

Série statistique à 2 variables

Exercice 1 : Soient les séries statistiques à 1 variable :

série **X** constituée des **n^b de sports pratiqués** par des individus.

Jean	Marie	Pierre
1	2	3

série **Y** constituée des **n^b de blessures annuelles** de ces mêmes individus.

Jean	Marie	Pierre
1	2	6

- 1°) Déduisez-en la série statistique à 2 variables.
- 2°) Tracez le nuage de points.
- 3°) Déterminez graphiquement l'ajustement affine du nuage de points.
- 4°) Déterminez algébriquement la droite de régression.
- 5°) Vérifiez avec la calculatrice.

Série statistique à 2 variables

I Définition

Soit la série statistique à 1 variable X constituée des n^b de sports pratiqués par des individus.

Jean	Marie	Pierre
1	2	3

Soit la série statistique à 1 variable Y constituée des n^b de blessures de ces mêmes individus.

Jean	Marie	Pierre
1	2	6

Lorsque, pour les mêmes individus, on réunit les valeurs des deux séries, on crée une série statistique à 2 variables X et Y .

n^b X de sports

n^b Y de blessures

Jean	Marie	Pierre
1	2	3
1	2	6

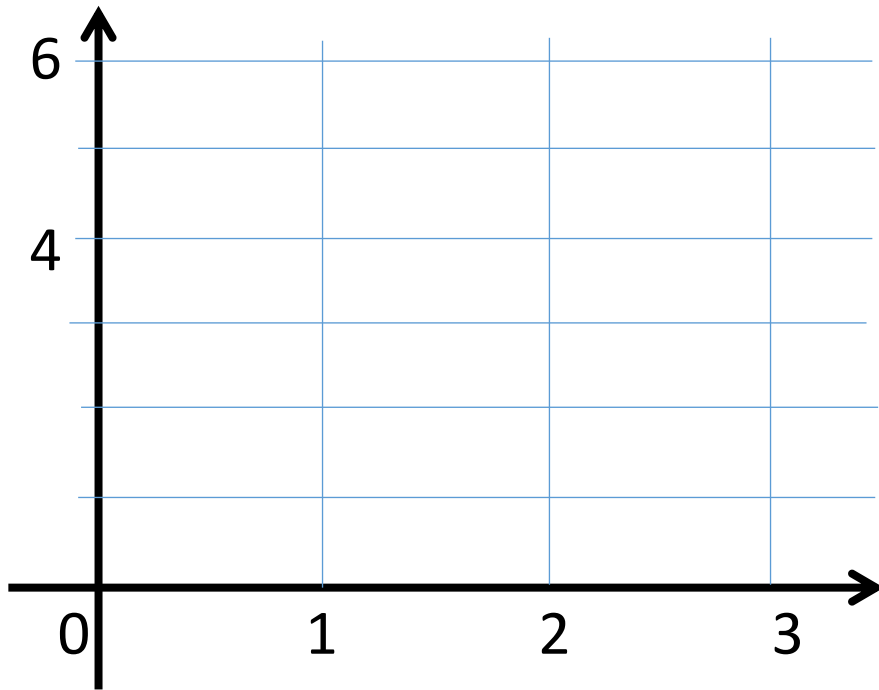
II Nuage de points de la série statistique à 2 variables

n^b X de sports

n^b Y de blessures

Jean	Marie	Pierre
1	2	3
1	2	6

Le **nuage de points** est constitué des points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour chaque individu i .



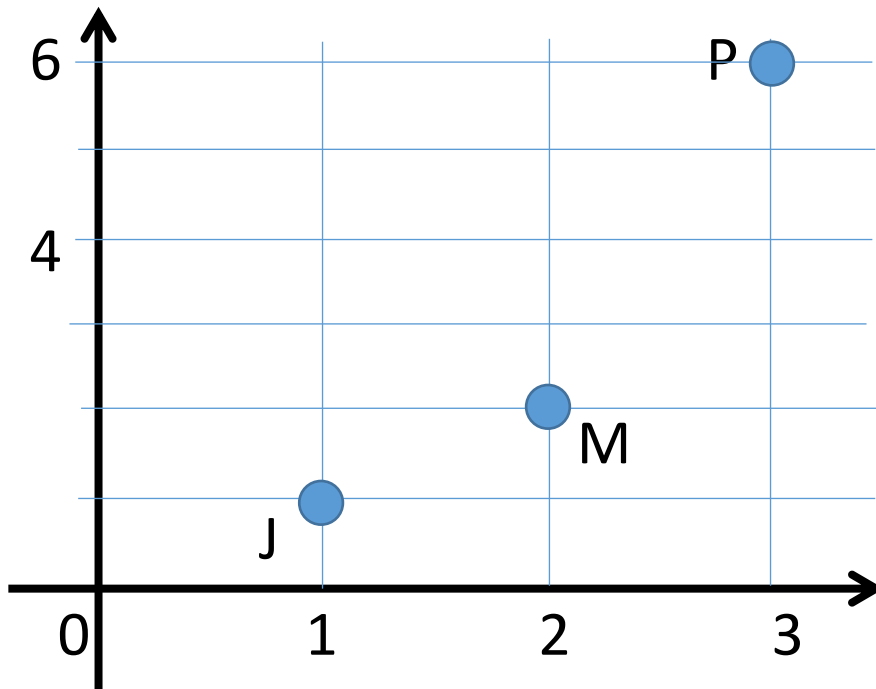
II Nuage de points de la série statistique à 2 variables

n^b X de sports

n^b Y de blessures

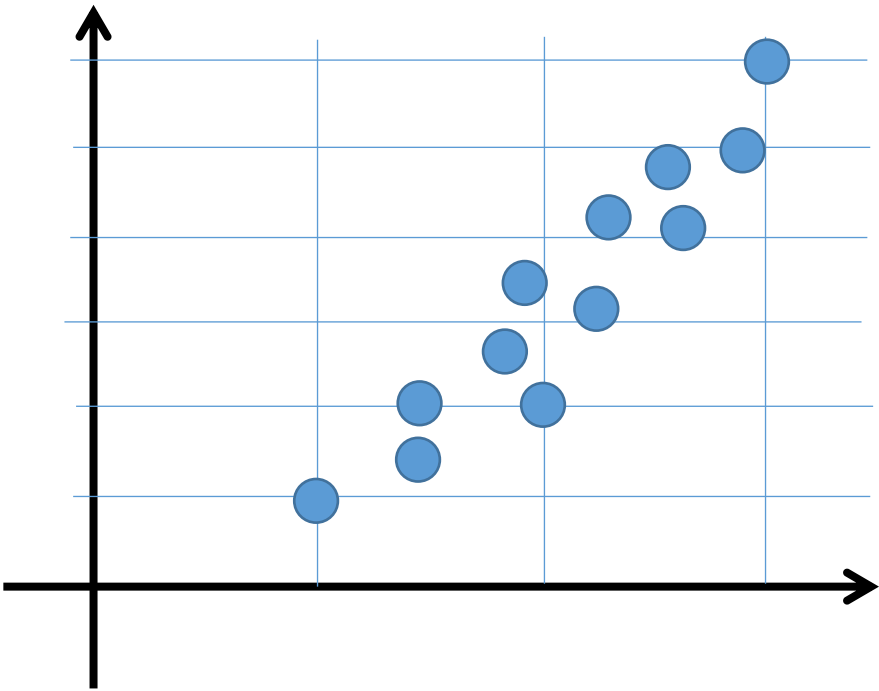
Jean	Marie	Pierre
1	2	3
1	2	6

Le **nuage de points** est constitué des points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour chaque individu i .



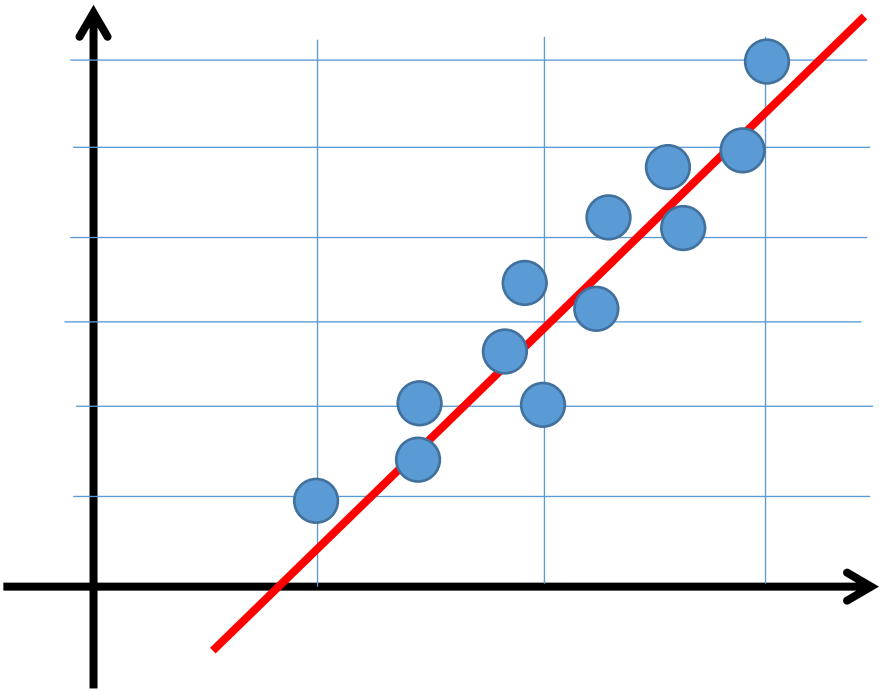
III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.



III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

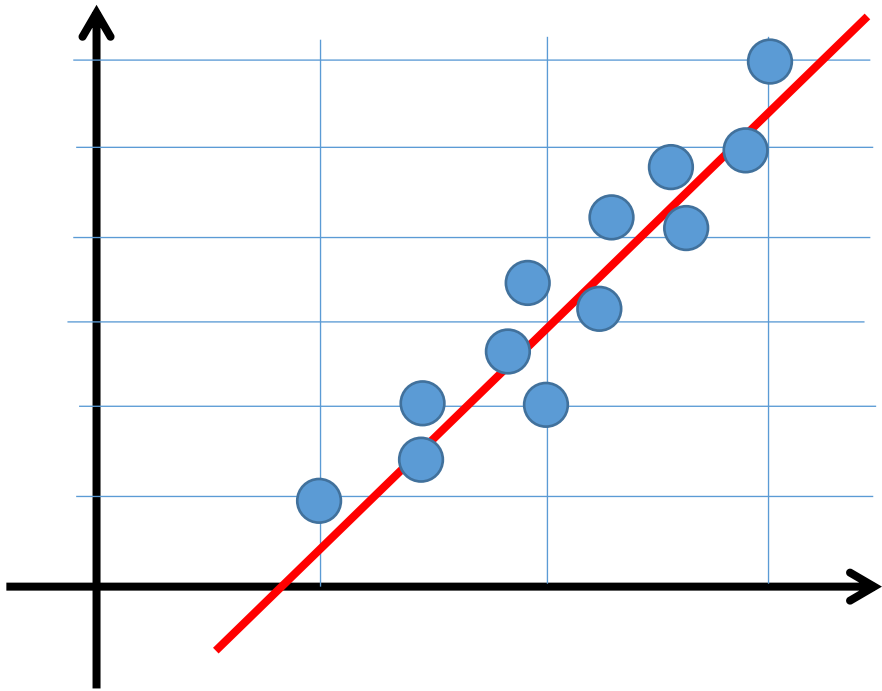
Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.



III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.

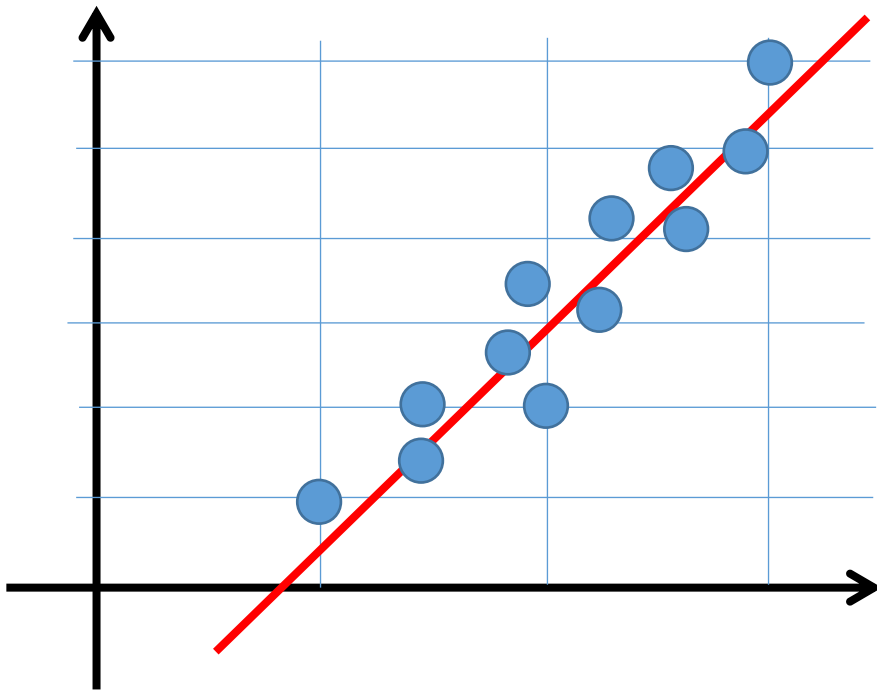
Détermination graphique : Défaut : ...



III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.

Détermination graphique : Défaut : imprécision.

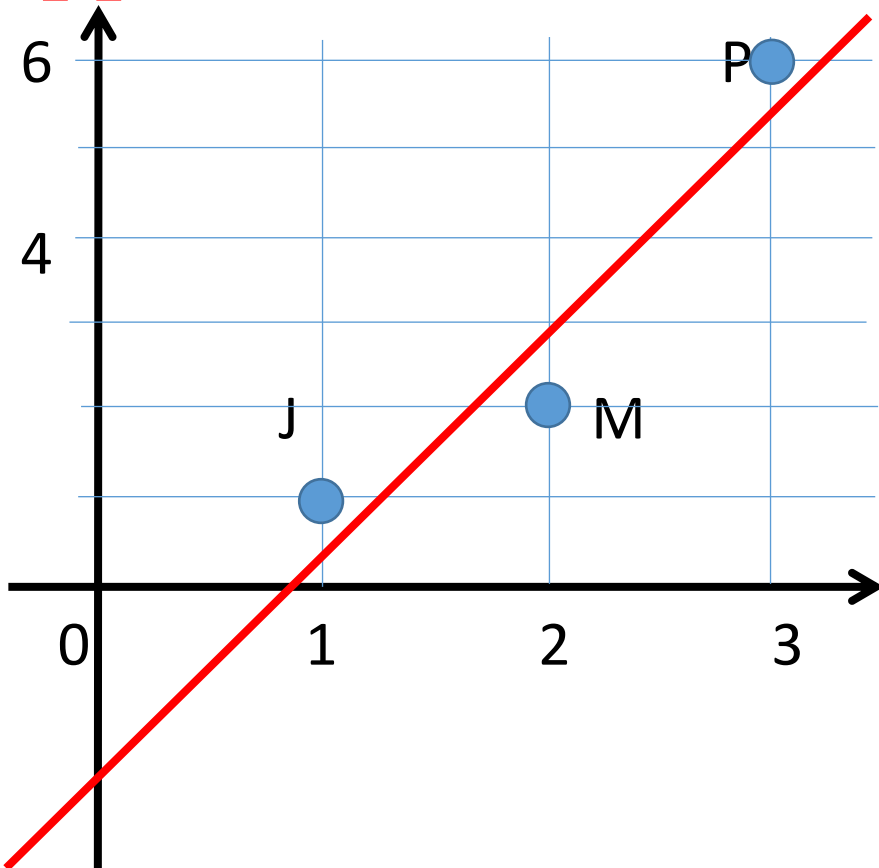


III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.

Détermination graphique : Défaut : imprécision.

Application : exo 1



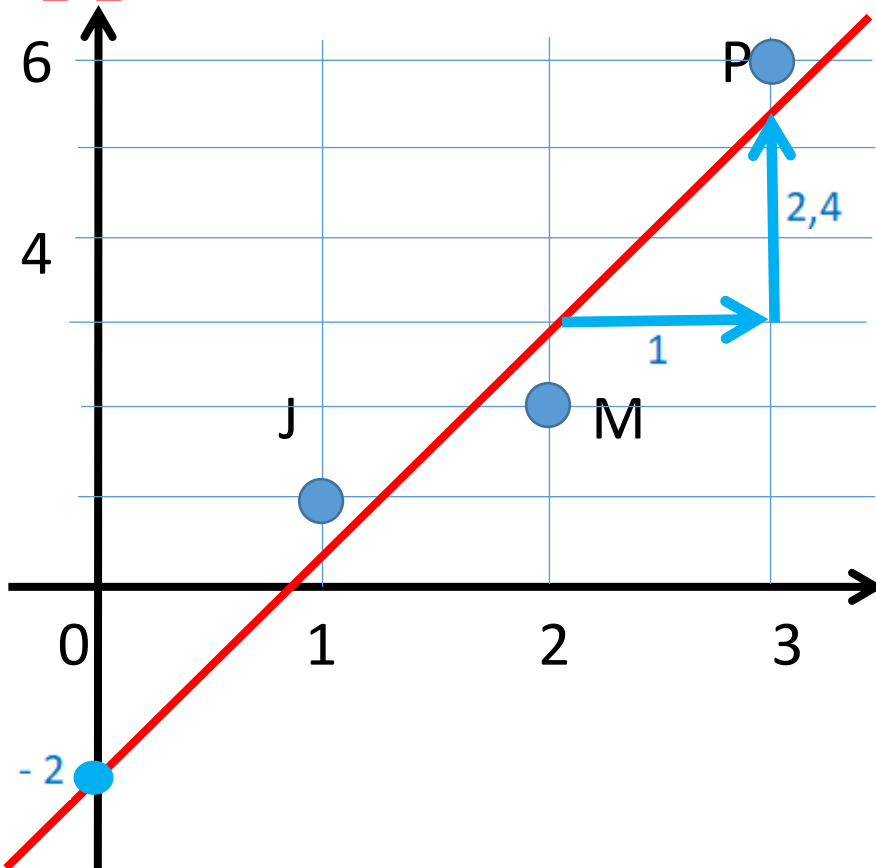
$$y \approx \dots x + \dots \quad ?$$

III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.

Détermination graphique : Défaut : imprécision.

Application : exo 1



coeff. directeur $\approx 2,4 / 1$

ordonnée à l'origine ≈ -2

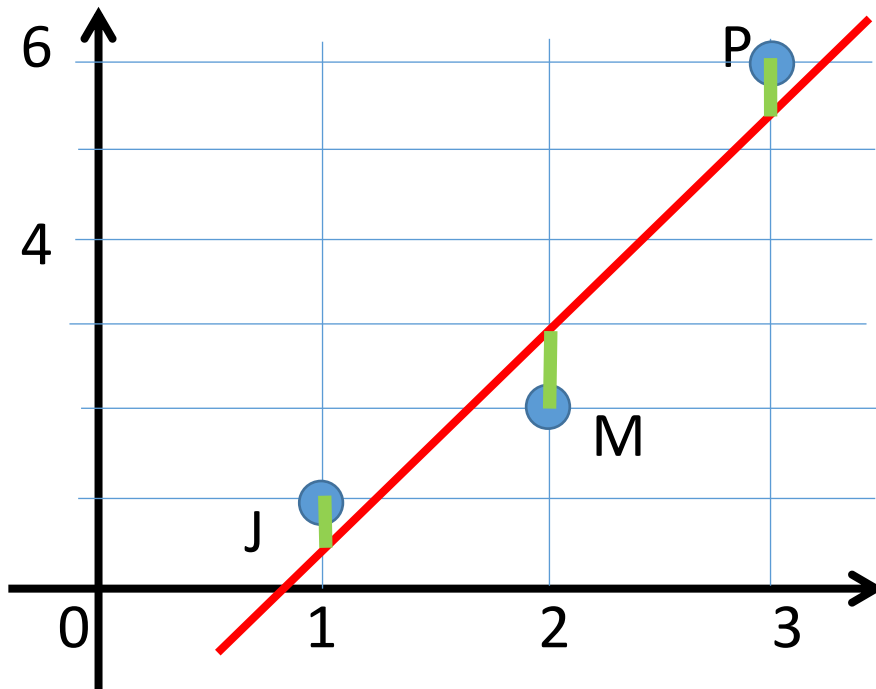
➡ $y \approx 2,4x - 2$

III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.

Détermination graphique : Défaut : imprécision.

Droite de régression : elle minimise algébriquement la somme des carrés des écartements verticaux d_i des points à la droite (appelée méthode des moindres carrés).



Avantage : détermination ...

Défaut : algébriquement très ...

lorsqu'il y a beaucoup de points.

Avantage : la *calculatrice* ...

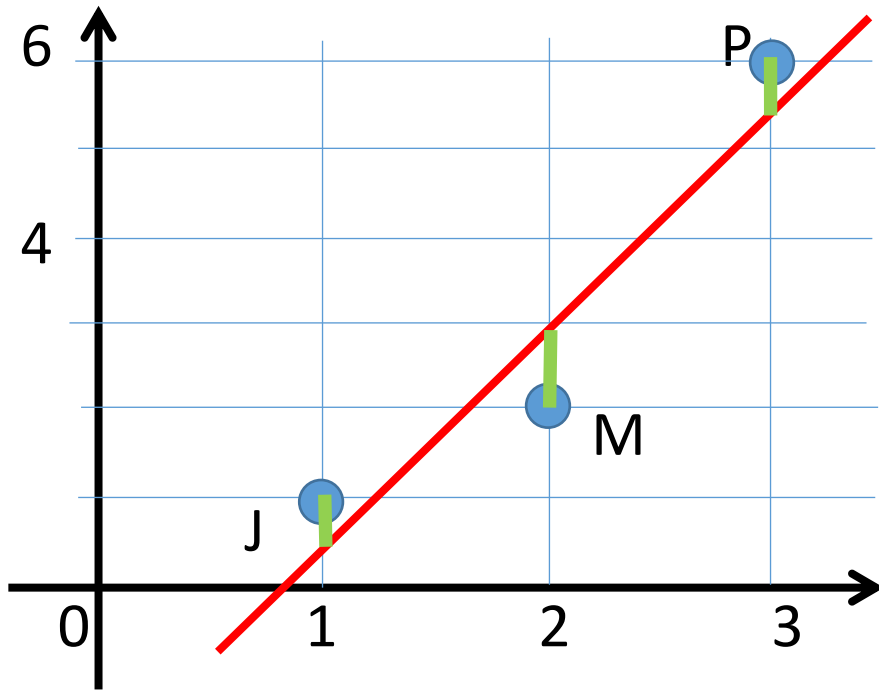
(bien que rarement en valeurs *exactes*)

III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.

Détermination graphique : Défaut : imprécision.

Droite de régression : elle minimise algébriquement la somme des carrés des écartements verticaux d_i des points à la droite (appelée méthode des moindres carrés).



Avantage : détermination en valeurs exactes.

Défaut : algébriquement très compliquée

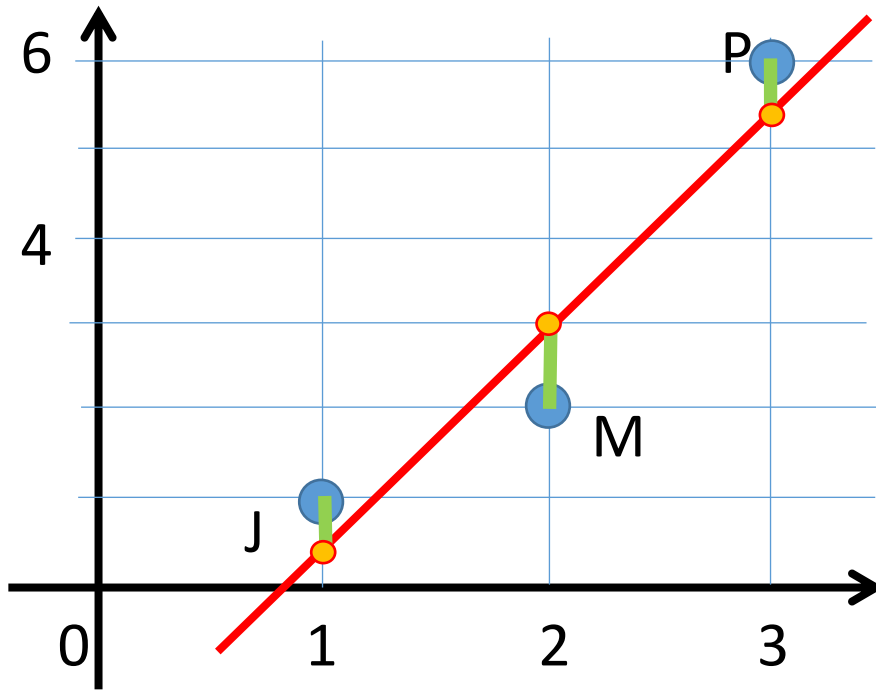
lorsqu'il y a beaucoup de points.

Avantage : la calculatrice sait le faire

(bien que rarement en valeurs exactes)

et la calculatrice est autorisée en T^{ale} Sti2D.

Application : exo 1

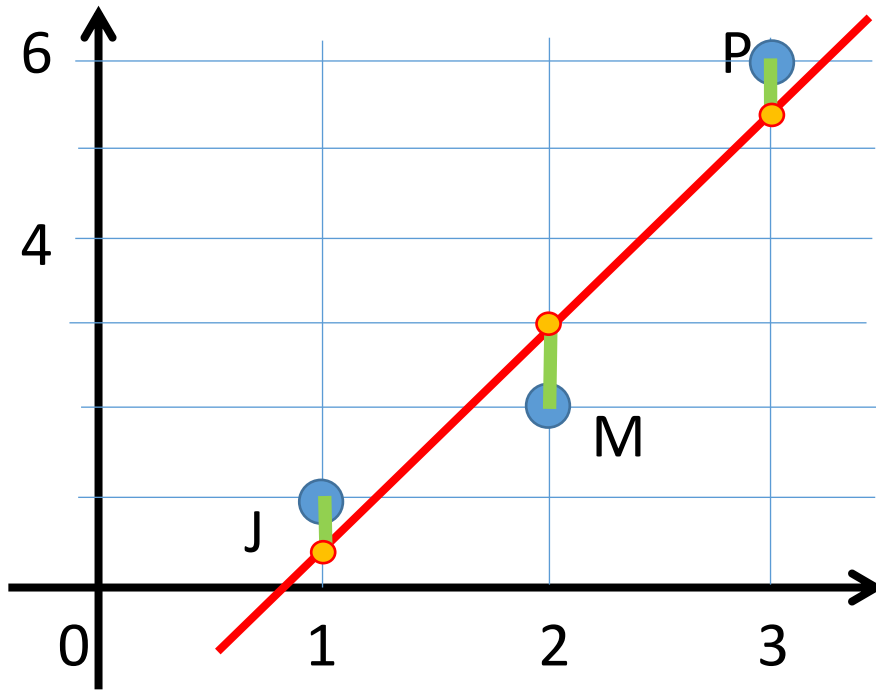


	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise
la somme des carrés des écartements verticaux d_i

Equation ...

Application : exo 1



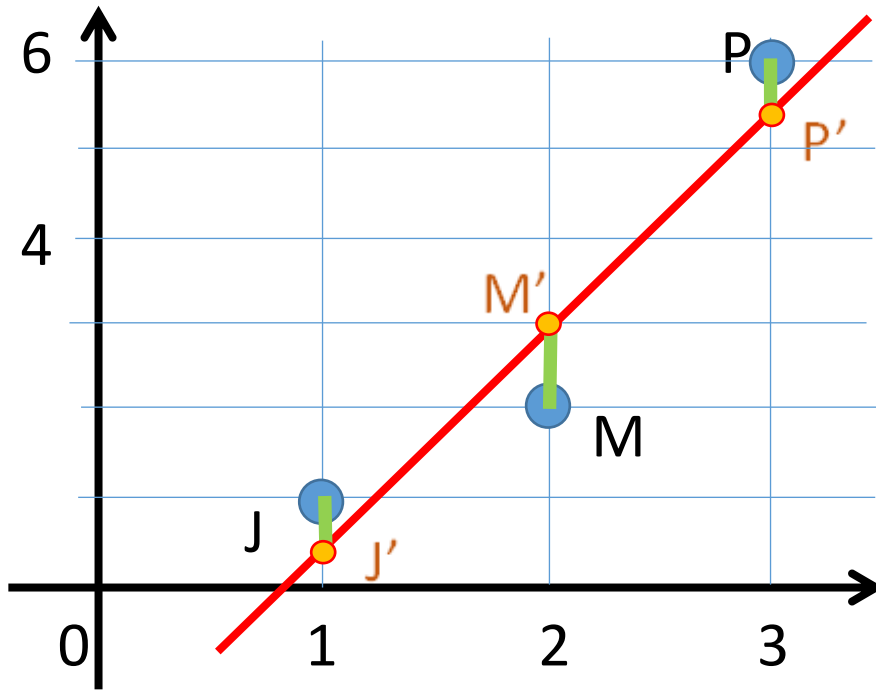
	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise

la somme des carrés des écartements verticaux d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque ...

Application : exo 1



	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

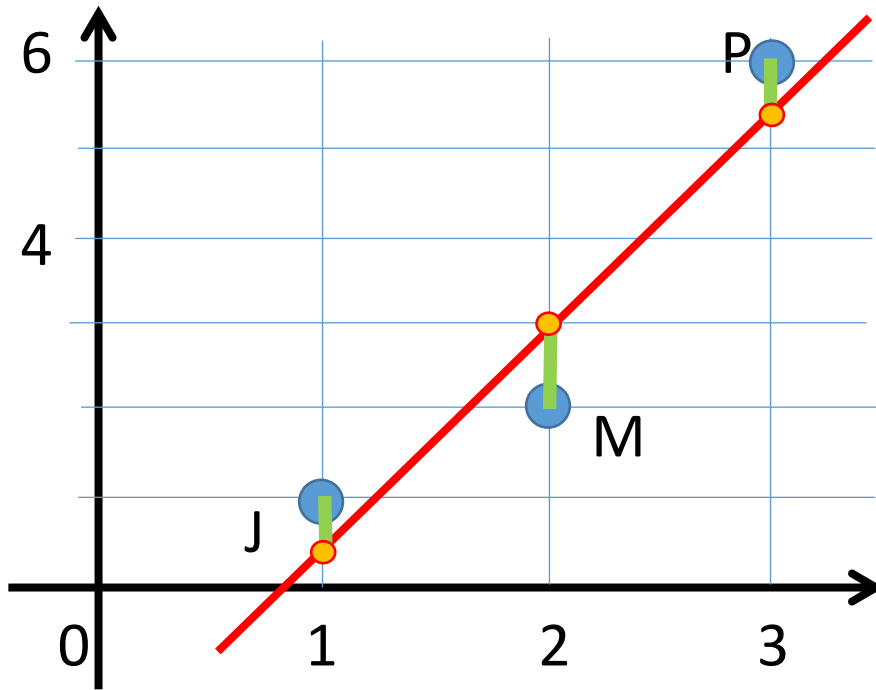
Droite de régression : elle minimise

la somme des carrés des écartements verticaux d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque la série X ne peut avoir qu'un seul individu).

$$d_j = y_j - y_{j'} = y_j - (a x_j + b) = \dots$$

Application : exo 1



	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise

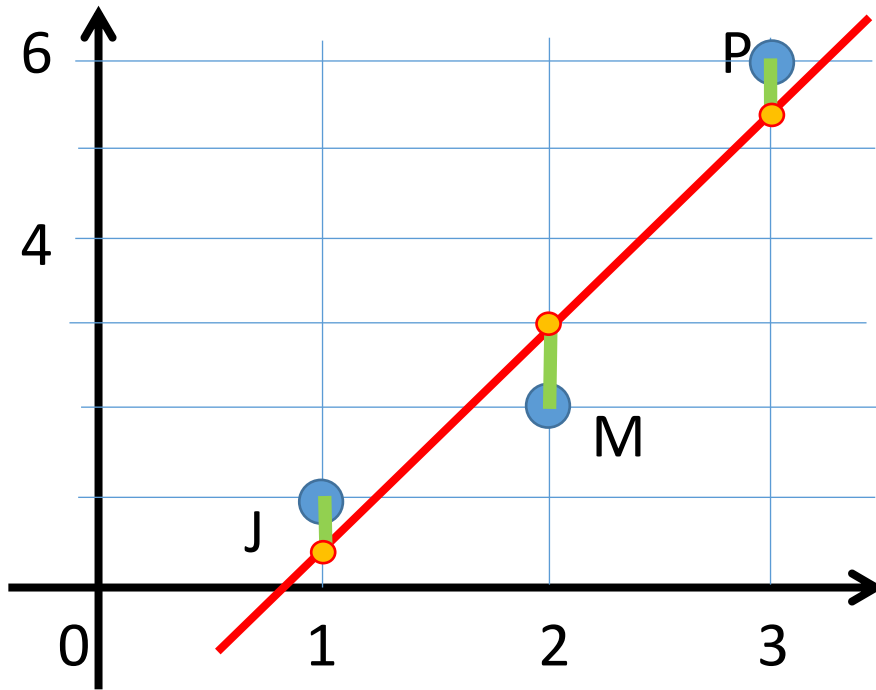
la somme des carrés des écartements verticaux d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque la série X ne peut avoir qu'un seul individu).

$$d_j = y_j - y_{j'} = y_j - (a x_j + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

Remarque : l'avantage de la méthode des moindres carrés est que le carré évite pour tous les points de se poser la question ... ?

Application : exo 1



	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise

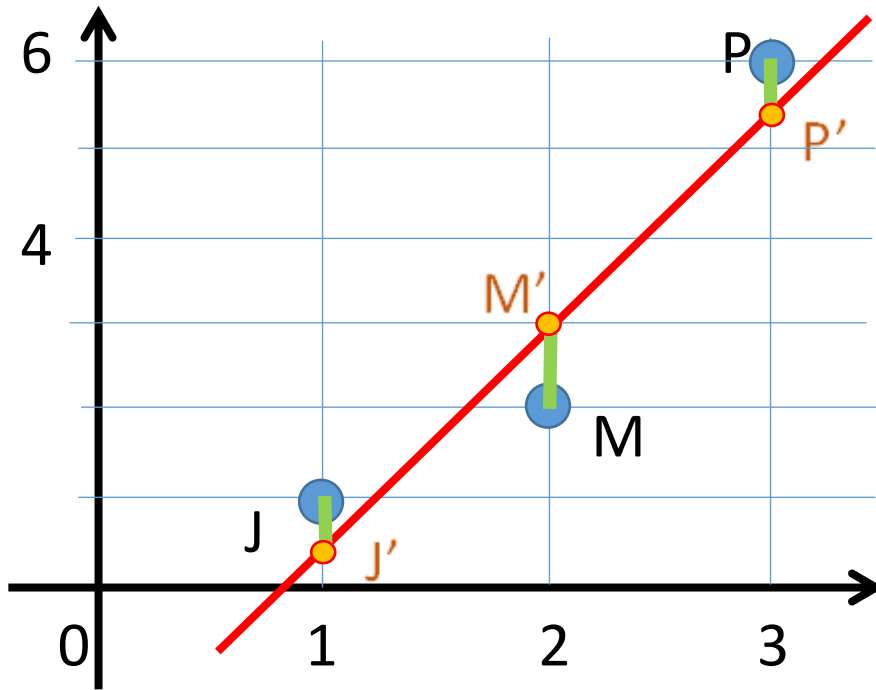
la somme des carrés des écartements verticaux d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque la série X ne peut avoir qu'un seul individu).

$$d_j = y_j - y_{j'} = y_j - (a x_j + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

Remarque : l'avantage de la méthode des moindres carrés est que le carré évite pour tous les points de se poser la question $y_{G'} > \text{ou} < \text{à } y_G ?$ car ...

Application : exo 1



	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise

la somme des carrés des écartements verticaux d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque la série X ne peut avoir qu'un seul individu).

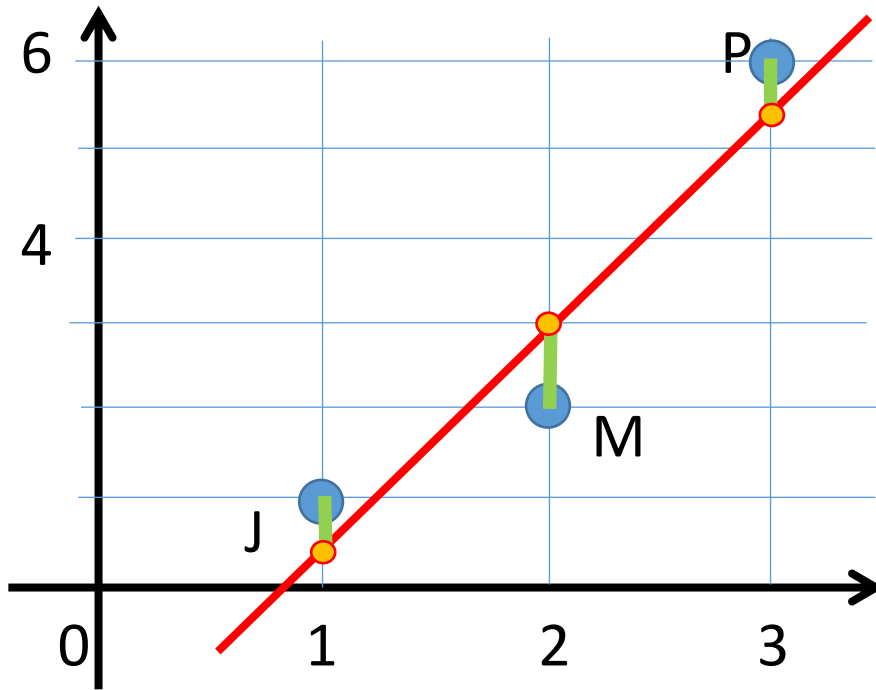
$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

Remarque : l'avantage de la méthode des moindres carrés est que le carré évite pour tous les points de se poser la question $y_{G'} > \text{ou} < \text{à } y_G ?$ car $(y_{G'} - y_G)^2 = (y_G - y_{G'})^2$

$$d_M = \dots$$

$$d_P = \dots$$

Application : exo 1



	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise

la somme des **carrés** des **écartements verticaux** d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque la série X ne peut avoir qu'un seul individu).

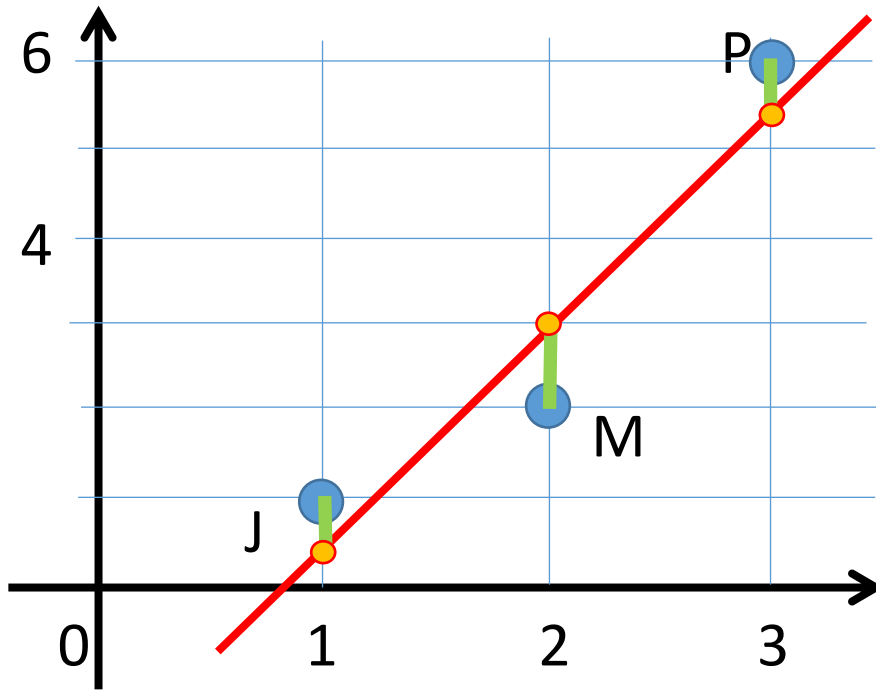
$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

Remarque : l'avantage de la méthode des moindres **carrés** est que le carré évite pour tous les points de se poser la **question** $y_{G'} > \text{ou} < \text{à } y_G ?$ car $(y_{G'} - y_G)^2 = (y_G - y_{G'})^2$

$$d_M = y_{M'} - y_M = (a x_M + b) - y_M = (a \times 2 + b) - 2$$

$$d_P = \dots$$

Application : exo 1



	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise

la somme des **carrés** des **écartements verticaux** d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque la série X ne peut avoir qu'un seul individu).

$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

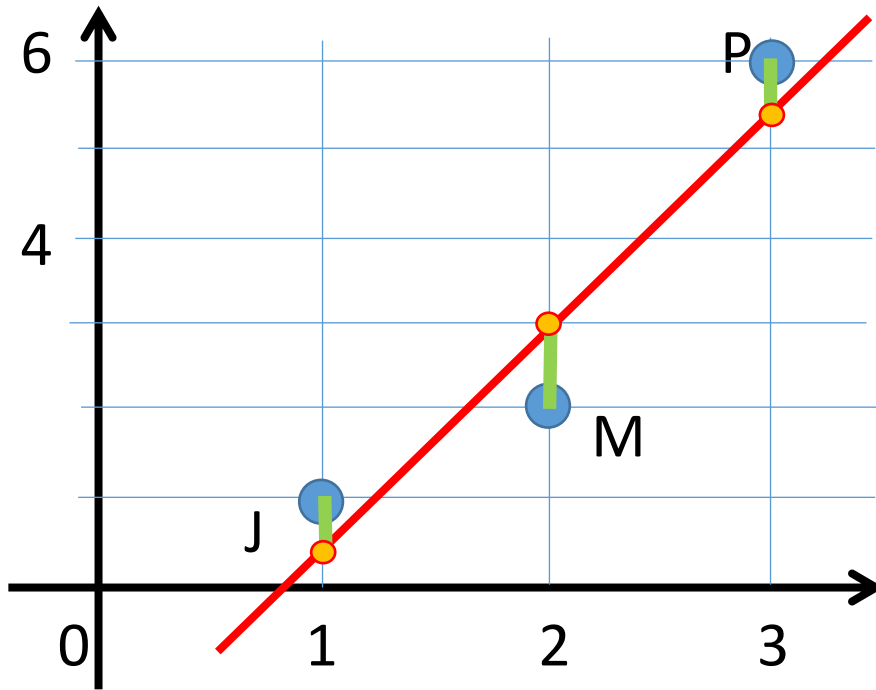
Remarque : l'avantage de la méthode des moindres **carrés** est que le carré évite pour tous les points de se poser la **question** $y_{G'} > \text{ou} < \text{à } y_G ?$ car $(y_{G'} - y_G)^2 = (y_G - y_{G'})^2$

$$d_M = y_{M'} - y_M = (a x_M + b) - y_M = (a \times 2 + b) - 2$$

$$d_P = y_P - y_{P'} = y_P - (a x_P + b) = 6 - (a \times 3 + b)$$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = \dots$$

Application : exo 1



	Jean	Marie	Pierre
X	1	2	3
Y	1	2	6

Droite de régression : elle minimise

la somme des carrés des écartements verticaux d_i

Equation $y = ax + b$ (et non $x = k$ puisque la série X ne peut avoir qu'un seul individu).

$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

Remarque : l'avantage de la méthode des moindres carrés est que le carré évite pour tous les points de se poser la question $y_{G'} > \text{ou} < \text{à } y_G ?$ car $(y_{G'} - y_G)^2 = (y_G - y_{G'})^2$

$$d_M = y_{M'} - y_M = (a x_M + b) - y_M = (a \times 2 + b) - 2$$

$$d_P = y_P - y_{P'} = y_P - (a x_P + b) = 6 - (a \times 3 + b)$$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = (a + b - 1)^2 + (2a + b - 2)^2 + (3a + b - 6)^2$$

$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

$$d_M = y_{M'} - y_M = (a x_M + b) - y_M = (a \times 2 + b) - 2$$

$$d_P = y_P - y_{P'} = y_P - (a x_P + b) = 6 - (a \times 3 + b)$$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = (a + b - 1)^2 + (2a + b - 2)^2 + (3a + b - 6)^2$$

= ...

$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

$$d_M = y_{M'} - y_M = (a x_M + b) - y_M = (a \times 2 + b) - 2$$

$$d_P = y_P - y_{P'} = y_P - (a x_P + b) = 6 - (a \times 3 + b)$$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = (a + b - 1)^2 + (2a + b - 2)^2 + (3a + b - 6)^2$$

$$= \underbrace{(a + b)^2 - 2(a + b) + 1^2}_{\text{}} + \underbrace{(2a + b)^2 - 2(2a + b)2 + 2^2}_{\text{}} + \underbrace{(3a + b)^2 - 2(3a + b)6 + 6^2}_{\text{}}$$

$$= \dots$$

$$(c - d)^2 = c^2 - 2cd + d^2$$

$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

$$d_M = y_{M'} - y_M = (a x_M + b) - y_M = (a \times 2 + b) - 2$$

$$d_P = y_P - y_{P'} = y_P - (a x_P + b) = 6 - (a \times 3 + b)$$

$$\begin{aligned} S &= d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = (a + b - 1)^2 + (2a + b - 2)^2 + (3a + b - 6)^2 \\ &= (a + b)^2 - 2(a + b) + 1^2 \\ &\quad + (2a + b)^2 - 2(2a + b)2 + 2^2 \quad + (3a + b)^2 - 2(3a + b)6 + 6^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b + 1 \\ &\quad + 4a^2 + 4ab + b^2 - 8a - 4b + 4 \quad + 9a^2 + 6ab + b^2 - 36a - 12b + 36 \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$d_J = y_J - y_{J'} = y_J - (a x_J + b) = 1 - (a \times 1 + b)$$

$$d_M = y_{M'} - y_M = (a x_M + b) - y_M = (a \times 2 + b) - 2$$

$$d_P = y_P - y_{P'} = y_P - (a x_P + b) = 6 - (a \times 3 + b)$$

$$\begin{aligned} S &= d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = (a + b - 1)^2 + (2a + b - 2)^2 + (3a + b - 6)^2 \\ &= (a + b)^2 - 2(a + b) + 1^2 \\ &\quad + (2a + b)^2 - 2(2a + b)2 + 2^2 \quad + (3a + b)^2 - 2(3a + b)6 + 6^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b + 1 \\ &\quad + 4a^2 + 4ab + b^2 - 8a - 4b + 4 \quad + 9a^2 + 6ab + b^2 - 36a - 12b + 36 \\ &= 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 \end{aligned}$$

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,
mais ...

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une ...

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une relation entre a et b , et substituer l'un par l'autre dans S .

Pour toute fonction affine $f(x) = ax + b$

$$f(x_{\text{moyen}}) = f \left(\dots \right)$$

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une relation entre a et b , et substituer l'un par l'autre dans S .

Pour toute fonction affine $f(x) = ax + b$

$$f(x_{\text{moyen}}) = f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}\right) = \dots$$

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une relation entre a et b , et substituer l'un par l'autre dans S .

Pour toute fonction affine $f(x) = ax + b$

$$f(x_{\text{moyen}}) = f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}\right) = a \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} + b = \frac{\dots}{N} + \frac{\dots}{N}$$

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une relation entre a et b , et substituer l'un par l'autre dans S .

Pour toute fonction affine $f(x) = ax + b$

$$f(x_{\text{moyen}}) = f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}\right) = a \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} + b = \frac{a(x_1 + x_2 + \dots)}{N} + \frac{Nb}{N}$$

$$= \frac{(\dots) + (\dots) + \dots + (\dots)}{N}$$

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une relation entre a et b , et substituer l'un par l'autre dans S .

Pour toute fonction affine $f(x) = ax + b$

$$f(x_{\text{moyen}}) = f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}\right) = a \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} + b = \frac{a(x_1 + x_2 + \dots)}{N} + \frac{Nb}{N}$$

$$= \frac{(ax_1 + b) + (ax_2 + b) + \dots + (ax_N + b)}{N} = \frac{\dots}{N}$$

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une relation entre a et b , et substituer l'un par l'autre dans S .

Pour toute fonction affine $f(x) = ax + b$

$$f(x_{\text{moyen}}) = f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}\right) = a \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} + b = \frac{a(x_1 + x_2 + \dots)}{N} + \frac{Nb}{N}$$

$$= \frac{(ax_1 + b) + (ax_2 + b) + \dots + (ax_N + b)}{N} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_N}{N} = \dots$$

Le S_{mini} va être trouvé dans le tableau de variation,

mais on n'a pas une image $f(a)$ d'un seul antécédent mais $f(a ; b)$!

Il faut donc trouver une relation entre a et b , et substituer l'un par l'autre dans S .

Pour toute fonction affine $f(x) = ax + b$

$$\begin{aligned} f(x_{\text{moyen}}) &= f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}\right) = a \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} + b = \frac{a(x_1 + x_2 + \dots)}{N} + \frac{Nb}{N} \\ &= \frac{(ax_1 + b) + (ax_2 + b) + \dots + (ax_N + b)}{N} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_N}{N} = y_{\text{moyen}} \end{aligned}$$

➡ le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ appartient à la droite !

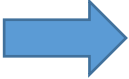
Ce pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts.

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$x_{\text{moyen}} = \dots$

$y_{\text{moyen}} = \dots$

 **pt moyen (... ; ...)**

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$$x_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \quad y_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 6}{3} = 3 \quad \Rightarrow \text{pt moyen } (2 ; 3)$$

Le pt moyen appartient à la droite $\Rightarrow$...

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$$x_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \quad y_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 6}{3} = 3 \quad \Rightarrow \text{pt moyen } (2 ; 3)$$

Le pt moyen appartient à la droite $\Rightarrow a \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41$$
$$= \dots$$

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$$x_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \quad y_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 6}{3} = 3 \quad \Rightarrow \text{pt moyen } (2 ; 3)$$

Le pt moyen appartient à la droite $\Rightarrow a \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$\begin{aligned} S &= d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 \\ &= 14a^2 + 12a(3 - 2a) + 3(3 - 2a)^2 - 46a - 18(3 - 2a) + 41 \\ &= \dots \end{aligned}$$

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$$x_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \quad y_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 6}{3} = 3 \quad \Rightarrow \text{pt moyen } (2 ; 3)$$

Le pt moyen appartient à la droite $\Rightarrow ax + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$\begin{aligned} S &= d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 \\ &= 14a^2 + 12a(3 - 2a) + 3(3 - 2a)^2 - 46a - 18(3 - 2a) + 41 \\ &= 14a^2 + 36a - 24a^2 + 27 - 36a + 12a^2 - 46a - 54 + 36a + 41 \\ &= \dots \end{aligned}$$

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$$x_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \quad y_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 6}{3} = 3 \quad \Rightarrow \text{pt moyen } (2 ; 3)$$

Le pt moyen appartient à la droite $\Rightarrow ax + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$\begin{aligned} S &= d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 \\ &= 14a^2 + 12a(3 - 2a) + 3(3 - 2a)^2 - 46a - 18(3 - 2a) + 41 \\ &= 14a^2 + 36a - 24a^2 + 27 - 36a + 12a^2 - 46a - 54 + 36a + 41 \\ &= 2a^2 - 10a + 41 \end{aligned}$$

$S(a)$ est une fonction car ...

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$$x_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \quad y_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 6}{3} = 3 \quad \Rightarrow \text{pt moyen } (2 ; 3)$$

Le pt moyen appartient à la droite $\Rightarrow ax + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$\begin{aligned} S &= d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 \\ &= 14a^2 + 12a(3 - 2a) + 3(3 - 2a)^2 - 46a - 18(3 - 2a) + 41 \\ &= 14a^2 + 36a - 24a^2 + 27 - 36a + 12a^2 - 46a - 54 + 36a + 41 \\ &= 2a^2 - 10a + 41 \end{aligned}$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$S' = \dots$

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

$$x_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \quad y_{\text{moyen}} = \frac{1 + 2 + 6}{3} = 3 \quad \Rightarrow \text{pt moyen } (2 ; 3)$$

Le pt moyen appartient à la droite $\Rightarrow a \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$\begin{aligned} S &= d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 \\ &= 14a^2 + 12a(3 - 2a) + 3(3 - 2a)^2 - 46a - 18(3 - 2a) + 41 \\ &= 14a^2 + 36a - 24a^2 + 27 - 36a + 12a^2 - 46a - 54 + 36a + 41 \\ &= 2a^2 - 10a + 41 \end{aligned}$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$$S' = 2(a^2)' + (-10a + 41)' = 2(2a) + (-10) = 4a - 10$$

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

Le **pt moyen** $(2 ; 3)$ appartient à la droite $\Rightarrow ax + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 = 2a^2 - 10a + 41$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$$S' = 2(a^2)' + (-10a + 41)' = 2(2a) + (-10) = 4a - 10$$

a	
S'	
S	

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

Le **pt moyen** $(2 ; 3)$ appartient à la droite $\Rightarrow ax + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 = 2a^2 - 10a + 41$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$$S' = 2(a^2)' + (-10a + 41)' = 2(2a) + (-10) = 4a - 10$$

a	$-\infty$	2,5	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

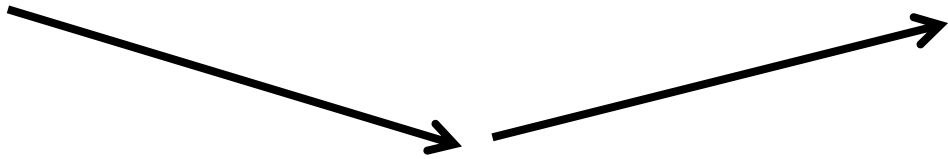
Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

Le **pt moyen** $(2 ; 3)$ appartient à la droite $\Rightarrow a \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 = 2a^2 - 10a + 41$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$$S' = 2(a^2)' + (-10a + 41)' = 2(2a) + (-10) = 4a - 10$$

a	$-\infty$	2,5	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

$\Rightarrow S$ est ...

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

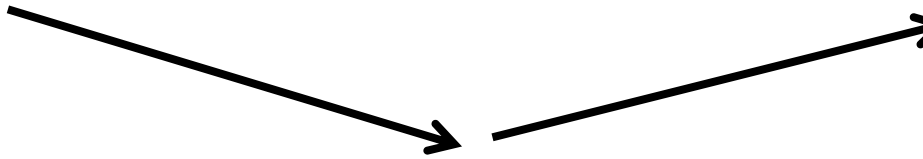
Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

Le **pt moyen** $(2 ; 3)$ appartient à la droite $\Rightarrow a \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 = 2a^2 - 10a + 41$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$$S' = 2(a^2)' + (-10a + 41)' = 2(2a) + (-10) = 4a - 10$$

a	$-\infty$	2,5	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

$\Rightarrow S$ est minimal pour $a = 2,5$

$\Rightarrow b = \dots$

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

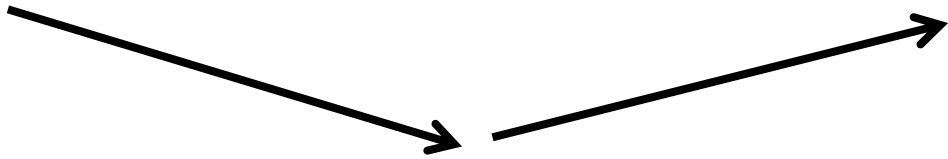
Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

Le **pt moyen** $(2 ; 3)$ appartient à la droite $\Rightarrow a \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 = 2a^2 - 10a + 41$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$$S' = 2(a^2)' + (-10a + 41)' = 2(2a) + (-10) = 4a - 10$$

a	$-\infty$	2,5	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

$\Rightarrow S$ est minimal pour $a = 2,5$

$$\Rightarrow b = 3 - 2 \times 2,5 = -2$$

$\Rightarrow$ La **droite de régression** a pour équation

...

Pour toute fonction **affine** $f(x) = ax + b$ $f(x_{\text{moyen}}) = y_{\text{moyen}}$

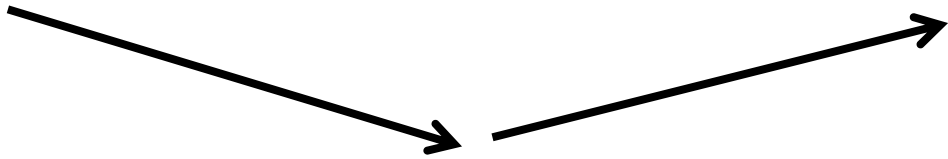
Le pt $(x_{\text{moyen}} ; y_{\text{moyen}})$ est appelé **point moyen** du nuage de pts, et appartient à la droite.

Le **pt moyen** $(2 ; 3)$ appartient à la droite $\Rightarrow a \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a$

$$S = d_J^2 + d_M^2 + d_P^2 = 14a^2 + 12ab + 3b^2 - 46a - 18b + 41 = 2a^2 - 10a + 41$$

$S(a)$ est une fonction car chaque antécédent a est associé à un unique S

$$S' = 2(a^2)' + (-10a + 41)' = 2(2a) + (-10) = 4a - 10$$

a	$-\infty$	2,5	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

$\Rightarrow S$ est minimal pour $a = 2,5$

$$\Rightarrow b = 3 - 2 \times 2,5 = -2$$

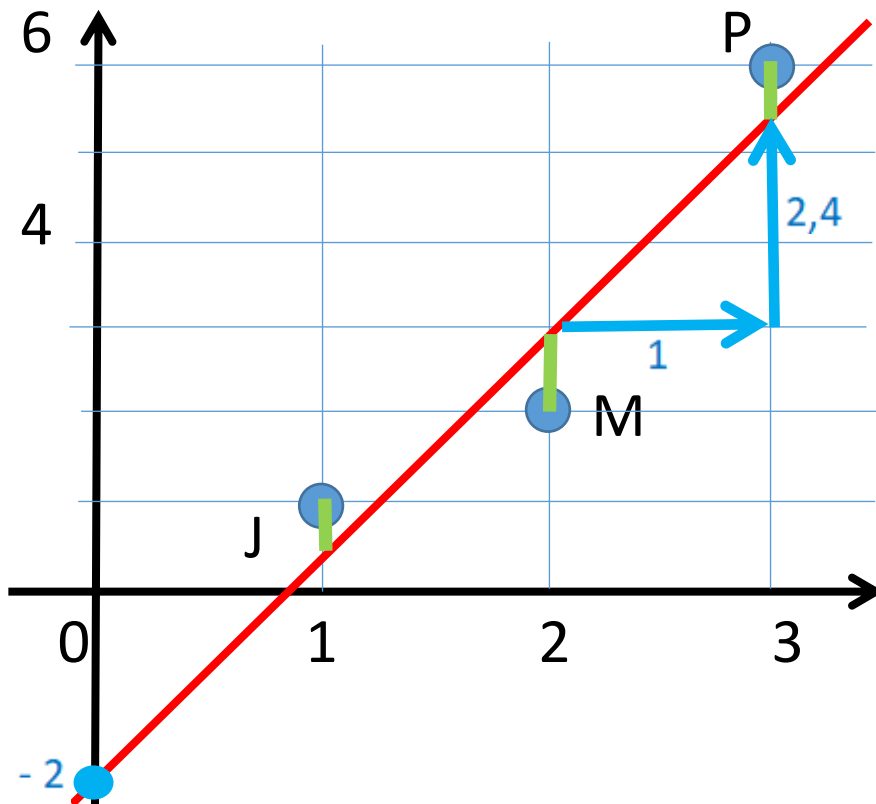
$\Rightarrow$ La **droite de régression** a pour équation $y = 2,5x - 2$

III Ajustement affine d'un nuage de points allongé

Le nuage de points, lorsqu'il est allongé, est résumé par une droite qui minimise l'écartement des points à la droite.

Détermination graphique : Défaut : imprécision.

Droite de régression : elle minimise algébriquement la somme des carrés des écarts verticaux d_i des points à la droite (appelée méthode des moindres carrés).



Par le tracé : $y \approx 2,4x - 2$

avec coeff. directeur $\approx 2,4 / 1$

et ordonnée à l'origine ≈ -2

Algébriquement : $y = 2,5x - 2$

Avec la calculatrice : ...

5°) Vérification à la calculatrice :

Casio

Menu → **STAT** → on rentre les valeurs de **X** en Liste 1 (par exemple)
de **Y** en Liste 2 (par ex.)

→ on informe la machine où se trouvent les X et Y : **SET** 2VAR XList : List 1
2VAR YList : List 2

→ 2VarF 1 (effectifs de 1 pour toutes les valeurs X et Y)

→ **CALC** → **REG** → **X** → $ax + b$

On lit $a \approx \dots ?$ $b \approx \dots ?$ **$y = ax + b$**

Texas

stats → **EDIT** → **Modifier** → on rentre les valeurs de **X** en Liste 1 (par exemple)
de **Y** en Liste 2 (par ex.)

stats → **CALC** → **RegLin(ax+b)** → XListe : L1 YListe : L2 **Calculer**

On lit **$y = ax + b$** $a \approx \dots ?$ $b \approx \dots ?$

5°) Vérification à la calculatrice :

Casio

Menu → **STAT** → on rentre les valeurs de **X** en Liste 1 (par exemple)
de **Y** en Liste 2 (par ex.)

→ on informe la machine où se trouvent les X et Y : **SET** 2VAR XList : List 1
2VAR YList : List 2

→ 2VarF 1 (effectifs de 1 pour toutes les valeurs X et Y)

→ **CALC** → **REG** → **X** → **ax + b**

On lit $a \approx \mathbf{2,5}$ (dans cet ex. $a = 2,5$) $b \approx \mathbf{-2}$ (idem) $\mathbf{y = ax + b}$

Texas

stats → **EDIT** → **Modifier** → on rentre les valeurs de **X** en Liste 1 (par exemple)
de **Y** en Liste 2 (par ex.)

stats → **CALC** → **RegLin(ax+b)** → XListe : L1 YListe : L2 **Calculer**

On lit $\mathbf{y = ax + b}$ $a \approx \mathbf{2,5}$ (dans cet ex. $a = 2,5$) $b \approx \mathbf{-2}$ (idem)