

chapitre 13 Complément au programme de Sti2D

chapitre 13 **Complément**

au programme de Sti2D

I Les Probabilités

chapitre 13 Complément

au programme de Sti2D

I Les Probabilités

1°) Les nombres de branches de l'arbre ayant k succès

chapitre 13 Complément

au programme de Sti2D

I Les Probabilités

1°) Les nombres de branches de l'arbre ayant **k succès** peuvent être donnés par la calculatrice.

chapitre 13 Complément

au programme de Sti2D

I Les Probabilités

1°) Les nombres de branches de l'arbre ayant k succès peuvent être donnés par la calculatrice.

Casio : Menu $\rightarrow$ Run $\rightarrow$ OPTN $\rightarrow$ PROB $\rightarrow$ nCr

On tape (par exemple) : 10 nCr 7 EXE ...

Texas : Math $\rightarrow$ PROB $\rightarrow$ nCr (ou combinaison pour certaines calculettes).

On tape (par exemple) : 10 nCr 7 EXE ...

chapitre 13 Complément

au programme de Sti2D

I Les Probabilités

1°) Les nombres de branches de l'arbre ayant k succès peuvent être donnés par la calculatrice.

Casio : Menu $\rightarrow$ Run $\rightarrow$ OPTN $\rightarrow$ PROB $\rightarrow$ nCr

On tape (par exemple) : 10 nCr 7 EXE 120

Texas : Math $\rightarrow$ PROB $\rightarrow$ nCr (ou combinaison pour certaines calculettes).

On tape (par exemple) : 10 nCr 7 EXE 120

2°) Critère de décision :

2°) Critère de décision :

Pour garder (ou rejeter) un échantillon, on utilise un critère, comme le **critère de confiance au seuil de 95%**.

2°) Critère de décision :

Pour garder (ou rejeter) un échantillon, on utilise un critère, comme le **critère de confiance au seuil de 95%**.

Selon ce critère, 95% des échantillons sont représentatifs du phénomène aléatoire, et ont leur fréquence dans

l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

2°) Critère de décision :

Pour garder (ou rejeter) un échantillon, on utilise un critère, comme le **critère de confiance au seuil de 95%**.

Selon ce critère, 95% des échantillons sont représentatifs du phénomène aléatoire, et ont leur fréquence dans

l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

Les autres (2,5% ayant une fréquence au-dessus, et 2,5% en-dessous, peuvent être considérés non représentatifs.

Exercice 1 :

Je lance 50 dés équilibrés.

1°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir 10 fois le 6 ?

2°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir au plus 13 fois le 5 ou le 6 ?

3°) Je lance 50 fois une pièce de monnaie, j'obtiens 46 Pile. La pièce est-elle truquée ? On utilisera le critère de confiance au seuil de 95%.

1°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir 10 fois le 6 ?

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 6).

1°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir 10 fois le 6 ?

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

X suit $\mathcal{B}(50 ; 1/6)$

1°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir 10 fois le 6 ?

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

X suit $\mathcal{B}(50 ; 1/6)$

On a alors $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$

1°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir 10 fois le 6 ?

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

X suit $\mathcal{B}(50 ; 1/6)$

On a alors $P(X = k) = (n ; k) p^k (1 - p)^{n - k}$

$$\Rightarrow P(X = 10) = (50 ; 10) (1/6)^{10} (5/6)^{40}$$

$(50 ; 10) = n^b$ de branches de l'arbre ayant 10 succès

1°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir 10 fois le 6 ?

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

X suit $\mathcal{B}(50 ; 1/6)$

On a alors $P(X = k) = (n ; k) p^k (1 - p)^{n - k}$

$$\Rightarrow P(X = 10) = (50 ; 10) (1/6)^{10} (5/6)^{40}$$

$(50 ; 10) = n^b$ de branches de l'arbre ayant 10 succès

A la calculatrice : $(50 ; 10) \approx 1,0272 \times 10^{10}$

1°) Quelle est la probabilité à 0,01% près d'obtenir 10 fois le 6 ?

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

X suit $\mathcal{B}(50; 1/6)$

On a alors $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$

$$\Rightarrow P(X = 10) = \binom{50}{10} (1/6)^{10} (5/6)^{40}$$

$\binom{50}{10}$ = n^b de branches de l'arbre ayant 10 succès

A la calculatrice : $\binom{50}{10} \approx 1,0272 \times 10^{10}$

$$P(X = 10) = 1,0272 \times 10^{10} (1/6)^{10} (5/6)^{40} \approx \mathbf{11,56\%}$$

2°) Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 5 ou le 6).

2°) Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 5 ou le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

Y suit $\mathcal{B}(50 ; 2/6)$

2°) Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 5 ou le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

Y suit $\mathcal{B}(50 ; 2/6)$

On a alors $P(Y = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$

2°) Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 5 ou le 6).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

Y suit $\mathcal{B}(50 ; 2/6)$

On a alors $P(Y = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

$$P(Y \leq 13) = P(Y = 0) + P(Y = 1) \\ + \dots + P(Y = 12) + P(Y = 13)$$

2°) Y suit $\beta(50 ; 2/6)$

On a alors $P(Y = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$

$$P(Y \leq 13) = P(Y = 0) + P(Y = 1) \\ + \dots + P(Y = 12) + P(Y = 13)$$

2°) Y suit $\mathcal{B}(50 ; 2/6)$

On a alors $P(Y = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

$$P(Y \leq 13) = P(Y = 0) + P(Y = 1) \\ + \dots + P(Y = 12) + P(Y = 13)$$

Menu RUN

Pour obtenir à la calculatrice tous les k de 0 à 50 :

Seq (X , X , 0 , 50 , 1) stock List 1 EXE

2°) Y suit $\mathcal{B}(50; 2/6)$

On a alors $P(Y = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

$$P(Y \leq 13) = P(Y = 0) + P(Y = 1) \\ + \dots + P(Y = 12) + P(Y = 13)$$

Menu RUN

Pour obtenir à la calculatrice tous les k de 0 à 50 :

Seq (X , X , 0 , 50 , 1) stock List 1 EXE

Tous les $\binom{n}{k}$: 50 nCr List 1 stock List 2 EXE

2°) Y suit $\beta(50 ; 2/6)$

On a alors $P(Y = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$

$$P(Y \leq 13) = P(Y = 0) + P(Y = 1) \\ + \dots + P(Y = 12) + P(Y = 13)$$

Menu RUN

Pour obtenir à la calculatrice tous les k de 0 à 50 :

Seq (X , X , 0 , 50 , 1) stock List 1 EXE

Tous les $\binom{n}{k}$: 50 nCr List 1 stock List 2 EXE

Tous les $P(Y = k)$: List 2 $\times$ $(2/6)^{\text{List 1}}$ $\times$
 $(4/6)^{(50 - \text{List 1})}$ stock List 3

2°) Y suit $\beta(50; 2/6)$

On a alors $P(Y = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$

$$P(Y \leq 13) = P(Y = 0) + P(Y = 1) \\ + \dots + P(Y = 12) + P(Y = 13)$$

Menu RUN

Pour obtenir à la calculatrice tous les k de 0 à 50 :

Seq (X , X , 0 , 50 , 1) stock List 1 EXE

Tous les $\binom{n}{k}$: 50 nCr List 1 stock List 2 EXE

Tous les $P(Y = k)$: List 2 $\times$ $(2/6)^{\text{List 1}}$ $\times$
 $(4/6)^{(50 - \text{List 1})}$ stock List 3

Tous les $P(Y \leq k)$: Cuml List 3 stock List 4

2°) A la calculatrice :

Menu RUN pour les actions

Menu STAT pour lire

les valeurs numériques

[illegible]

2°) A la calculatrice :

Menu RUN pour les actions

Menu STAT pour lire

les valeurs numériques

Seq (X , X , 0 , 50 , 1)

stock List 1 EXE

Seq et List se trouvent dans

Menu → Run

→ OPTN → LIST

k	(n ; k)	$p(X = k)$	$p(X \leq k)$
0			
1			
etc...			
12			
13			
etc...			

2°) A la calculatrice :

Menu RUN pour les actions

Menu STAT pour lire

les valeurs numériques

Seq (X , X , 0 , 50 , 1)

stock List 1 EXE

50 nCr List 1 stock List 2 EXE

nCr se trouve dans

Menu → Run → OPTN → Prob

k	(n ; k)	$p(X = k)$	$p(X \leq k)$
0	1		
1	50		
etc...			
12	1×10^{11}		
13	4×10^{11}		
etc...			

2°) A la calculatrice :

Menu RUN pour les actions

Menu STAT pour lire

les valeurs numériques

Seq (X , X , 0 , 50 , 1)

stock List 1 EXE

50 nCr List 1 stock List 2 EXE

List 2 $\times$ ((2/6) ^ List 1)

$\times$ ((4/6) ^ (50 – List 1))

stock List 3 EXE

k	(n ; k)	p(X = k)	p(X ≤k)
0	1	2×10^{-9}	
1	50	4×10^{-8}	
etc...			
12	1×10^{11}	0,0464	
13	4×10^{11}	0,0679	
etc...			

2°) A la calculatrice :

Menu RUN pour les actions

Menu STAT pour lire

les valeurs numériques

Seq (X , X , 0 , 50 , 1)

stock List 1 EXE

50 nCr List 1 stock List 2 EXE

List 2 $\times$ ((2/6) ^ List 1)

$\times$ ((4/6) ^ (50 – List 1))

stock List 3 EXE

Cuml List 3 stock List 4

k	(n ; k)	p(X = k)	p(X ≤k)
0	1	2×10^{-9}	2×10^{-9}
1	50	4×10^{-8}	4×10^{-8}
etc...			
12	1×10^{11}	0,0464	0,1035
13	4×10^{11}	0,0679	0,1714
etc...			

Cuml se trouve dans

OPTN → List

2°) A la calculatrice :

Menu RUN pour les actions

Menu STAT pour lire

les valeurs numériques

Seq (X , X , 0 , 50 , 1)

stock List 1 EXE

50 nCr List 1 stock List 2 EXE

List 2 $\times$ ((2/6) ^ List 1)

$\times$ ((4/6) ^ (50 – List 1))

stock List 3 EXE

Cuml List 3 stock List 4

k	(n ; k)	p(X = k)	p(X ≤k)
0	1	2×10^{-9}	2×10^{-9}
1	50	4×10^{-8}	4×10^{-8}
etc...			
12	1×10^{11}	0,0464	0,1035
13	4×10^{11}	0,0679	0,1714
etc...			

$$P(Y \leq 13) \approx 17,14 \%$$

Texas : 1°) Pour écrire tous les **k** de 0 à n sans les taper un à un :

2nd List → OPS → Seq (ou Suites pour certaines calculettes)

On tape : Seq (X , X , 0 , 10 , 1) stock L1 EXE

2°) Pour déterminer n'importe quel (**n ; k**) :

Math → PROB → nCr (ou combinaison)

On tape (par exemple pour k = 7) : 10 nCr 7 EXE

3°) Pour déterminer toutes les probabilités **P(X = k)** pour tous les k de 0 à n sans faire tous les calculs à la main :

On tape : (10 nCr L1) × ((1/3) ^ L1) × ((2/3) ^ (10 - L1)) stock L2

4°) Pour déterminer toutes les probabilités **P(X ≤ k)** pour tous les k de 0 à n sans faire tous les calculs à la main :

2nd List → OPS → Cuml qui signifie "Cumulées".

On tape : Cuml L2 stock L3

Puis on va dans le Menu Stat lire les valeurs numériques.

3°) Je lance 50 fois une pièce de monnaie,
j'obtiens 46 Pile. La pièce est-elle truquée ?
On utilisera le critère de confiance au seuil de
95%.

Selon ce critère, 95% des échantillons sont
représentatifs du phénomène aléatoire, et ont
leur fréquence dans l'intervalle

$$[p - 1/\sqrt{n} ; p + 1/\sqrt{n}].$$

Les autres (2,5% ayant une fréquence au-
dessus, et 2,5% en-dessous, peuvent être
considérés non représentatifs.

3°) Soit Z la variable aléatoire donnant le nombre k de succès (obtenir le 1, le 2 ou le 3).

La variable aléatoire suit une loi binomiale car :

- 1) on répète plusieurs fois la même expérience.
- 2) cette expérience n'a que 2 issues (Réussite ou Echec).
- 3) la variable aléatoire donne le nombre de Réussites.

Z suit $\mathcal{B}(50 ; 3/6)$

On a alors $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$

pour tous les nombres k de succès de 0 à 50

Etape 1 :

Tous les k de 0 à 50 :

on tape dans le Menu RUN

Seq (X , X , 0 , 50 , 1) stocké dans List 1

Seq et List se trouvent dans OPTN LIST

On peut vérifier dans Menu STAT
que tous les nombres de succès
de 0 à 50 sont bien en Liste 1

k
0
1
...
17
18
...
31
32
...
50

Etape 2 :

Toutes les nombres de branches
favorables de l'arbre :

on tape dans le Menu RUN

50 nCr List 1 stocké dans List 2

nCr se trouve dans OPTN PROB

On peut vérifier dans Menu STAT
que tous les nombres de branches
favorables de l'arbre sont bien en Liste 2

k	(n ; k) ≈
0	1
1	50
...	
17	1×10^{13}
18	2×10^{13}
...	
31	3×10^{13}
32	2×10^{13}
...	
50	1

Etape 3 :

Toutes les probabilités :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$$

on tape dans le Menu RUN

List 2 $\times$ (0,5 $^{\wedge}$ List 1)
 $\times$ (0,5 $^{\wedge}$ (50 $-$ List 1))
stocké dans List 3

On peut vérifier dans Menu STAT
que toutes les probabilités
sont bien en Liste 3

k	$\binom{n}{k}$ $\approx$	$p(X = k)$ $\approx$
0	1	8×10^{-16}
1	50	4×10^{-14}
...		
17	1×10^{13}	0,0087
18	2×10^{13}	0,016
...		
31	3×10^{13}	0,027
32	2×10^{13}	0,016
...		
50	1	8×10^{-16}

Etape 4 :

Toutes les proportions des échantillons par rapport à l'ensemble des échantillons :

on tape dans le Menu RUN

Cuml List 3 stocké dans List 4

Cuml se trouve dans OPTN LIST

On peut vérifier dans Menu STAT que toutes les proportions sont bien en Liste 4

k	(n ; k) ≈	p(X = k) ≈	p(X ≤ k) ≈
0	1	8×10^{-16}	8×10^{-16}
1	50	4×10^{-14}	4×10^{-14}
...			
17	1×10^{13}	0,0087	0,0164
18	2×10^{13}	0,016	0,0324
...			
31	3×10^{13}	0,027	0,9675
32	2×10^{13}	0,016	0,9835
...			
50	1	8×10^{-16}	1

Etape 5 :

Selon le critère de confiance
au seuil de 95%,

il y a une proportion de 2,5%
d'échantillons peu probables
et trop mauvais

k	(n;k) ≈	p(X=k) ≈	p(X≤k) ≈
0	1	8×10^{-16}	8×10^{-16}
1	50	4×10^{-14}	4×10^{-14}
...			
17	1×10^{13}	0,0087	0,0164
18	2×10^{13}	0,016	0,0324
...			
31	3×10^{13}	0,027	0,9675
32	2×10^{13}	0,016	0,9835
...			
50	1	8×10^{-16}	1

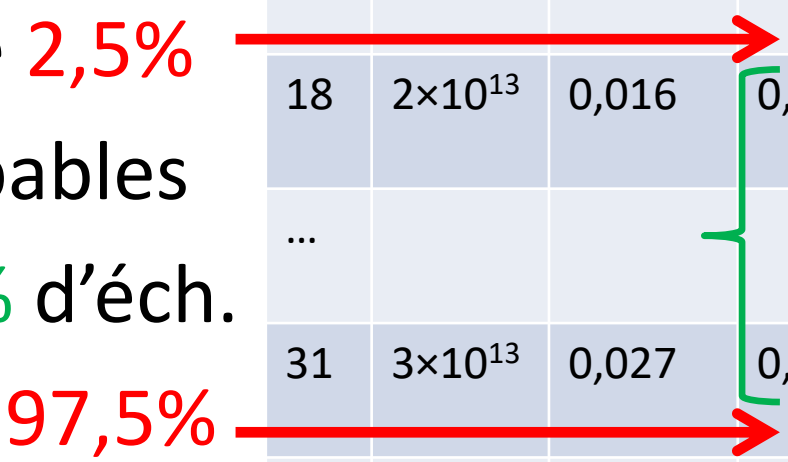


Etape 5 :

Selon le critère de confiance
au seuil de 95%,

il y a une proportion de 2,5%
d'échantillons peu probables
et trop mauvais, et 95% d'éch.
probables.

k	(n;k) ≈	p(X=k) ≈	p(X≤k) ≈
0	1	8×10^{-16}	8×10^{-16}
1	50	4×10^{-14}	4×10^{-14}
...			
17	1×10^{13}	0,0087	0,0164
18	2×10^{13}	0,016	0,0324
...			
31	3×10^{13}	0,027	0,9675
32	2×10^{13}	0,016	0,9835
...			
50	1	8×10^{-16}	1



Etape 5 :

Selon le critère de confiance
au seuil de 95%,

il y a une proportion de 2,5%
d'échantillons peu probables
et trop mauvais, et 95% d'éch.
probables.

L'intervalle de confiance selon
la définition est [18 ; 32].

k	(n;k) ≈	p(X=k) ≈	p(X≤k) ≈
0	1	8×10^{-16}	8×10^{-16}
1	50	4×10^{-14}	4×10^{-14}
...			
17	1×10^{13}	0,0087	0,0164
18	2×10^{13}	0,016	0,0324
...			
31	3×10^{13}	0,027	0,9675
32	2×10^{13}	0,016	0,9835
...			
50	1	8×10^{-16}	1

3°)

L'intervalle de confiance

est [18 ; 32],

46 n'en fait pas partie,

donc l'échantillon est peu probable

et non représentatif.

➡ les dés seraient-ils truqués ?

0,025

0,975

k	(n;k) ≈	p(X=k) ≈	p(X≤k) ≈
0	1	8×10^{-16}	8×10^{-16}
1	50	4×10^{-14}	4×10^{-14}
...			
17	1×10^{13}	0,0087	0,0164
18	2×10^{13}	0,016	0,0324
...			
31	3×10^{13}	0,027	0,9675
32	2×10^{13}	0,016	0,9835
...			
50	1	8×10^{-16}	1