui utilisent

soit la fonction e^x *soit* la fonction ln :

$\ln(x) < \ln(a) \Longleftrightarrow x < a$

images *antécédents*

car la fonction ln est str. croissante sur $]\, 0 \,;\, +\infty\, [$

$\ln(x) < \ln(a) \Longleftrightarrow e^{\ln(x)} < e^{\ln(a)}$

antécédents *images*

car la fonction e^x est str. croissante sur $]\, -\infty \,;\, +\infty\, [$ $\Longleftrightarrow x < a$

$e^x < e^a \Longleftrightarrow \ln(\, e^x\,) < \ln(\, e^a\,)$

antécédents *images*

car la fonction ln est str. croissante sur $]\, 0 \,;\, +\infty\, [$ $\Longleftrightarrow x < a$

$e^x < e^a \Longleftrightarrow x < a$

images *antécédents*

car la fonction e^x est str. croissante sur $]\, -\infty \,;\, +\infty\, [$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si …

→ pour les x de …

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L’énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Longleftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Longrightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3) \Leftrightarrow \ln(x + 3) < \ln(3x)$ $\quad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

3°) $\ln(x+3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Longleftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Longrightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x+3) < \ln(x) + \ln(3) \Longleftrightarrow \ln(x+3) < \ln(3x)$ $\qquad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

$\Longleftrightarrow x + 3 < 3x$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3) \Leftrightarrow \underbrace{\ln(x + 3) < \ln(3x)}_{images}$ $\quad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

$\Leftrightarrow \underbrace{x + 3 < 3x}_{antécédents}$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3) \Leftrightarrow \underbrace{\ln(x + 3) < \ln(3x)}_{\textit{images}}$ $\quad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

$\Leftrightarrow \underbrace{x + 3 < 3x}_{\textit{antécédents}}$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

Autre méthode : $\underbrace{\ln(x + 3) < \ln(3x)}_{\textit{antécédents}}$

$\Leftrightarrow \underbrace{e^{\ln(x + 3)} < e^{\ln(3x)}}_{\textit{images}}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow x + 3 < 3x$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3) \Leftrightarrow \underset{\textit{images}}{\ln(x + 3) < \ln(3x)}$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a\times b)$

$\Leftrightarrow \underset{\textit{antécédents}}{x + 3 < 3x}$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

Autre méthode : $\underset{\textit{antécédents}}{\ln(x + 3) < \ln(3x)}$

$\Leftrightarrow \underset{\textit{images}}{e^{\ln(x + 3)} < e^{\ln(3x)}}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow x + 3 < 3x$

Variante : $\underset{\textit{antécédents}}{\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)}$

$\Leftrightarrow \underset{\textit{images}}{e^{\ln(x + 3)} < e^{\ln(x)+\ln(3)}}$ car la fonction e^x est str. croissante sur $\mathbb{R}$

$= e^{\ln(x)}\times e^{\ln(3)} \Leftrightarrow x + 3 < x\times 3$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3) \Leftrightarrow \underbrace{\ln(x + 3) < \ln(3x)}_{\textit{images}}$ $\quad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a\times b)$

$\Leftrightarrow \underbrace{x + 3 < 3x}_{\textit{antécédents}}$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Longleftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Longrightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3) \Longleftrightarrow \ln(x + 3) < \ln(3x)$ $\quad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a\times b)$

images

$\Longleftrightarrow$ $x + 3 < 3x$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

antécédents

$\Longleftrightarrow x - 3x < 0 - 3 \Longleftrightarrow -2x < -3 \Longleftrightarrow x > \dfrac{-3}{-2} = 1{,}5$

division par un negatif

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Longleftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Longrightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$ $\Longleftrightarrow$ $\ln(x + 3) < \ln(3x)$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a\times b)$

images

$\Longleftrightarrow$ $x + 3 < 3x$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

antécédents

$\Longleftrightarrow$ $x - 3x < 0 - 3$ $\Longleftrightarrow$ $-2x < -3$ $\Longleftrightarrow$ $x > \dfrac{-3}{-2} = 1{,}5$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$ $\Longrightarrow$ $S =]\,1{,}5\,;+\infty\,[$

3°) $\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3)$

L'énoncé existe si $x + 3 > 0$ et $x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x > -3$ et $x > 0$

$\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(x + 3) < \ln(x) + \ln(3) \Leftrightarrow \ln(x + 3) < \ln(3x)$ $\quad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\Leftrightarrow x + 3 < 3x$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

antécédents

$\Leftrightarrow x - 3x < 0 - 3 \Leftrightarrow -2x < -3 \Leftrightarrow x > \dfrac{-3}{-2} = 1{,}5$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$ $\Rightarrow$ $S = \mathbf{]\,1{,}5\,;+\infty\,[}$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Leftrightarrow$ $x > 0$ $\Rightarrow$ pour les x de $] 0 ; + \infty [$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\iff x > 0 \implies$ pour les x de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \iff \ln\left(\frac{3x}{x}\right) \geq \ln(2x)$ $\quad \ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Leftrightarrow x > 0 \Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Leftrightarrow \ln\left(\frac{3x}{x}\right) \underset{\textit{images}}{\geq} \ln(2x)$ $\quad \ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)$

$\Leftrightarrow 3 \underset{\textit{antécédents}}{\geq} 2x$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

4°) ln(3x) – ln(x) ≥ ln(3x – x)

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Longleftrightarrow$ $x > 0$ $\Longrightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Longleftrightarrow \ln\left(\frac{3x}{x}\right) \underset{\textit{images}}{\geq} \ln(2x)$$

ln(a) – ln(b) = ln(a/b)

$\Longleftrightarrow$ $3 \underset{\textit{antécé}}{\geq} 2x$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$$\Longleftrightarrow x \leq \frac{3}{2} = 1{,}5$$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Longleftrightarrow x > 0 \Longrightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Longleftrightarrow \ln\left(\frac{3x}{x}\right) \underset{\textit{images}}{\geq} \ln(2x)$ ln(a) – ln(b) = ln(a/b)

$\Longleftrightarrow 3 \underset{\textit{antécé}}{\geq} 2x$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

$\Longleftrightarrow x \leq \frac{3}{2} = 1{,}5$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[\Longrightarrow S = \mathbf{]\,0\,;1{,}5\,]}$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Leftrightarrow$ $x > 0$ $\Rightarrow$ pour les x de $]\, 0 \,;\, +\infty\, [$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Leftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Longleftrightarrow$ $x > 0$ $\Longrightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Longleftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

$\Longleftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x^2)$

$\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Leftrightarrow x > 0 \Rightarrow$ pour les x de $] 0 ; + \infty [$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Leftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

$\Leftrightarrow \ln(3x) \underset{images}{\geq} \ln(2x^2)$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

$\Leftrightarrow 3x \underset{antécédents}{\geq} 2x^2$ car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; + \infty [$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Leftrightarrow$ $x > 0$ $\Rightarrow$ pour les x de $] 0 ; + \infty [$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Leftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

$\Leftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x^2)$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\Leftrightarrow 3x \geq 2x^2$ car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; + \infty [$

antécédents

$\Leftrightarrow 3x - 2x^2 \geq 0$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Longleftrightarrow$ $x > 0$ $\Longrightarrow$ pour les x de $]\, 0 \,;\, +\infty\, [$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Longleftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

$\Longleftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x^2)$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\Longleftrightarrow 3x \geq 2x^2$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\, 0 \,;\, +\infty\, [$

antécédents

$\Longleftrightarrow 3x - 2x^2 \geq 0 \Longleftrightarrow x\,(\,3 - 2x\,) \geq 0$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Leftrightarrow$ $x > 0$ $\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Leftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(3x) \geq \ln(2x^2)$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\Leftrightarrow$ $3x \geq 2x^2$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

antécédents

$\Leftrightarrow 3x - 2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x\,(\,3 - 2x\,) \geq 0$

x est dans $]\,0\,;+\infty\,[$ $\Leftrightarrow$ $x > 0$ $\Rightarrow$ $3 - 2x \geq 0$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Longleftrightarrow$ $x > 0$ $\Longrightarrow$ pour les x de $] 0 ; +\infty [$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Longleftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

$\Longleftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x^2)$ $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\Longleftrightarrow 3x \geq 2x^2$ car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; +\infty [$

antécédents

$\Longleftrightarrow 3x - 2x^2 \geq 0 \Longleftrightarrow x (3 - 2x) \geq 0$

x est dans $] 0 ; +\infty [$ $\Longleftrightarrow x > 0 \Longrightarrow 3 - 2x \geq 0$

$\Longleftrightarrow -2x \geq 0 - 3 \Longleftrightarrow x \leq \dfrac{-3}{-2} = 1,5$

4°) $\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x)$

L'énoncé existe si $3x > 0$ et $x > 0$ et $3x - x > 0$

$\Leftrightarrow$ $x > 0$ $\Rightarrow$ pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$

Autre possibilité :

$\ln(3x) - \ln(x) \geq \ln(3x - x) \Leftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x) + \ln(x)$

$\Leftrightarrow \ln(3x) \geq \ln(2x^2)$ $\qquad \ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$

images

$\Leftrightarrow 3x \geq 2x^2$ car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

antécédents

$\Leftrightarrow 3x - 2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x\,(\,3 - 2x\,) \geq 0$

x est dans $]\,0\,;+\infty\,[\Leftrightarrow x > 0 \Rightarrow 3 - 2x \geq 0$

$\Leftrightarrow -\,2x \geq 0 - 3 \Leftrightarrow x \leq \dfrac{-\,3}{-\,2} = 1{,}5$

L'énoncé existe pour les x de $]\,0\,;+\infty\,[$ $\Rightarrow$ $S = \mathbf{]\,0\,;1{,}5\,]}$

5°) $e^{\ln(5)} > 1 + \ln\left(e^{x+7} \right)$

5°) $e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7})$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de $] 0 ; + \infty [$ $\Rightarrow$ $\ln(5)$ existe

et e^u existe pour *tous* les u de $] - \infty ; + \infty [$ $\Rightarrow$ e^{x+7} existe

et $e^u > 0$ $\Rightarrow$ $e^{x+7} > 0$ $\Rightarrow$ $\ln (e^{x+7})$ existe

$\Rightarrow$ l'énoncé existe pour les x de $] - \infty ; + \infty [$

5°) $e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7})$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de $] 0 ; + \infty [$ $\Longrightarrow$ $\ln(5)$ existe

et e^u existe pour *tous* les u de $] - \infty ; + \infty [$ $\Longrightarrow$ e^{x+7} existe

et $e^u > 0$ $\Longrightarrow$ $e^{x+7} > 0$ $\Longrightarrow$ $\ln (e^{x+7})$ existe

$\Longrightarrow$ l'énoncé existe pour les x de $] - \infty ; + \infty [$

$e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7}) \Longleftrightarrow 5 > 1 + (x + 7)$ $\ln(e^u) = u = e^{\ln(u)}$ si $u > 0$

5°) $e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7})$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de $] 0 ; + \infty [$ ⟹ $\ln(5)$ existe

et e^u existe pour *tous* les u de $] - \infty ; + \infty [$ ⟹ e^{x+7} existe

et $e^u > 0$ ⟹ $e^{x+7} > 0$ ⟹ $\ln (e^{x+7})$ existe

⟹ l'énoncé existe pour les x de $] - \infty ; + \infty [$

$e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7}) \iff 5 > 1 + (x + 7)$ $\ln(e^u) = u = e^{\ln(u)}$ si $u > 0$

$\iff - x > 1 + 7 - 5 = 3 \iff x < \dfrac{3}{- 1} = - 3$

5°) $e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7})$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de] 0 ; + ∞ [$\Rightarrow$ $\ln(5)$ existe

et e^{u} existe pour *tous* les u de] - ∞ ; + ∞ [$\Rightarrow$ e^{x+7} existe

et $e^{u} > 0$ $\Rightarrow$ $e^{x+7} > 0$ $\Rightarrow$ $\ln (e^{x+7})$ existe

$\Rightarrow$ l'énoncé existe pour les x de] - ∞ ; + ∞ [

$e^{\ln(5)} > 1 + \ln (e^{x+7}) \Leftrightarrow 5 > 1 + (x + 7)$ $\quad \ln(e^{u}) = u = e^{\ln(u)}$ si $u > 0$

$\Leftrightarrow - x > 1 + 7 - 5 = 3 \Leftrightarrow x < \dfrac{3}{-1} = - 3$

L'énoncé existe pour les x de] - ∞ ; + ∞ [$\Rightarrow$ **S =] - ∞ ; - 3 [**

6°) $\ln(e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)}$

6°) $\ln (e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)}$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de $] 0 ; + \infty [\Rightarrow - 4x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

et e^u existe pour *tous* les u de $] - \infty ; + \infty [\Rightarrow e^{x+1}$ existe

et $e^u > 0 \Rightarrow e^{x+1} > 0 \Rightarrow \ln (e^{x+1})$ existe

6°) $\ln(e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)}$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de $]0 ; +\infty[$ $\Rightarrow$ $-4x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x < 0$

et e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty ; +\infty[$ $\Rightarrow$ e^{x+1} existe

et $e^u > 0$ $\Rightarrow$ $e^{x+1} > 0$ $\Rightarrow$ $\ln(e^{x+1})$ existe

$\Rightarrow$ l'énoncé existe pour les x de $]-\infty ; 0[$

6°) $\ln(e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)}$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de] 0 ; + ∞ [⟹ $-4x > 0$ ⟺ $x < 0$

et e^u existe pour *tous* les u de] - ∞ ; + ∞ [⟹ e^{x+1} existe

et $e^u > 0$ ⟹ $e^{x+1} > 0$ ⟹ $\ln(e^{x+1})$ existe

⟹ l'énoncé existe pour les x de] - ∞ ; 0 [

$\ln(e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)} \iff x + 1 > -4x$ $\ln(e^u) = u = e^{\ln(u)}$ si $u > 0$

$\iff x + 4x > -1 \iff 5x > -1 \iff x > \dfrac{-1}{5} = -0{,}2$

6°) $\ln(e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)}$

$\ln(u)$ n'existe *que* pour les u de $]0\,;+\infty[$ $\Rightarrow$ $-4x > 0$ $\Leftrightarrow$ $x < 0$

et e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty\,;+\infty[$ $\Rightarrow$ e^{x+1} existe

et $e^u > 0$ $\Rightarrow$ $e^{x+1} > 0$ $\Rightarrow$ $\ln(e^{x+1})$ existe

$\Rightarrow$ l'énoncé existe pour les x de $]-\infty\,;0[$

$\ln(e^{x+1}) > e^{\ln(-4x)}$ $\Leftrightarrow$ $x + 1 > -4x$ $\qquad \ln(e^u) = u = e^{\ln(u)}$ si $u > 0$

$\Leftrightarrow$ $x + 4x > -1$ $\Leftrightarrow$ $5x > -1$ $\Leftrightarrow$ $x > \dfrac{-1}{5} = -0{,}2$

L'énoncé existe pour les x de $]-\infty\,;0[$ $\Rightarrow$ $S =$ **$]-0{,}2\,;0[$**

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty ; +\infty[$ $\Longrightarrow$ e^{3x^2-6x} existe

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty\,;+\infty[$ $\Longrightarrow$ e^{3x^2-6x} existe

$e^{3x^2-6x} < 1 \iff \underbrace{e^{3x^2-6x} < e^0}_{\textit{images}} \iff \underbrace{3x^2 - 6x < 0}_{\textit{antécédents}}$

car la fonction exponentielle est str. croissante sur $]-\infty\,;+\infty[$

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

e^u existe pour *tous* les u de] - ∞ ; + ∞ [⟹ e^{3x^2-6x} existe

$e^{3x^2-6x} < 1 \iff \underset{images}{e^{3x^2-6x} < e^0} \iff \underset{antécédents}{3x^2 - 6x < 0}$

car la fonction exponentielle est str. croissante sur] - ∞ ; + ∞ [

$\iff 3x (x - 2) < 0$ que l'on va résoudre avec …

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty\,;+\infty[$ ⟹ e^{3x^2-6x} existe

$e^{3x^2-6x} < 1 \iff e^{3x^2-6x} \underset{\textit{images}}{<} e^0 \iff 3x^2 - 6x \underset{\textit{antécédents}}{<} 0$

car la fonction exponentielle est str. croissante sur $]-\infty\,;+\infty[$

$\iff 3x(x-2) < 0$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
x – 2	
x	
x(x-2)	

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty\,;+\infty[$ ⟹ e^{3x^2-6x} existe

$e^{3x^2-6x} < 1 \iff e^{3x^2-6x} \underset{\textit{images}}{<} e^0 \iff 3x^2 - 6x \underset{\textit{antécédents}}{<} 0$

car la fonction exponentielle est str. croissante sur $]-\infty\,;+\infty[$

$\iff 3x(x-2) < 0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x – 2		–		–	0	+	
x		–	0	+		+	
x(x-2)		+	0	–	0	+	

7°) $e^{3x^2-6x} < 1$

e^u existe pour *tous* les u de $]-\infty\,;+\infty[$ $\Longrightarrow$ e^{3x^2-6x} existe

$e^{3x^2-6x} < 1 \Longleftrightarrow \underbrace{e^{3x^2-6x} < e^0}_{\textit{images}} \Longleftrightarrow \underbrace{3x^2 - 6x < 0}_{\textit{antécédents}}$

car la fonction exponentielle est str. croissante sur $]-\infty\,;+\infty[$

$\Longleftrightarrow 3x(x-2) < 0$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x – 2		–		–	0	+	
x		–	0	+		+	
x(x-2)		+	0	–	0	+	

$3x(x-2) < 0$ pour les x de $]0\,;2[$ $\Longrightarrow$ $S =]0\,;2[$

8°) $\ln(x - 3) \times \ln(0,2) > 0$

$8°)$ $\ln(x - 3) \times \ln(0,2) > 0$

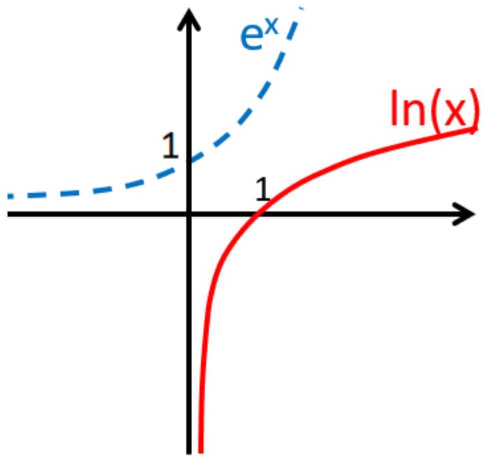
L'énoncé existe si $x - 3 > 0 \Longrightarrow$ pour les x de $] 3 ; + \infty [$

8°) $\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0$

L'énoncé existe si $x - 3 > 0$ ⟹ pour les x de $]\,3\,;+\infty\,[$

$\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0$ ⟺ $\ln(x-3) < 0 \,/\, \ln(0{,}2) = 0$

division par un négatif : $0{,}2 < 1$ ⟹ $\ln(0{,}2) < 0$

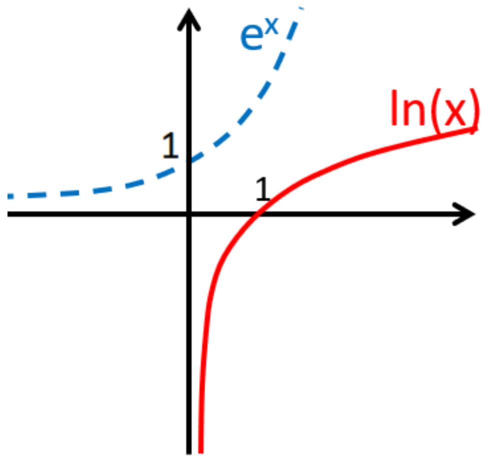


8°) $\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0$

L'énoncé existe si $x - 3 > 0$ ⟹ pour les x de $]\,3\,;+\infty\,[$

$\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0 \iff \ln(x-3) < 0 \,/\, \ln(0{,}2) = 0$

division par un négatif : $0{,}2 < 1 \Rightarrow \ln(0{,}2) < 0$



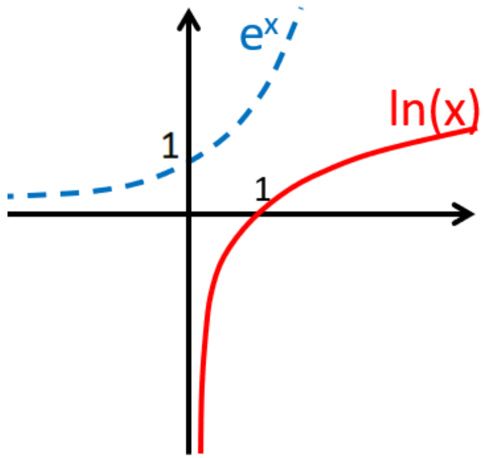
$\iff \ln(x-3) < 0 = \ln(1)$

8°) $\ln(x-3) \times \ln(0,2) > 0$

L'énoncé existe si $x - 3 > 0$ ⟹ pour les x de $]\,3\,;+\infty\,[$

$\ln(x-3) \times \ln(0,2) > 0 \iff \ln(x-3) < 0 / \ln(0,2) = 0$

division par un négatif : $0,2 < 1$ ⟹ $\ln(0,2) < 0$



$\iff \underbrace{\ln(x-3) < 0 = \ln(1)}_{\textit{images}}$

$\iff \underbrace{x - 3 < 1}_{\textit{antécédents}}$

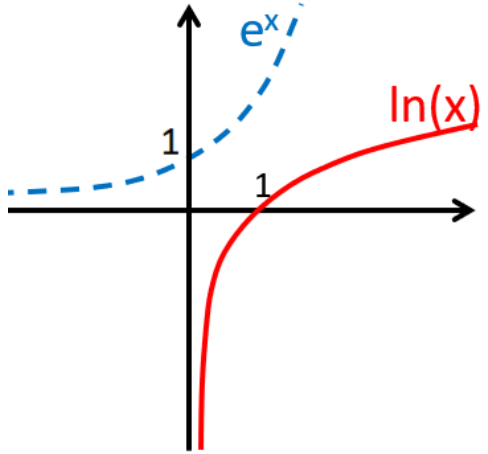
car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$

8°) $\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0$

L'énoncé existe si $x - 3 > 0$ ⟹ pour les x de $]\,3\,;+\infty\,[$

$\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0$ ⟺ $\ln(x-3) < 0 / \ln(0{,}2) = 0$

division par un négatif : $0{,}2 < 1$ ⟹ $\ln(0{,}2) < 0$



⟺ $\underbrace{\ln(x-3) < 0 = \ln(1)}_{\textit{images}}$

⟺ $\underbrace{x - 3 < 1}_{\textit{antécédents}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$ ⟺ $x < 4$

8°) $\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0$

L’énoncé existe si $x - 3 > 0 \Longrightarrow$ pour les x de $]\,3\,;+\infty\,[$

$\ln(x-3) \times \ln(0{,}2) > 0 \Longleftrightarrow \ln(x-3) < 0 \,/\, \ln(0{,}2) = 0$

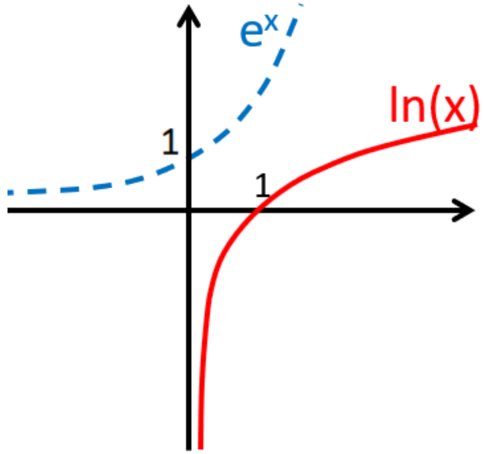
division par un négatif : $0{,}2 < 1 \Longrightarrow \ln(0{,}2) < 0$

$\Longleftrightarrow \ln(x-3) < 0 = \ln(1)$

images

$\Longleftrightarrow x - 3 < 1$

antécédents



car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$ $\Longleftrightarrow x < 4$

L’énoncé existe pour les x de $]\,3\,;+\infty\,[\Longrightarrow S = \mathbf{]\,3\,;4\,[}$

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ $\Rightarrow$ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

$\Rightarrow$ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ ⇒ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de] - ∞ ; + ∞ [

⇒ l'énoncé existe pour tous les x de] - ∞ ; + ∞ [

$\underbrace{2^{3x+2} < 3^{4x-7}}_{\textit{antécédents}}$ ⇔ $\underbrace{\ln(2^{3x+2}) < \ln(3^{4x-7})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ ⟹ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de $]-\infty ; +\infty[$

⟹ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty ; +\infty[$

$\underbrace{2^{3x+2} < 3^{4x-7}}_{\textit{antécédents}} \Longleftrightarrow \underbrace{\ln(2^{3x+2}) < \ln(3^{4x-7})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0 ; +\infty[$

$\Longleftrightarrow (3x + 2)\ln(2) < (4x - 7)\ln(3)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\Longleftrightarrow$ x ...

faire les deux développements puis rassembler les x

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ ⟹ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

⟹ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

$\underbrace{2^{3x+2} < 3^{4x-7}}_{\textit{antécédents}} \iff \underbrace{\ln(2^{3x+2}) < \ln(3^{4x-7})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty[$

$\iff (3x+2)\ln(2) < (4x-7)\ln(3)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\iff 3x\ln(2) + 2\ln(2) < 4x\ln(3) - 7\ln(3)$

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ ⇒ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

⇒ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

$\underset{\textit{antécédents}}{2^{3x+2} < 3^{4x-7}} \iff \underset{\textit{images}}{\ln(2^{3x+2}) < \ln(3^{4x-7})}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]\,0\,;+\infty[$

$\iff (3x+2)\ln(2) < (4x-7)\ln(3)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\iff 3x\ln(2) + 2\ln(2) < 4x\ln(3) - 7\ln(3)$

$\iff 3x\ln(2) - 4x\ln(3) < -7\ln(3) - 2\ln(2)$

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ ⟹ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

⟹ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

$\underbrace{2^{3x+2} < 3^{4x-7}}_{\textit{antécédents}} \Longleftrightarrow \underbrace{\ln(2^{3x+2}) < \ln(3^{4x-7})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0\,;+\infty[$

$\Longleftrightarrow (3x+2)\ln(2) < (4x-7)\ln(3)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\Longleftrightarrow 3x\ln(2) + 2\ln(2) < 4x\ln(3) - 7\ln(3)$

$\Longleftrightarrow 3x\ln(2) - 4x\ln(3) < -7\ln(3) - 2\ln(2)$

$\Longleftrightarrow x\,(3\ln(2) - 4\ln(3)) < -7\ln(3) - 2\ln(2)$

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ ⟹ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de $]-\infty ; +\infty[$

⟹ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty ; +\infty[$

$\underbrace{2^{3x+2} < 3^{4x-7}}_{\text{antécédents}} \iff \underbrace{\ln(2^{3x+2}) < \ln(3^{4x-7})}_{\text{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0 ; +\infty[$

$\iff (3x + 2)\ln(2) < (4x - 7)\ln(3)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\iff 3x\ln(2) + 2\ln(2) < 4x\ln(3) - 7\ln(3)$

$\iff 3x\ln(2) - 4x\ln(3) < -7\ln(3) - 2\ln(2)$

$\iff x(3\ln(2) - 4\ln(3)) < -7\ln(3) - 2\ln(2) \iff x > \dfrac{-7\ln(3) - 2\ln(2)}{3\ln(2) - 4\ln(3)}$

division par le négatif $3\ln(2) - 4\ln(3) \approx -2,3$

9°) $2^{3x+2} < 3^{4x-7}$

$2 > 0$ *et* $3 > 0$ ⟹ 2^u *et* 3^u existent pour tous les u de $]-\infty ; +\infty[$

⟹ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty ; +\infty[$

$\underbrace{2^{3x+2} < 3^{4x-7}}_{\text{antécédents}} \iff \underbrace{\ln(2^{3x+2}) < \ln(3^{4x-7})}_{\text{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0 ; +\infty[$

$\iff (3x + 2)\ln(2) < (4x - 7)\ln(3)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\iff 3x\ln(2) + 2\ln(2) < 4x\ln(3) - 7\ln(3)$

$\iff 3x\ln(2) - 4x\ln(3) < -7\ln(3) - 2\ln(2)$

$\iff x(3\ln(2) - 4\ln(3)) < -7\ln(3) - 2\ln(2) \iff x > \dfrac{-7\ln(3) - 2\ln(2)}{3\ln(2) - 4\ln(3)}$

l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty ; +\infty[$

calculatrice : ⟹ x est dans $\approx$ **$]3{,}92075617\ldots ; +\infty[$**

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ ⟹ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

⟹ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ $\Rightarrow$ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de] - ∞ ; + ∞ [

$\Rightarrow$ l'énoncé existe pour tous les x de] - ∞ ; + ∞ [

$\underbrace{7^{x+5} > 14^{2x+3}}_{\textit{antécédents}} \Leftrightarrow \underbrace{\ln(7^{x+5}) > \ln(14^{2x+3})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ $\Longrightarrow$ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

$\Longrightarrow$ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

$\underbrace{7^{x+5} > 14^{2x+3}}_{\textit{antécédents}} \Longleftrightarrow \underbrace{\ln(7^{x+5}) > \ln(14^{2x+3})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0\,;+\infty[$

$\Longleftrightarrow (x+5)\ln(7) > (2x+3)\ln(14)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ ⇒ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de $] -\infty ; +\infty [$

⇒ l'énoncé existe pour tous les x de $] -\infty ; +\infty [$

$\underbrace{7^{x+5} > 14^{2x+3}}_{\textit{antécédents}} \Leftrightarrow \underbrace{\ln(7^{x+5}) > \ln(14^{2x+3})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; +\infty [$

$\Leftrightarrow (x + 5) \ln(7) > (2x + 3) \ln(14)$ *car* $\ln(a^x) = x \ln(a)$

$\Leftrightarrow x \ln(7) + 5 \ln(7) > 2x \ln(14) + 3 \ln(14)$

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ $\Longrightarrow$ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de $] -\infty ; +\infty [$

$\Longrightarrow$ l'énoncé existe pour tous les x de $] -\infty ; +\infty [$

$\underbrace{7^{x+5} > 14^{2x+3}}_{\textit{antécédents}} \Longleftrightarrow \underbrace{\ln(7^{x+5}) > \ln(14^{2x+3})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $] 0 ; +\infty [$

$\Longleftrightarrow (x + 5) \ln(7) > (2x + 3) \ln(14)$ *car* $\ln(a^x) = x \ln(a)$

$\Longleftrightarrow x \ln(7) + 5 \ln(7) > 2x \ln(14) + 3 \ln(14)$

$\Longleftrightarrow x \ln(7) - 2x \ln(14) > 3 \ln(14) - 5 \ln(7)$

$10°)$ $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ ⟹ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

⟹ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

$\underbrace{7^{x+5} > 14^{2x+3}}_{\textit{antécédents}} \Leftrightarrow \underbrace{\ln(7^{x+5}) > \ln(14^{2x+3})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0\,;+\infty[$

$\Leftrightarrow (x+5)\ln(7) > (2x+3)\ln(14)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\Leftrightarrow x\ln(7) + 5\ln(7) > 2x\ln(14) + 3\ln(14)$

$\Leftrightarrow x\ln(7) - 2x\ln(14) > 3\ln(14) - 5\ln(7)$

$\Leftrightarrow x\,(\ln(7) - 2\ln(14)) > 3\ln(14) - 5\ln(7)$

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ $\Longrightarrow$ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de $]-\infty\,;+\infty[$

$\Longrightarrow$ l'énoncé existe pour tous les x de $]-\infty\,;+\infty[$

$\underbrace{7^{x+5} > 14^{2x+3}}_{\textit{antécédents}} \Longleftrightarrow \underbrace{\ln(7^{x+5}) > \ln(14^{2x+3})}_{\textit{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur $]0\,;+\infty[$

$\Longleftrightarrow (x+5)\ln(7) > (2x+3)\ln(14)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\Longleftrightarrow x\ln(7) + 5\ln(7) > 2x\ln(14) + 3\ln(14)$

$\Longleftrightarrow x\ln(7) - 2x\ln(14) > 3\ln(14) - 5\ln(7)$

$\Longleftrightarrow x\,(\ln(7) - 2\ln(14)) > 3\ln(14) - 5\ln(7) \Longleftrightarrow x < \dfrac{3\ln(14) - 5\ln(7)}{\ln(7) - 2\ln(14)}$

division par le négatif $\ln(7) - 2\ln(14) \approx -3{,}3$

10°) $7^{x+5} > 14^{2x+3}$

$7 > 0$ *et* $14 > 0$ $\Rightarrow$ 7^u *et* 14^u existent pour tous les u de] - ∞ ; + ∞ [

$\Rightarrow$ l'énoncé existe pour tous les x de] - ∞ ; + ∞ [

$\underbrace{7^{x+5} > 14^{2x+3}}_{\text{antécédents}} \Leftrightarrow \underbrace{\ln(7^{x+5}) > \ln(14^{2x+3})}_{\text{images}}$

car la fonction ln est str. croissante sur] 0 ; + ∞ [

$\Leftrightarrow (x + 5)\ln(7) > (2x + 3)\ln(14)$ *car* $\ln(a^x) = x\ln(a)$

$\Leftrightarrow x\ln(7) + 5\ln(7) > 2x\ln(14) + 3\ln(14)$

$\Leftrightarrow x\ln(7) - 2x\ln(14) > 3\ln(14) - 5\ln(7)$

$\Leftrightarrow x\,(\ln(7) - 2\ln(14)) > 3\ln(14) - 5\ln(7) \Leftrightarrow x < \dfrac{3\ln(14) - 5\ln(7)}{\ln(7) - 2\ln(14)}$

l'énoncé existe pour tous les x de] - ∞ ; + ∞ [

calculatrice : $\Rightarrow$ x est dans ≈ **] 0,5438978163... ; + ∞ [**