

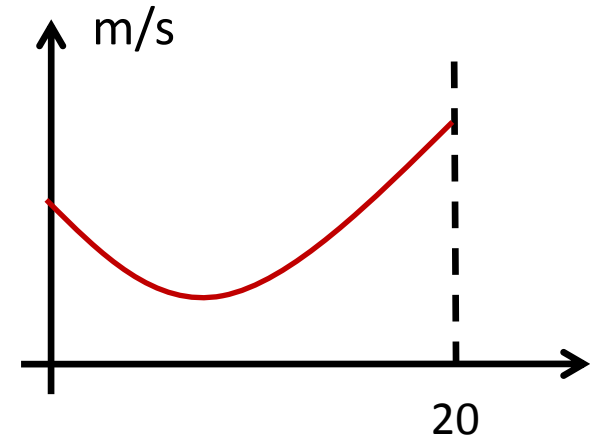
Les Intégrales

Exercice 1 : On doit déterminer, pour en déduire la note à l'épreuve EPS du bac, les moyennes de 2 candidats :

l'un a choisi Lancer de marteau avec 6 lancers,

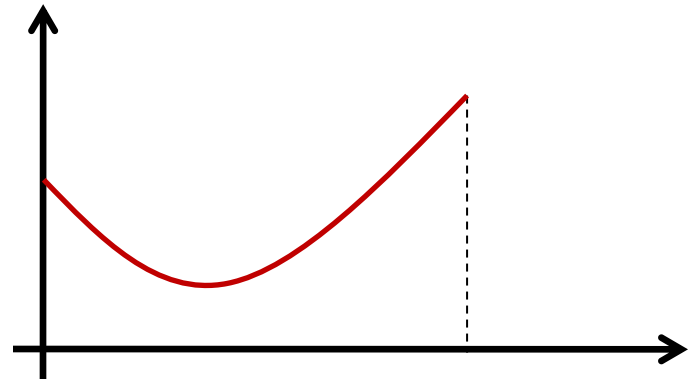
n°	1	2	etc...	20
m	20,2	20,4		24,4

et l'autre **Athlétisme** avec mesure en continu de sa vitesse pendant 20 s.



Lanceur de marteau : $y_{\text{moyen}} = \frac{\sum y_i}{N}$

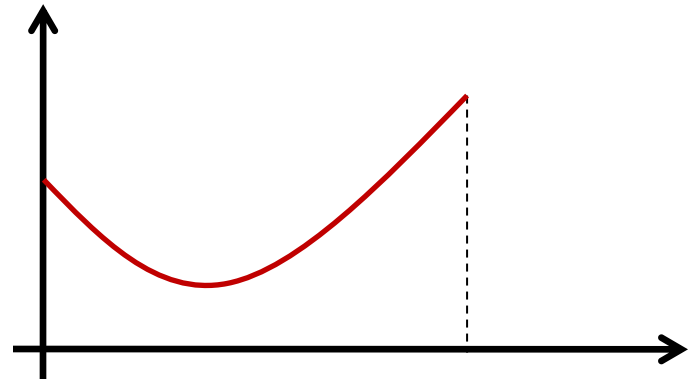
Coureur : difficulté : ...



Lanceur de marteau : $y_{\text{moyen}} = \frac{\sum y_i}{N}$

Coureur : difficulté : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

Pis-aller : ...

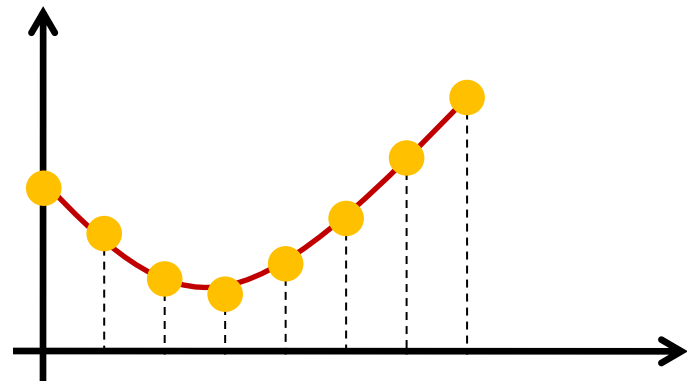


Lanceur de marteau : $y_{\text{moyen}} = \frac{\sum y_i}{N}$

Coureur : difficulté : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

Pis-aller : Si on accepte une imprécision sur y_{moyen}

on peut découper l'intervalle $[a ; b]$ en **tranches de largeur Δx**
et ne prendre que **certaines valeurs y_i** :



Lanceur de marteau : $y_{\text{moyen}} = \frac{\sum y_i}{N}$

Coureur : difficulté : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

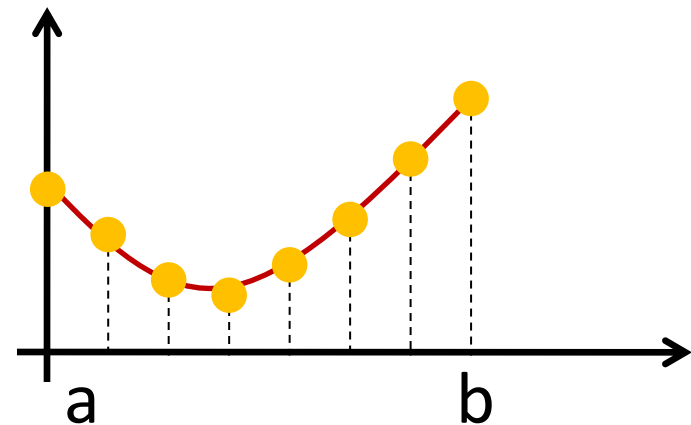
Pis-aller : Si on accepte une imprécision sur y_{moyen}

on peut découper l'intervalle $[a ; b]$ en **tranches de largeur Δx**

et ne prendre que **certaines valeurs y_i** :

J'appelle Y la moyenne de ces valeurs.

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\dots}$$



Lanceur de marteau : $y_{\text{moyen}} = \frac{\sum y_i}{N}$

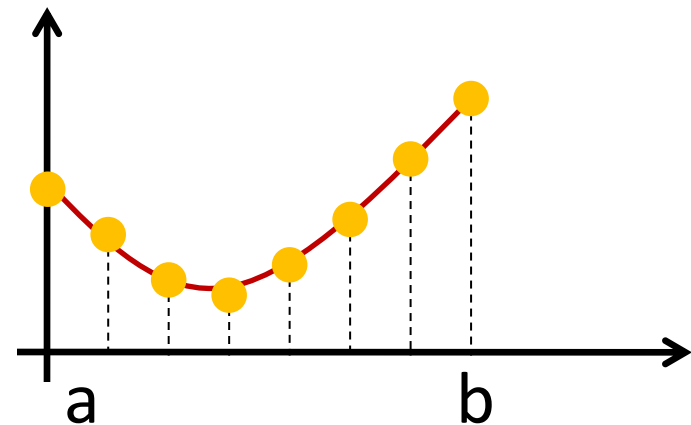
Coureur : difficulté : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

Pis-aller : Si on accepte une imprécision sur y_{moyen}

on peut découper l'intervalle $[a ; b]$ en **tranches de largeur Δx**
et ne prendre que **certaines valeurs y_i** :

J'appelle Y la moyenne de ces valeurs.

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



Quand aura-t-on $Y = y_{\text{moyen}}$? Lorsque ...

Lanceur de marteau : $y_{\text{moyen}} = \frac{\sum y_i}{N}$

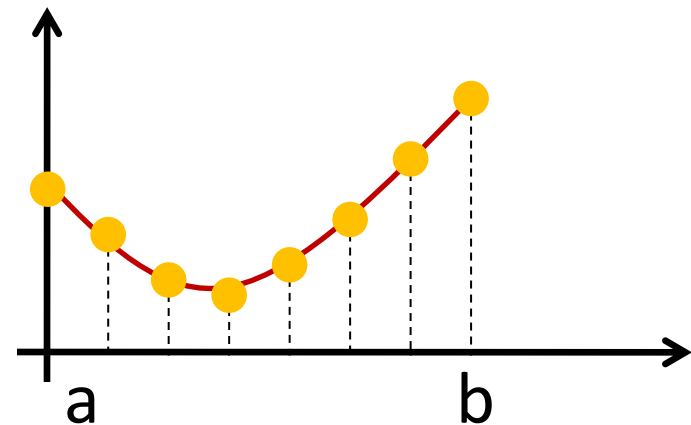
Coureur : difficulté : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

Pis-aller : Si on accepte une imprécision sur y_{moyen}

on peut découper l'intervalle $[a ; b]$ en **tranches de largeur Δx**
et ne prendre que **certaines valeurs y_i** :

J'appelle Y la moyenne de ces valeurs.

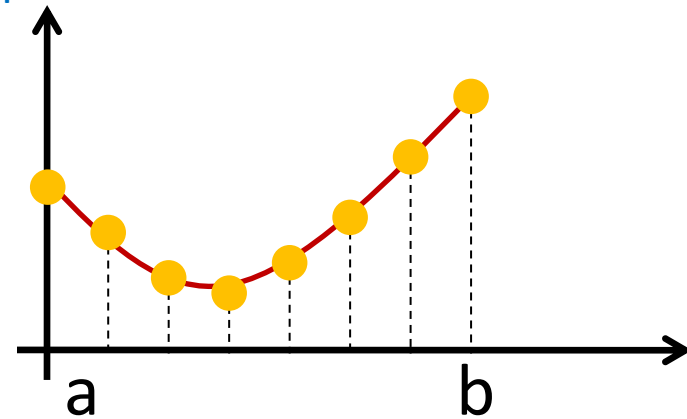
$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



Quand aura-t-on $Y = y_{\text{moyen}}$? Lorsque **Δx tendra vers 0**

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N** infini !

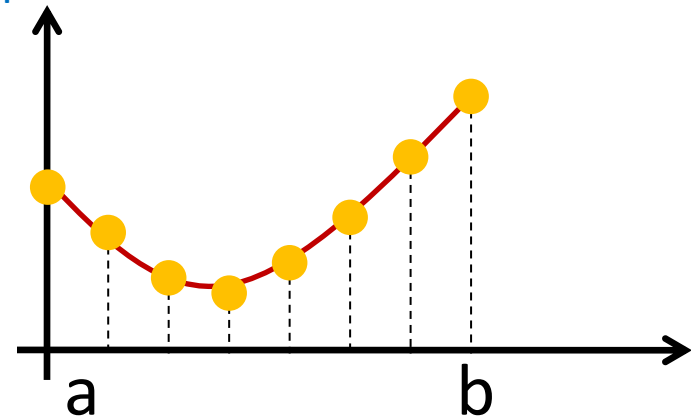
$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \dots Y$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$

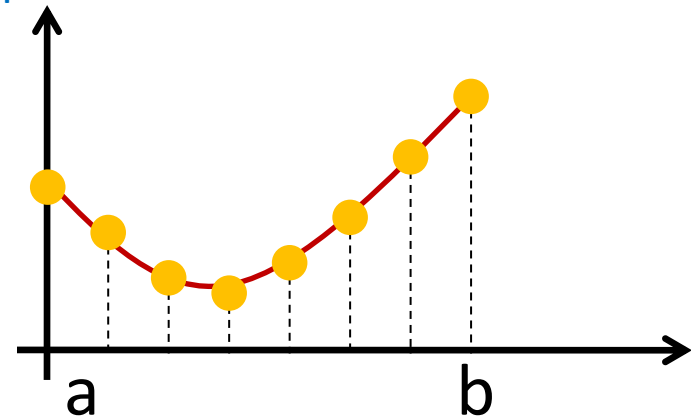


$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Peut-on faire tout de suite la limite ?

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Peut-on faire tout de suite la limite ?

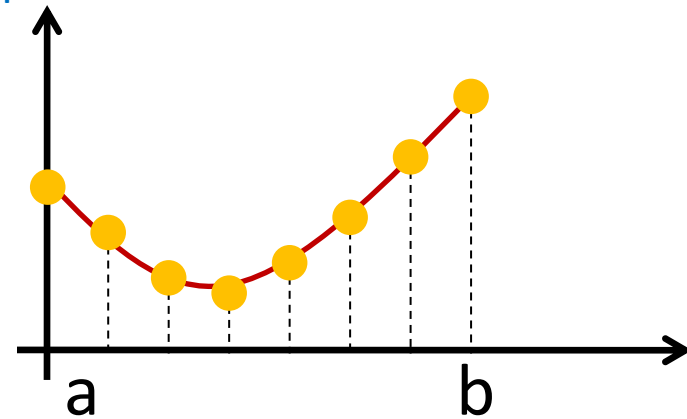
$\Delta x \rightarrow 0$ dénominateur $\frac{b-a}{\Delta x} + 1 \rightarrow \dots$

numérateur $\sum y_i \rightarrow \dots$

➡ $Y \rightarrow \dots$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Peut-on faire tout de suite la limite ?

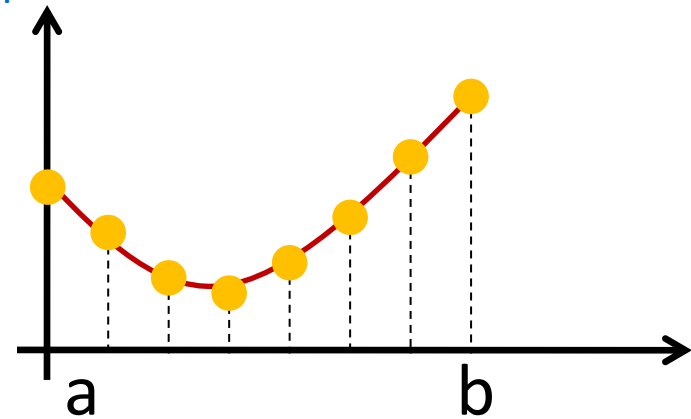
$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \text{dénominateur} \quad \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \rightarrow +\infty$$

$$\text{numérateur} \quad \sum y_i \rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow Y \rightarrow \dots$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Peut-on faire tout de suite la limite ?

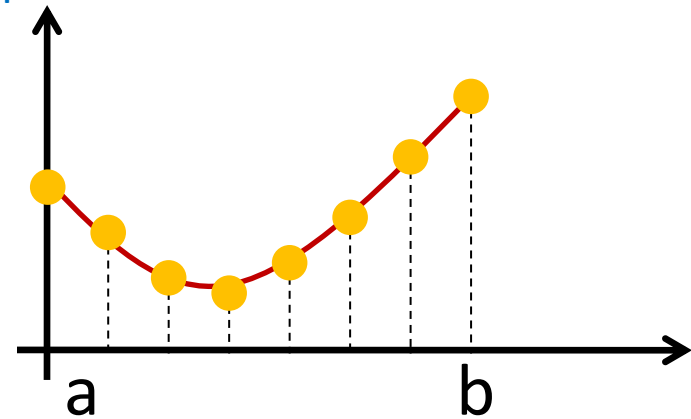
$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \text{dénominateur} \quad \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \rightarrow +\infty$$

numérateur $\sum y_i \rightarrow +\infty$ car il y a une **infinité** de y_i

➡ $Y \rightarrow \dots$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Peut-on faire tout de suite la limite ?

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \text{dénominateur} \quad \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \rightarrow +\infty$$

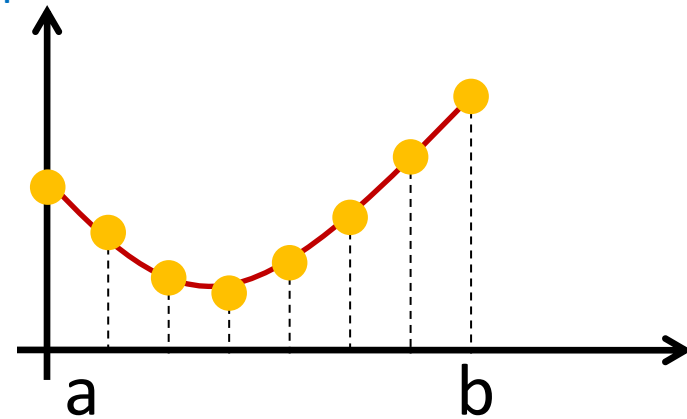
numérateur $\sum y_i \rightarrow +\infty$ car il y a une **infinité** de y_i

➡ $Y \rightarrow$ indéterminée

Dans quel chapitre a-t-on déjà vu $\Delta x \rightarrow 0$?

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Peut-on faire tout de suite la limite ?

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \text{dénominateur} \quad \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \rightarrow +\infty$$

numérateur $\sum y_i \rightarrow +\infty$ car il y a une **infinité** de y_i

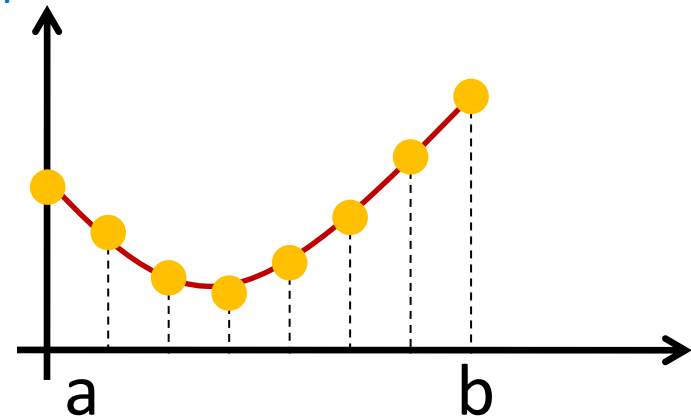
➡ $Y \rightarrow$ **indéterminée**

Dans quel chapitre a-t-on déjà vu $\Delta x \rightarrow 0$? $f'(x) = \frac{dy}{dx}$

Equa. Diff. : notation différentielle de la dérivée

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



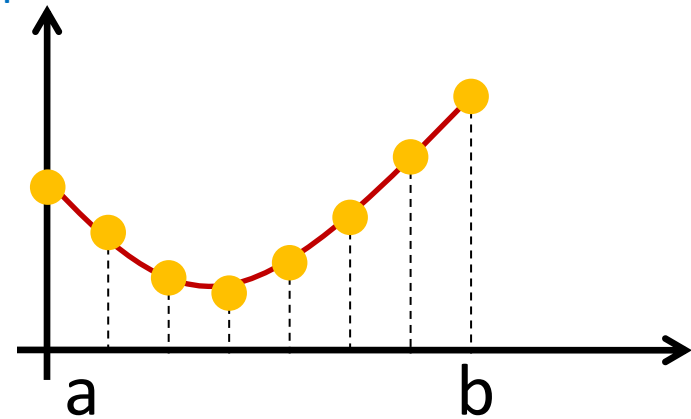
$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Dans quel chapitre a-t-on déjà vu $\Delta x \rightarrow 0$? $f'(x) = \frac{dy}{dx}$

Lorsque Δx est très petit, $\frac{b-a}{\Delta x}$ est ...

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

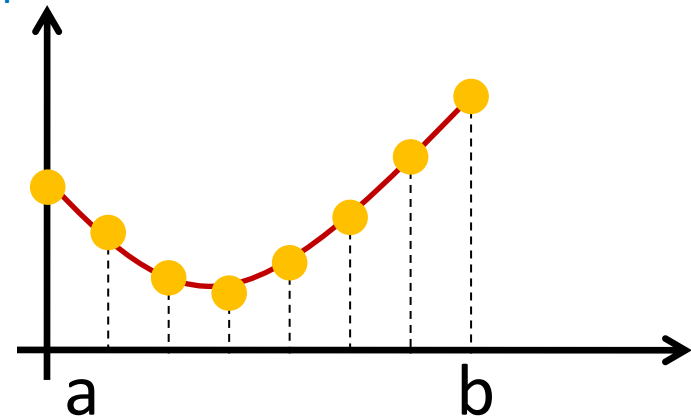
Dans quel chapitre a-t-on déjà vu $\Delta x \rightarrow 0$? $f'(x) = \frac{dy}{dx}$

Lorsque Δx est très petit, $\frac{b-a}{\Delta x}$ est très grand

$\Rightarrow \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \dots \frac{b-a}{\Delta x}$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Dans quel chapitre a-t-on déjà vu $\Delta x \rightarrow 0$? $f'(x) = \frac{dy}{dx}$

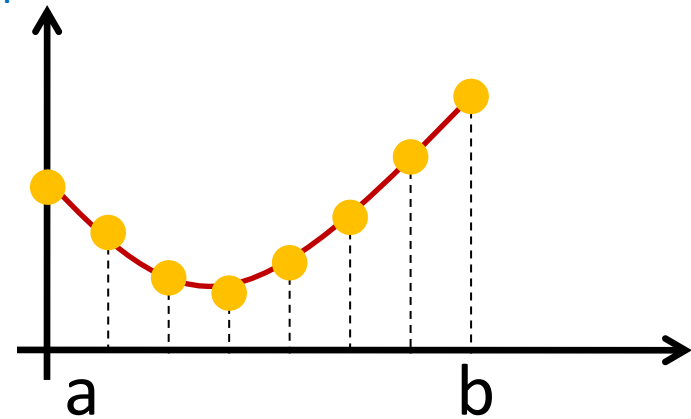
Lorsque Δx est très petit, $\frac{b-a}{\Delta x}$ est très grand

$$\Rightarrow \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \approx \frac{b-a}{\Delta x}$$

Lorsque Δx est infinitésimal, $\frac{b-a}{dx}$ est ...

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Dans quel chapitre a-t-on déjà vu $\Delta x \rightarrow 0$? $f'(x) = \frac{dy}{dx}$

Lorsque Δx est très petit, $\frac{b-a}{\Delta x}$ est très grand

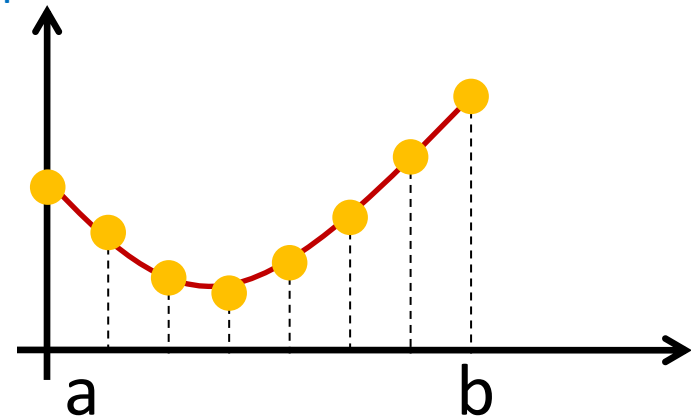
$$\Rightarrow \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \approx \frac{b-a}{\Delta x}$$

Lorsque Δx est infinitésimal, $\frac{b-a}{dx}$ est infini

$$\Rightarrow \frac{b-a}{dx} + 1 \dots \frac{b-a}{dx}$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y$$

Dans quel chapitre a-t-on déjà vu $\Delta x \rightarrow 0$? $f'(x) = \frac{dy}{dx}$

Lorsque Δx est très petit, $\frac{b-a}{\Delta x}$ est très grand

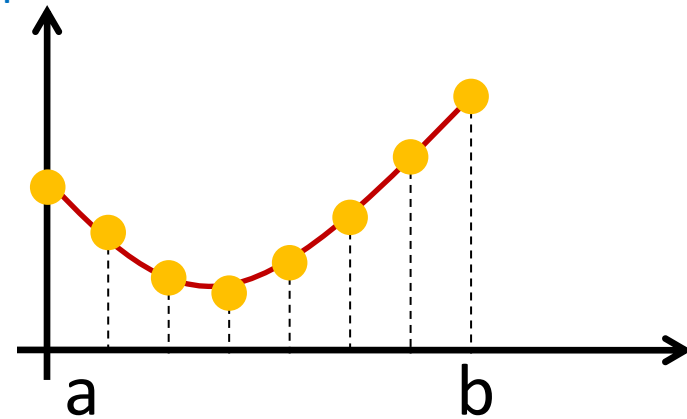
$$\Rightarrow \frac{b-a}{\Delta x} + 1 \approx \frac{b-a}{\Delta x}$$

Lorsque Δx est infinitésimal, $\frac{b-a}{dx}$ est infini

$$\Rightarrow \frac{b-a}{dx} + 1 = \frac{b-a}{dx}$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

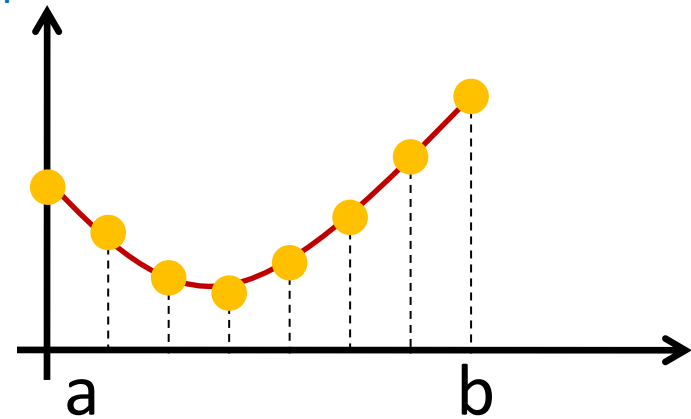
$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{\dots}{b-a}$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

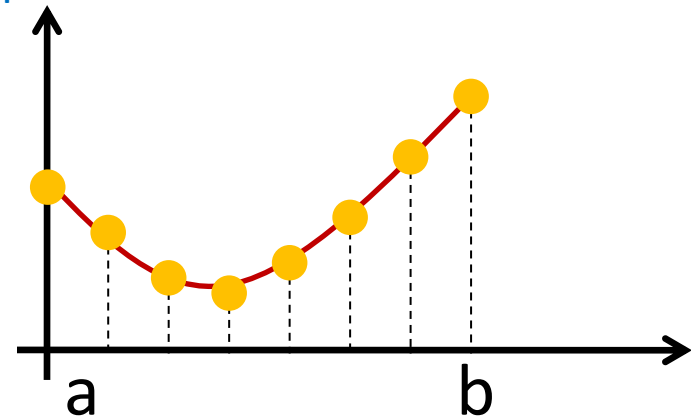
$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (\dots)}{b-a}$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$

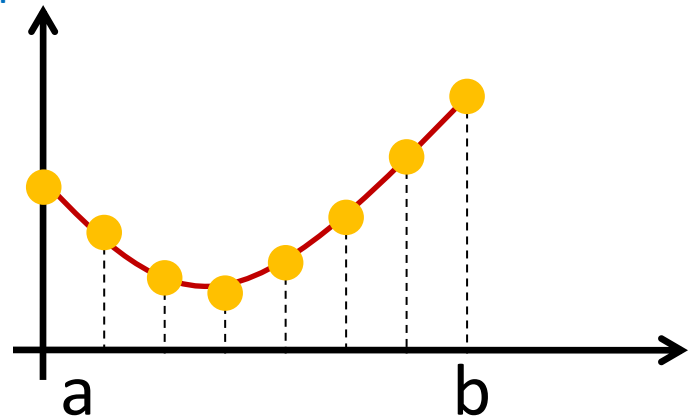


$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \longleftrightarrow \dots = dy$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



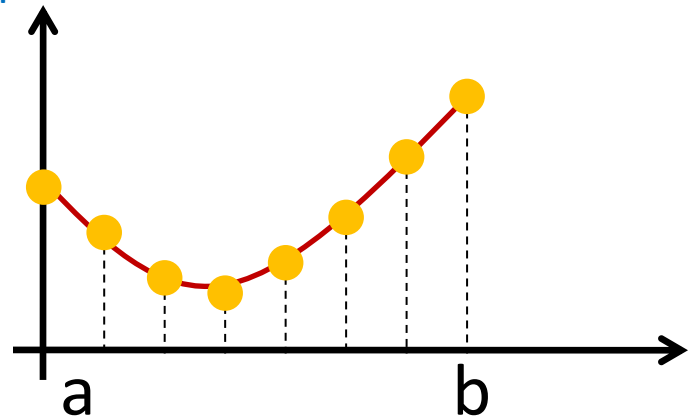
$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \quad \longleftrightarrow \quad f'(x) dx = dy \quad \longleftrightarrow \quad y' dx = dy$$

On a besoin pour Y_{moyen} de $y dx$ $y dx = d...$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \quad \longleftrightarrow \quad f'(x) dx = dy \quad \longleftrightarrow \quad y' dx = dy$$

$\downarrow$ *primitiver*

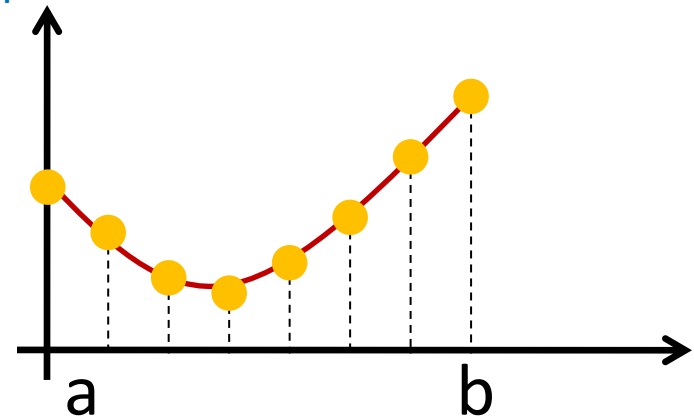
On a besoin pour Y_{moyen} de $y dx$

$$y dx = dF(x)$$

$$\sum (y_i dx) = \sum dF(x_i)$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$

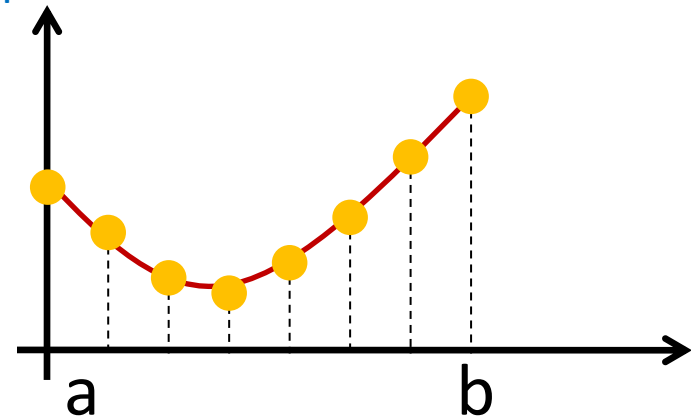


$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$\sum (y_i dx) = \sum dF(x_i) = \dots$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$

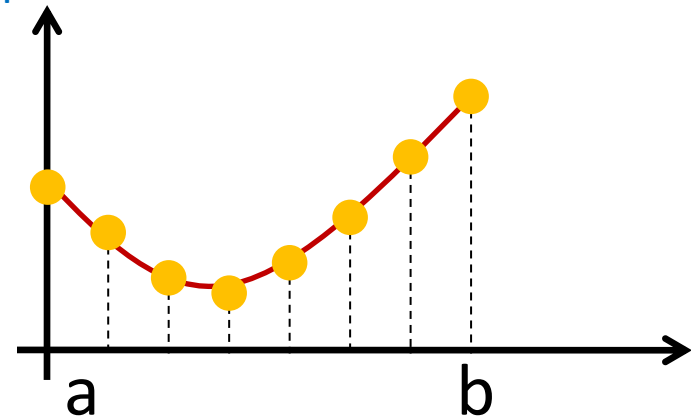


$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$\begin{aligned} \sum (y_i dx) &= \sum dF(x_i) = (F(x_1) - F(x_0)) + (F(x_2) - F(x_1)) \\ &\quad + (F(x_2) - F(x_1)) + \dots + (F(x_n) - F(x_{n-1})) \\ &= \dots \end{aligned}$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$

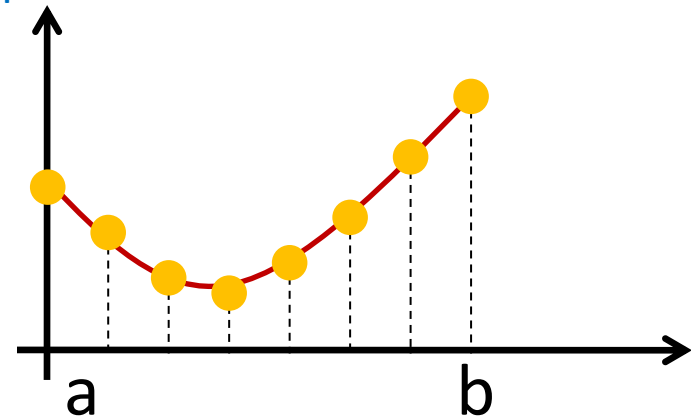


$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$\begin{aligned} \sum (y_i dx) &= \sum dF(x_i) = (F(x_1) - F(x_0)) + (F(x_2) - F(x_1)) \\ &\quad + (F(x_3) - F(x_2)) + \dots + (F(x_n) - F(x_{n-1})) \\ &= -F(x_0) + F(x_n) \\ &= \dots \end{aligned}$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



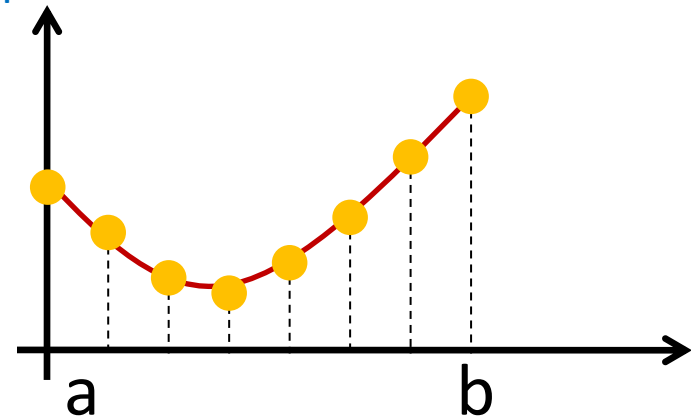
$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$\begin{aligned} \sum (y_i dx) &= \sum dF(x_i) = (F(x_1) - F(x_0)) + (F(x_2) - F(x_1)) \\ &\quad + (F(x_3) - F(x_2)) + \dots + (F(x_n) - F(x_{n-1})) \\ &= -F(x_0) + F(x_n) \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned}$$

$$Y_{\text{moyen}} = \dots$$

Coureur : **infinité** de valeurs y_i , et **N infini** !

$$Y = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{\Delta x} + 1}$$



$$Y_{\text{moyen}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} Y = \frac{\sum y_i}{\frac{b-a}{dx}} = \frac{(\sum y_i) dx}{b-a} = \frac{\sum (y_i dx)}{b-a}$$

$$\begin{aligned} \sum (y_i dx) &= \sum dF(x_i) = (F(x_1) - F(x_0)) + (F(x_2) - F(x_1)) \\ &\quad + (F(x_3) - F(x_2)) + \dots + (F(x_n) - F(x_{n-1})) \\ &= -F(x_0) + F(x_n) \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned}$$

$$Y_{\text{moyen}} = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

Application : **Exercice 1** :

Celui qui a choisi *Lancer de marteau* suit une loi $u_n = 20 \times 1,01^n$ pour chaque $n^{\text{ième}}$ lancé.

Celui qui a choisi *Athlétisme* suit une loi $f(x) = 3x^2 - 36x + 120$ (en 10^{-2} m/s) pour chaque instant x .

Déterminez leurs moyennes.

Lancer de marteau : $u_n = 20 \times 1,01^n$ pour chaque $n^{\text{ième}}$ lancé.

$$u_n = 20 \times 1,01^n = u_0 \times q^n \quad \text{d'une suite ...}$$

Lancer de marteau : $u_n = 20 \times 1,01^n$ pour chaque $n^{\text{ième}}$ lancé.

$u_n = 20 \times 1,01^n = u_0 \times q^n$ d'une suite géométrique.

$$\mu = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_{20}}{20}$$

la suite est géométrique, donc $\sum y_i = \dots$

Lancer de marteau : $u_n = 20 \times 1,01^n$ pour chaque $n^{\text{ième}}$ lancé.

$u_n = 20 \times 1,01^n = u_0 \times q^n$ d'une suite géométrique.

$$\mu = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_{20}}{20}$$

la suite est géométrique, donc

$$\sum y_i = 1^{\text{er}} \text{ terme} \frac{1 - q^{\text{nb de termes}}}{1 - q} = u_1 \frac{1 - 1,01^{20}}{1 - 1,01}$$

$$u_1 = 20,2 \Rightarrow \sum y_i \approx \dots \Rightarrow \mu \approx \dots$$

Lancer de marteau : $u_n = 20 \times 1,01^n$ pour chaque $n^{\text{ième}}$ lancé.

$u_n = 20 \times 1,01^n = u_0 \times q^n$ d'une suite géométrique.

$$\mu = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_{20}}{20}$$

la suite est géométrique, donc

$$\sum y_i = 1^{\text{er}} \text{ terme} \frac{1 - q^{\text{nb de termes}}}{1 - q} = u_1 \frac{1 - 1,01^{20}}{1 - 1,01}$$

$$u_1 = 20,2 \Rightarrow \sum y_i \approx 444,78 \Rightarrow \mu \approx 22,24 \text{ (m)}$$

Athlétisme : $f(x) = 3x^2 - 36x + 120$ (en 10^{-2} m/s)

$$\mu = \frac{F(b) - F(a)}{b - a}$$

Athlétisme : $f(x) = 3x^2 - 36x + 120$ (en 10^{-2} m/s)

$$\mu = \frac{F(b) - F(a)}{b - a}$$

$$f(x) = 3x^2 - 36x + 120$$

 $F(x) = \dots$

Athlétisme : $f(x) = 3x^2 - 36x + 120$ (en 10^{-2} m/s)

$$\mu = \frac{F(b) - F(a)}{b - a}$$

$$f(x) = 3x^2 - 36x + 120$$

$$\Rightarrow F(x) = x^3 - 18x^2 + 120x + C$$

$$F(0) = \dots$$

$$F(20) = \dots$$

Athlétisme : $f(x) = 3x^2 - 36x + 120$ (en 10^{-2} m/s)

$$\mu = \frac{F(b) - F(a)}{b - a}$$

$$f(x) = 3x^2 - 36x + 120$$

$$\longrightarrow F(x) = x^3 - 18x^2 + 120x + C$$

$$F(0) = C$$

$$F(20) = 20^3 - 18 \times 20^2 + 120 \times 20 + C = 3200 + C$$

$$\mu = \dots$$

Athlétisme : $f(x) = 3x^2 - 36x + 120$ (en 10^{-2} m/s)

$$\mu = \frac{F(b) - F(a)}{b - a}$$

$$f(x) = 3x^2 - 36x + 120$$

$$\Rightarrow F(x) = x^3 - 18x^2 + 120x + C$$

$$F(0) = C$$

$$F(20) = 20^3 - 18 \times 20^2 + 120 \times 20 + C = 3200 + C$$

$$(3200 + C) - C \quad 3200$$

$$\mu = \frac{(3200 + C) - C}{20 - 0} = \frac{3200}{20} = 160 \text{ (en } 10^{-2} \text{ m/s)}$$

Les Intégrales

I Définition

Δx désigne ...

Les Intégrales

I Définition

Δx désigne une variation de x

dx désigne ...

Les Intégrales

I Définition

Δx désigne une variation de x

dx désigne une variation *infinitésimale* de x

Σy_i désigne ...

Les Intégrales

I Définition

Δx désigne une variation de x

dx désigne une variation *infinitésimale* de x

$\sum y_i$ désigne la somme des nombres y_i

$\int y_i$ désigne ...

Les Intégrales

I Définition

Δx désigne une variation de x

dx désigne une variation *infinitésimale* de x

Σy_i désigne la somme des nombres y_i

$\int y_i$ désigne la somme d'une *infinité* de $n^b y_i$
et se lit "intégrale de a à b des y_i "

Les Intégrales

I Définition

Δx désigne une variation de x

dx désigne une variation *infinitésimale* de x

Σy_i désigne la somme des nombres y_i

$\int y_i$ désigne la somme d'une *infinité* de $n^b y_i$
et se lit "intégrale de a à b des y_i "

$$\int_a^b f(x) dx = \dots$$

Les Intégrales

I Définition

Δx désigne une variation de x

dx désigne une variation infinitésimale de x

Σy_i désigne la somme des nombres y_i

$\int y_i$ désigne la somme d'une infinité de $n^b y_i$
et se lit "intégrale de a à b des y_i "

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

qui peut s'écrire $\left[F(x) \right]_a^b$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = \dots$$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

I Définition

Propriétés :

$$\int_a^a f(x) \, dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) \, dx = \dots$$

I Définition **Propriétés :**

$$\int_a^a f(x) \, dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) \, dx = - \int_a^b f(x) \, dx$$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$...

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = \dots$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \dots$$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

croissance de l'intégrale :

si $f(x) \geq g(x)$ pour tous les x de $[a ; b]$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

croissance de l'intégrale :

si $f(x) \geq g(x)$ pour tous les x de $[a ; b]$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

croissance de l'intégrale :

si $f(x) \geq g(x)$ pour tous les x de $[a ; b]$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

relation de Chasles :

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \dots$$

I Définition Propriétés :

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

si $f(x) \geq 0$ pour tous les x de $[a ; b]$ $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$

linéarité de l'intégrale : $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

croissance de l'intégrale :

si $f(x) \geq g(x)$ pour tous les x de $[a ; b]$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

relation de Chasles :

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

Exercice 2 :

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

Déterminez l'expression

$$A(x) = \int_1^x f(t) \, dt$$

Exercise 2 :

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$\longrightarrow F(x) = \dots$$

Exercise 2 :

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$\longrightarrow F(x) = 0,2 x^5 + 0,25 x^4 - 0,5x^2 + 2x + C$$

$$F(1) = \dots$$

Exercise 2 :

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$\Rightarrow F(x) = 0,2 x^5 + 0,25 x^4 - 0,5x^2 + 2x + C$$

$$F(1) = 0,2 (1)^5 + 0,25 (1)^4 - 0,5(1)^2 + 2(1) + C = 1,95 + C$$

$$A(x) = \dots$$

Exercise 2 :

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$$

$$\Rightarrow F(x) = 0,2 x^5 + 0,25 x^4 - 0,5x^2 + 2x + C$$

$$F(1) = 0,2 (1)^5 + 0,25 (1)^4 - 0,5(1)^2 + 2(1) + C = 1,95 + C$$

$$A(x) = F(x) - F(1)$$

$$= (0,2 x^5 + 0,25 x^4 - 0,5x^2 + 2x + C) - (1,95 + C)$$

$$= 0,2 x^5 + 0,25 x^4 - 0,5x^2 + 2x - 1,95$$

Exercice 2 : $f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

Remarques :

1) la constante d'intégration disparaît dans la soustraction donc on peut généraliser :

$$\text{exemple : } \int_a^b (2x + 3) dx = \left[\dots \right]$$

Exercice 2 : $f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

Remarques :

1) la constante d'intégration disparaît dans la soustraction donc on peut généraliser :

$$\text{exemple : } \int_a^b (2x + 3) dx = \left[x^2 + 3x + C \right]_a^b$$

Exercice 2 : $f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

Remarques :

1) la constante d'intégration disparaît dans la soustraction donc on peut généraliser :

$$\text{exemple : } \int_a^b (2x + 3) dx = \left[x^2 + 3x + C \right]_a^b = \left[\dots \right]_a^b$$

Exercice 2 : $f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

Remarques :

1) la constante d'intégration disparaît dans la soustraction donc on peut généraliser :

$$\text{exemple : } \int_a^b (2x + 3) dx = \left[x^2 + 3x + C \right]_a^b = \left[x^2 + 3x \right]_a^b$$

Exercice 2 : $f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

Remarques :

1) la constante d'intégration disparaît dans la soustraction donc on peut généraliser :

$$\text{exemple : } \int_a^b (2x + 3) dx = \left[x^2 + 3x + C \right]_a^b = \left[x^2 + 3x \right]_a^b$$

2) $A(x)$ est l'unique fonction $F(x)$ si ...

Exercice 2 : $f(x) = x^4 + x^3 - x + 2$

$$A(x) = \int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1)$$

Remarques :

1) la constante d'intégration disparaît dans la soustraction donc on peut généraliser :

$$\text{exemple : } \int_a^b (2x + 3) dx = \left[x^2 + 3x + C \right]_a^b = \left[x^2 + 3x \right]_a^b$$

2) $A(x)$ est l'unique fonction $F(x)$ si $F(a) = 0$

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_a^x = F(x) - F(a) = F(x) - 0 = F(x)$$

Remarques :

2) $A(x)$ est l'unique fonction $F(x)$ si $F(a) = 0$

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_a^x = F(x) - F(a) = F(x) - 0$$

$$3) \left(\int_a^x f(t) dt \right)' = \dots$$

Remarques :

2) $A(x)$ est l'unique fonction $F(x)$ si $F(a) = 0$

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_a^x = F(x) - F(a) = F(x) - 0$$

$$3) \left(\int_a^x f(t) dt \right)' = \left(F(x) - F(a) \right)' = \dots$$

Remarques :

2) $A(x)$ est l'unique fonction $F(x)$ si $F(a) = 0$

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_a^x = F(x) - F(a) = F(x) - 0$$

$$3) \left(\int_a^x f(t) dt \right)' = \left(F(x) - F(a) \right)' = F'(x) - 0 = F'(x)$$

→ $\int f(t) dt$ est ...

Remarques :

2) $A(x)$ est l'unique fonction $F(x)$ si $F(a) = 0$

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_a^x = F(x) - F(a) = F(x) - 0$$

$$3) \left(\int_a^x f(t) dt \right)' = \left(F(x) - F(a) \right)' = F'(x) - 0 = F'(x)$$

→ $\int f(t) dt$ est une primitive de f

Remarques :

2) $A(x)$ est l'unique fonction $F(x)$ si $F(a) = 0$

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_a^x = F(x) - F(a) = F(x) - 0$$

$$3) \left(\int_a^x f(t) dt \right)' = \left(F(x) - F(a) \right)' = F'(x) - 0 = F'(x)$$

$\Rightarrow \int f(t) dt$ est une primitive de f

$$(\text{primitive de } f) = \int f(t) dt = F$$

$\Rightarrow$ primitiver = intégrer