chapitre 3 (Tronc commun) **Les Suites.**

Rappel :

1°) <u>Définition :</u>

Une suite réelle est une … définie sur …

chapitre 3 (Tronc commun) **Les Suites.**

Rappel :

1°) Définition :

Une suite réelle est une fonction définie sur IN (ou IN*)

à valeurs dans IR.

chapitre 3 (Tronc commun) **Les Suites.**

Rappel :

1°) <u>Définition :</u>

Une suite réelle est une fonction définie sur IN (ou IN*) à valeurs dans IR.

2°) <u>Notations :</u>

f : x $\mapsto$ f(x)

f(x) est appelée …

x est appelé …

chapitre 3 (Tronc commun) # Les Suites.

Rappel :

1°) <u>Définition :</u>

Une suite réelle est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ (ou $\mathbb{N}^*$) à valeurs dans $\mathbb{R}$.

2°) <u>Notations :</u>

$f : x \mapsto f(x)$ *mais on va l'écrire* $(u_n) : n \mapsto u_n$

f(x) est appelée *l'image* — u_n est appelé …

x est appelé *l'antécédent* — n est appelé …

Le 1er terme est …

chapitre 3 (Tronc commun) **Les Suites.**

Rappel :

1°) <u>Définition :</u>

Une suite réelle est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ (ou $\mathbb{N}^*$) à valeurs dans $\mathbb{R}$.

2°) <u>Notations :</u>

$f : x \mapsto f(x)$ *mais on va l'écrire* $(u_n) : n \mapsto u_n$

f(x) est appelée *l'image* — u_n est appelé le terme

x est appelé *l'antécédent* — n est appelé le rang

Le 1er terme est …

chapitre 3 (Tronc commun) **Les Suites.**

Rappel :

1°) <u>Définition :</u>

Une suite réelle est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ (ou $\mathbb{N}^*$) à valeurs dans $\mathbb{R}$.

2°) <u>Notations :</u>

$f : x \mapsto f(x)$ *mais on va l'écrire* $(u_n) : n \mapsto u_n$

$f(x)$ est appelée *l'image* u_n est appelé le terme

x est appelé *l'antécédent* n est appelé le rang

Le 1er terme est u_0 si la suite est définie sur $\mathbb{N}$, u_1 si définie sur $\mathbb{N}^*$.

u_n est appelé le « terme général de la suite ».

u_n peut être calculé à partir de n
et on dit que la suite est définie de façon explicite ;

ou à partir d'autres termes
et on dit que la suite est définie par récurrence.

Exemples :

u_n est appelé le « terme général de la suite ».

u_n peut être calculé à partir de n
et on dit que la suite est définie de façon explicite ;

ou à partir d'autres termes
et on dit que la suite est définie par récurrence.

Exemples : $u_n = n^2 + 1$ suite …

$v_n = 2v_{n-1} + 3$ suite …

$w_n = 2w_{n-1} + 3w_{n-2}$ suite …

u_n est appelé le « terme général de la suite ».

u_n peut être calculé à partir de n

et on dit que la suite est définie de façon explicite ;

ou à partir d'autres termes

et on dit que la suite est définie par récurrence.

Exemples : $u_n = n^2 + 1$ suite définie de façon *explicite*

$v_n = 2v_{n-1} + 3$ relation de *récurrence* d'ordre 1

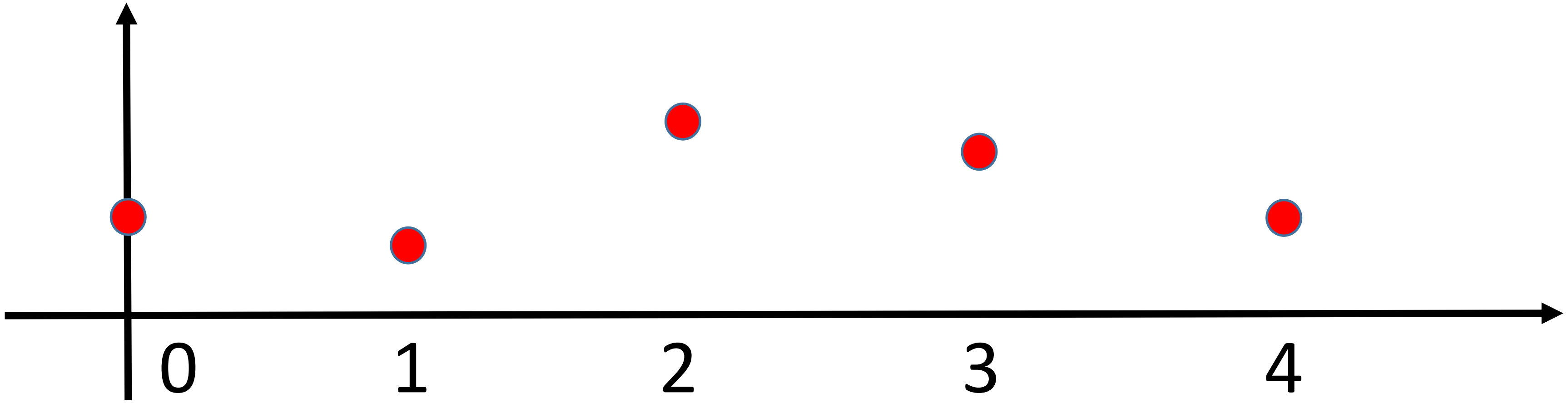
$w_n = 2w_{n-1} + 3w_{n-2}$ relation de *récurrence* d'ordre 2

3°) Courbe d'une suite.

$(u_n) : n \mapsto u_n$ va donner le point $M(n\,;u_n)$ de la courbe.

Comme la suite est définie sur $\mathbb{N}$, tous les points ont des abscisses entières, donc aucun point ne touche un autre : la courbe représentative d'une suite est constituée de **points distincts** :

la **courbe** est totalement **discontinue**.

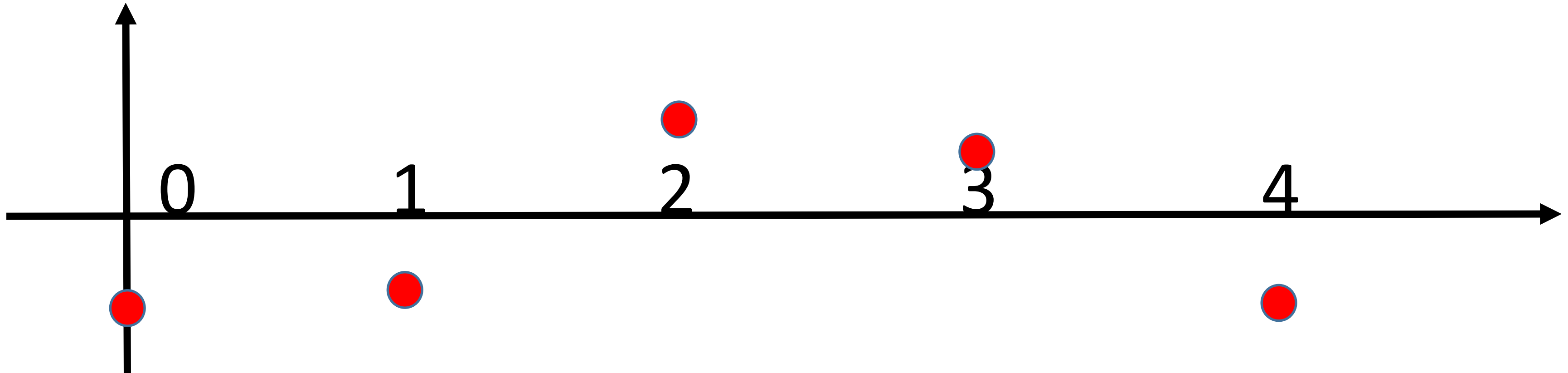


3°) Courbe d'une suite.

$(u_n) : n \mapsto u_n$ va donner le point $M(n ; u_n)$ de la courbe.

Comme la suite est définie sur IN, tous les points ont des abscisses entières, donc aucun point ne touche un autre : la courbe représentative d'une suite est constituée de **points distincts** :

la **courbe** est totalement **discontinue**.



Remarque : les x sont des entiers positifs, mais pas forcément les y !

4°) Sens de variation d'une suite :

La suite (u_n) est strictement croissante

$\Longleftrightarrow$ $u_{n+1} > u_n$

La suite (v_n) est strictement décroissante

$\Longleftrightarrow$ $v_{n+1} < v_n$

La suite (w_n) est strictement constante

$\Longleftrightarrow$ $w_{n+1} = w_n$

Remarque : une suite n'est jamais dérivable car …

4°) Sens de variation d'une suite :

La suite (u_n) est strictement croissante

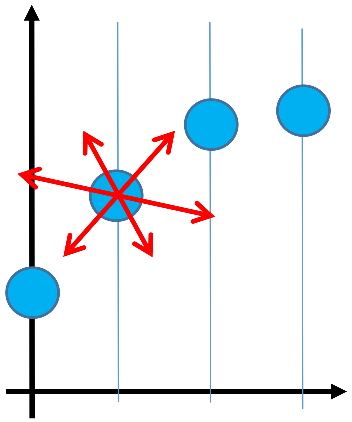
$\Longleftrightarrow$ $u_{n+1} > u_n$

La suite (v_n) est strictement décroissante

$\Longleftrightarrow$ $v_{n+1} < v_n$

La suite (w_n) est strictement constante

$\Longleftrightarrow$ $w_{n+1} = w_n$



Remarque : une suite n'est jamais dérivable car il n'y a pas de tangentes aux points discontinus de la courbe.

Les suites

Exercice 1 : Soient les suites définies par :

$u_{n+1} = u_n + 2$ et $u_0 = 1$

$v_{n+1} = v_n$ et $v_0 = 1$

$w_{n+1} = w_n - 3$ et $w_0 = 1$

Tracez leurs courbes sur le même graphe

(les 5 premiers points). Que remarquez-vous ?

Chapitre 2

Les suites

$u_{n+1} = u_n + 2$ et $u_0 = 1$

$v_{n+1} = v_n$ et $v_0 = 1$

$w_{n+1} = w_n - 3$ et $w_0 = 1$

n	0	1	2	3	4
u_n	1				
v_n	1				
w_n	1				

Chapitre 2

Les suites

$u_0 = 1 \quad u_1 = u_0 + 2 = 3$

$v_0 = 1 \quad v_1 = v_0 = 1$

$w_0 = 1 \quad w_1 = w_0 - 3 = -2$

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3			
v_n	1	1			
w_n	1	- 2			

Chapitre 2

Les suites

$u_0 = 1$ $u_1 = u_0 + 2 = 3$ $u_2 = u_1 + 2 = 5$

$v_0 = 1$ $v_1 = v_0 = 1$ $v_2 = v_1 = 1$

$w_0 = 1$ $w_1 = w_0 - 3 = -2$ $w_2 = w_1 - 3 = -5$

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5		
v_n	1	1	1		
w_n	1	- 2	- 5		

Chapitre 2

Les suites

$u_0 = 1 \qquad u_1 = u_0 + 2 = 3 \qquad u_2 = u_1 + 2 = 5 \qquad$ etc...

$v_0 = 1 \qquad v_1 = v_0 = 1 \qquad v_2 = v_1 = 1 \qquad$ etc...

$w_0 = 1 \qquad w_1 = w_0 - 3 = -2 \qquad w_2 = w_1 - 3 = -5 \qquad$ etc...

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11

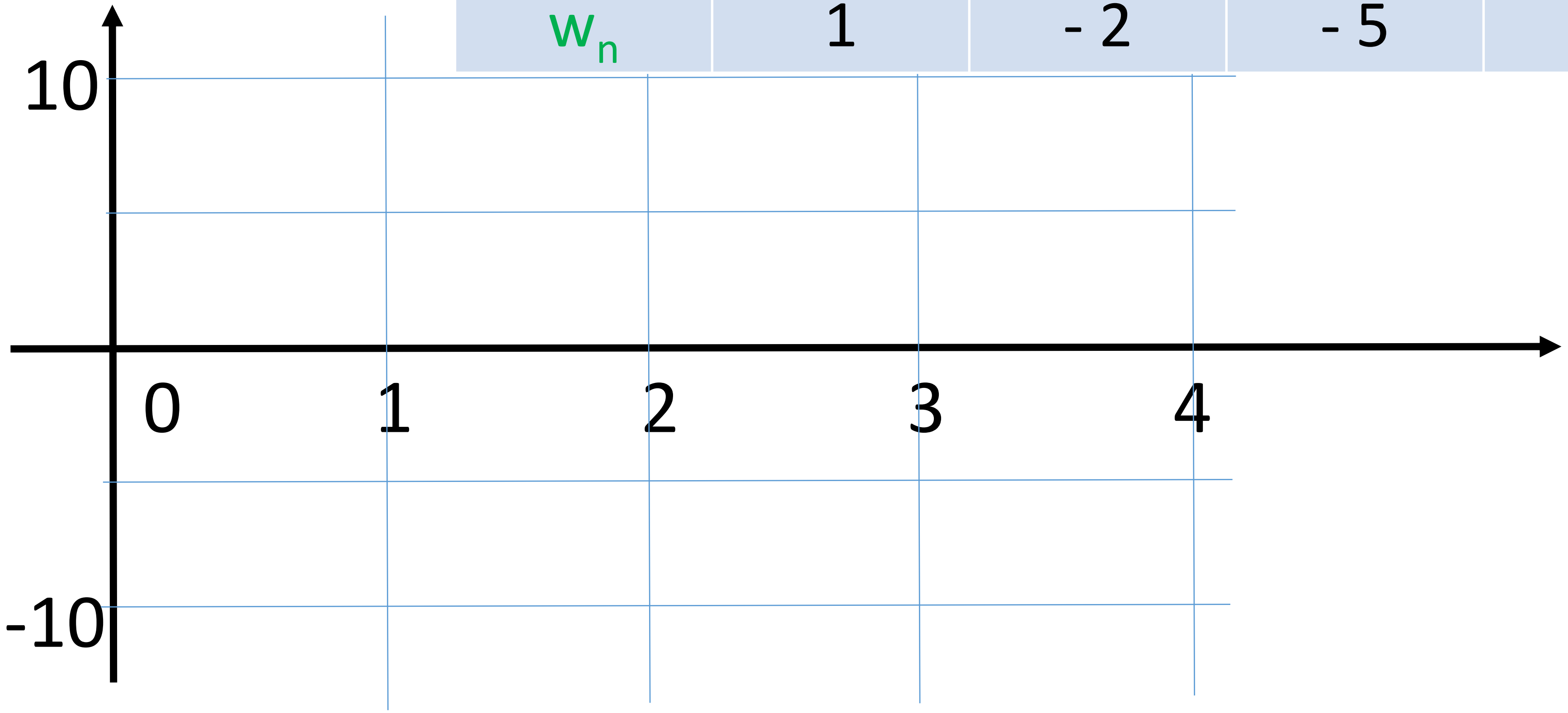
$-3 \qquad -3 \qquad -3 \qquad -3$

Tracez leurs courbes sur le même graphe

x

f(x)

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11

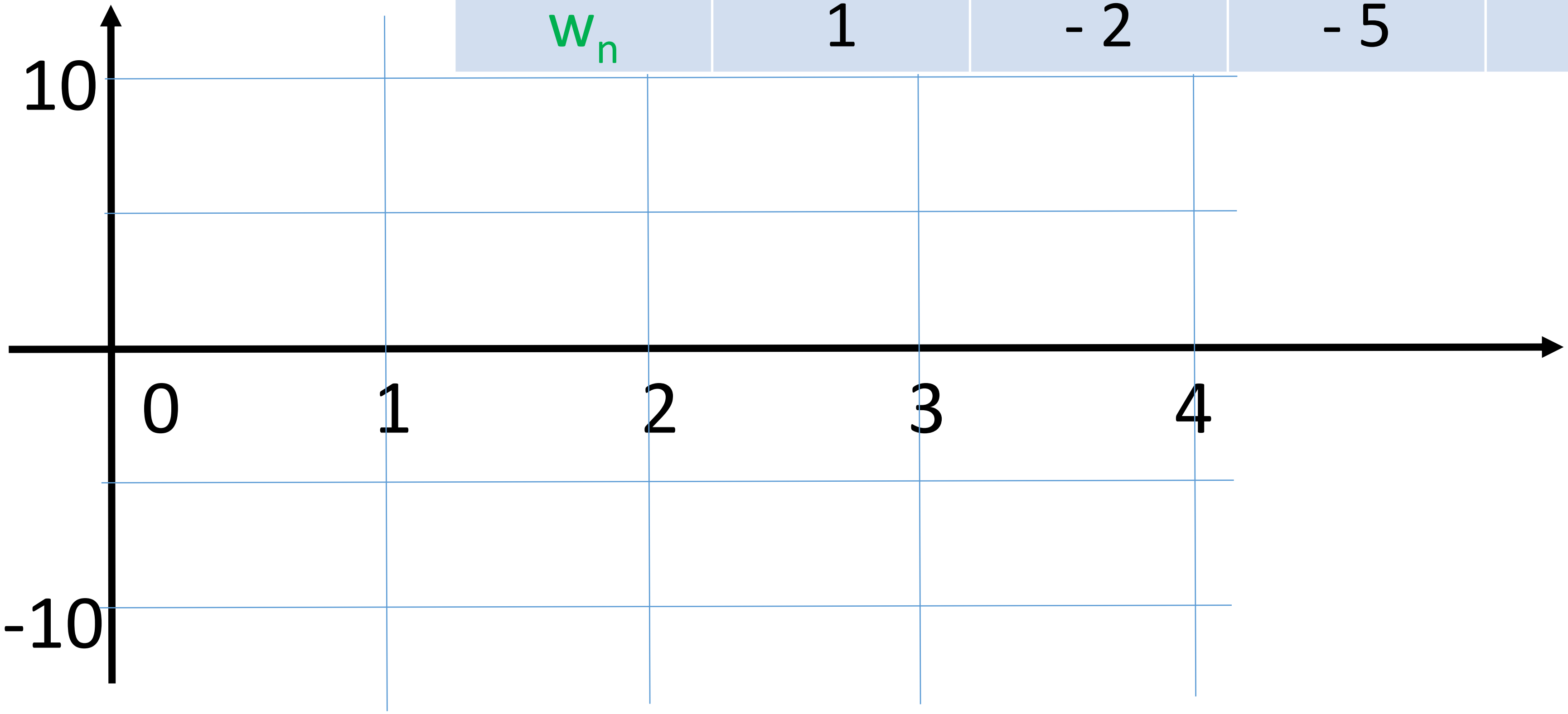


Tracez leurs courbes sur le même graphe

x x

f(x) y

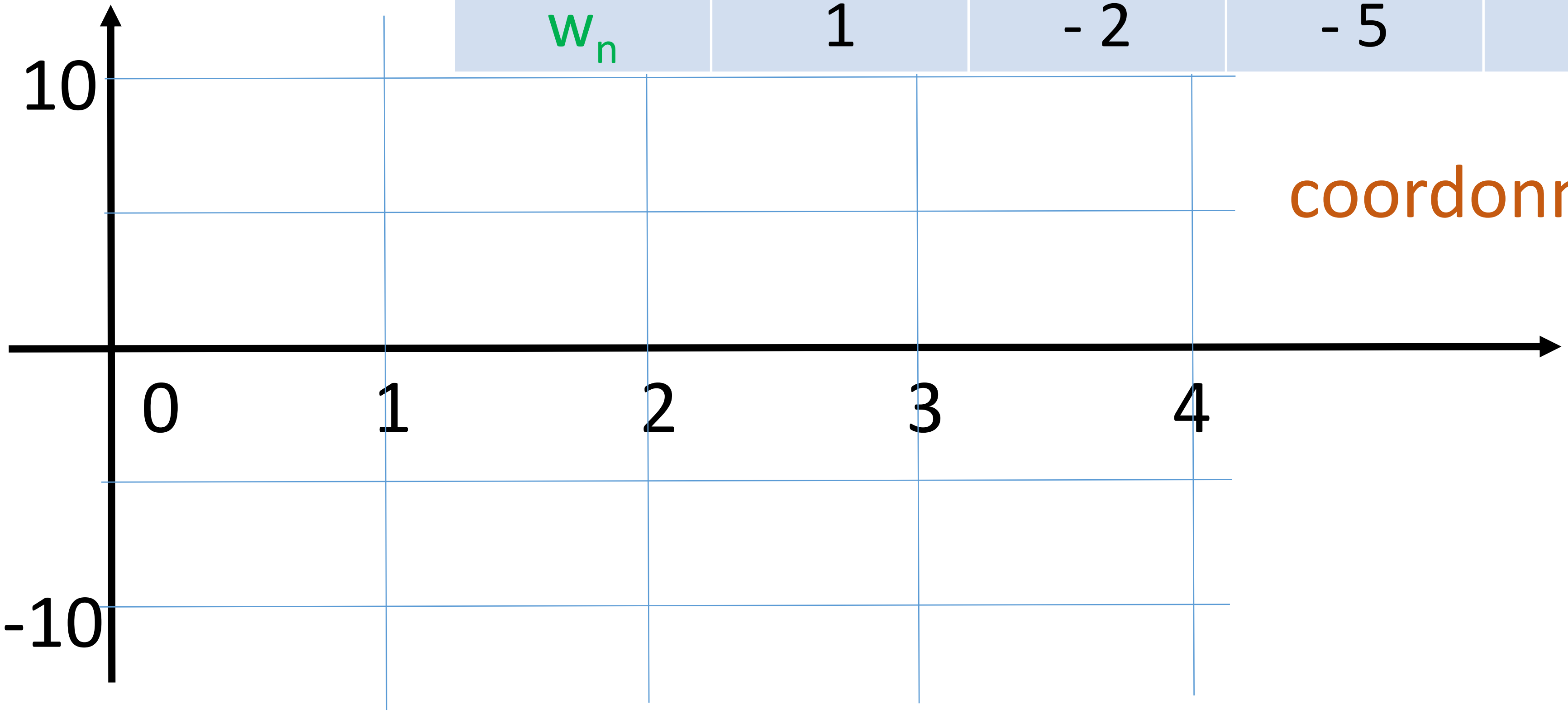
n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11



Tracez leurs courbes sur le même graphe

x	x
f(x)	y

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11



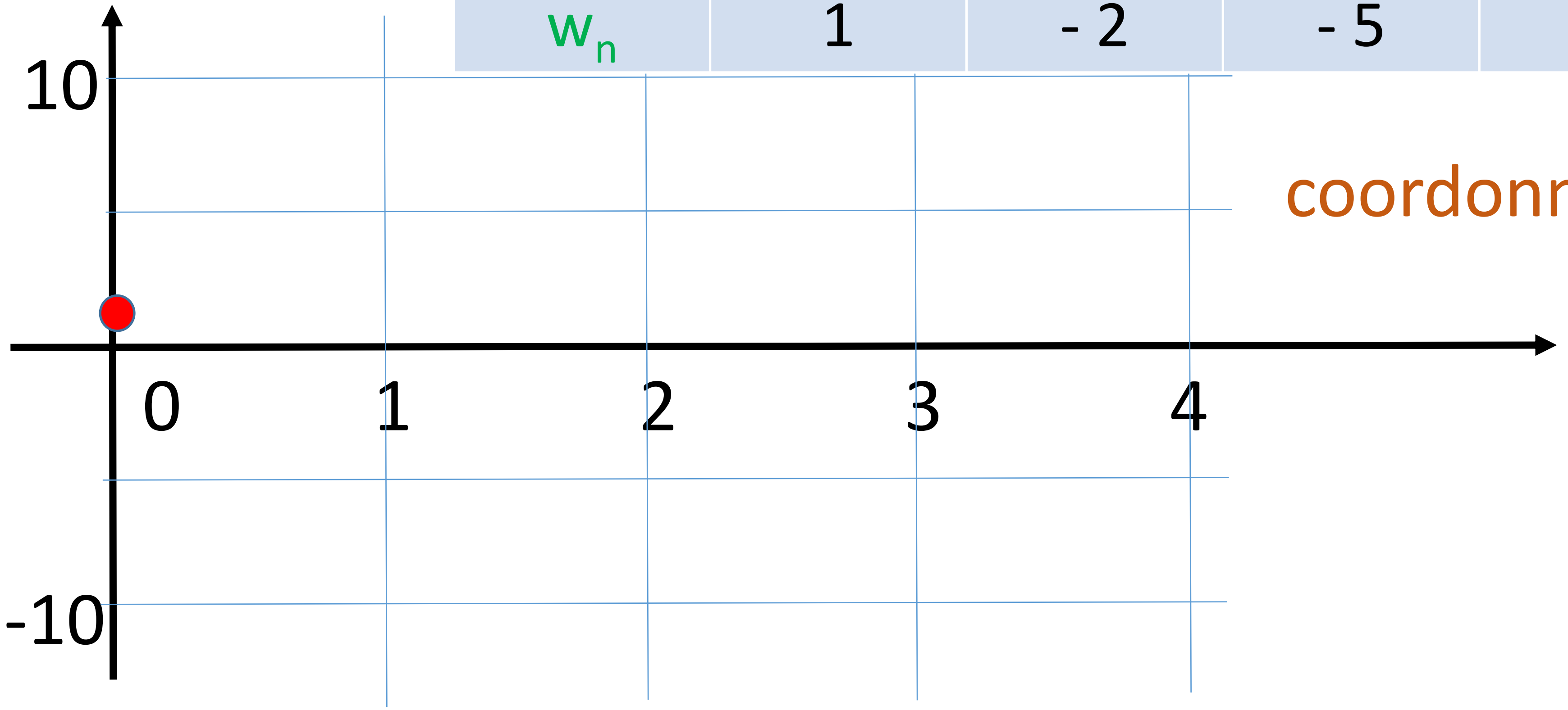
coordonnées de points

Tracez leurs courbes sur le même graphe

x x

f(x) y

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11



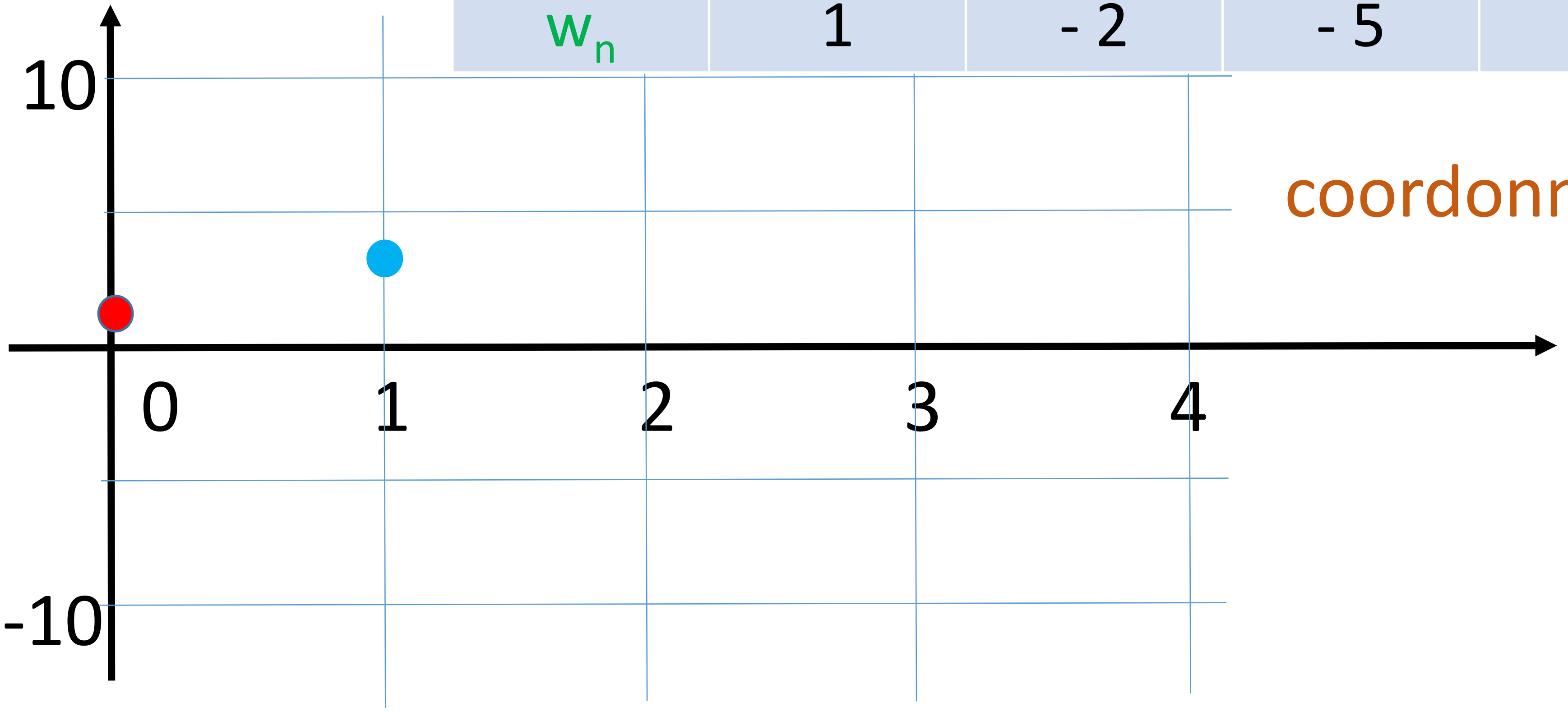
coordonnées de points

Tracez leurs courbes sur le même graphe

x x

f(x) y

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11



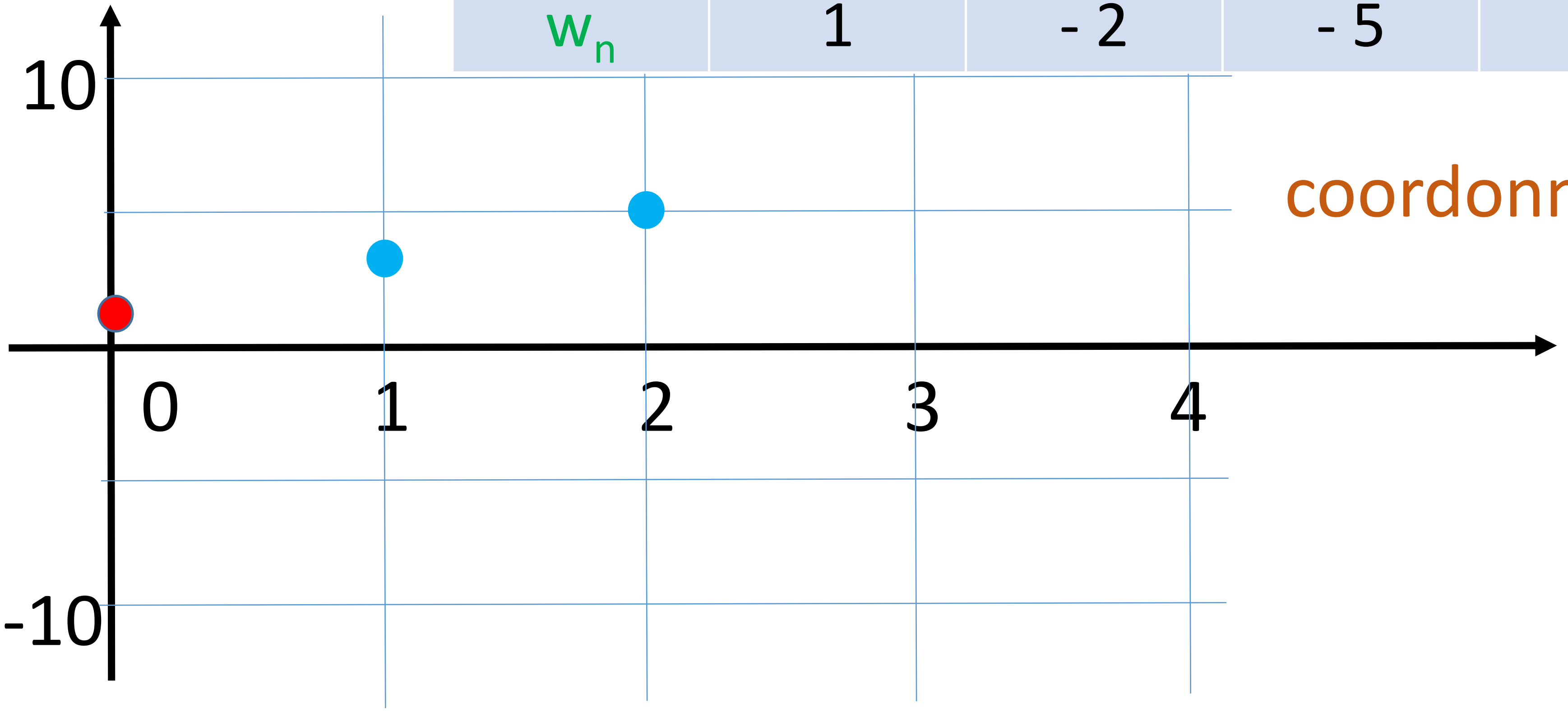
coordonnées de points

Tracez leurs courbes sur le même graphe

x x

f(x) y

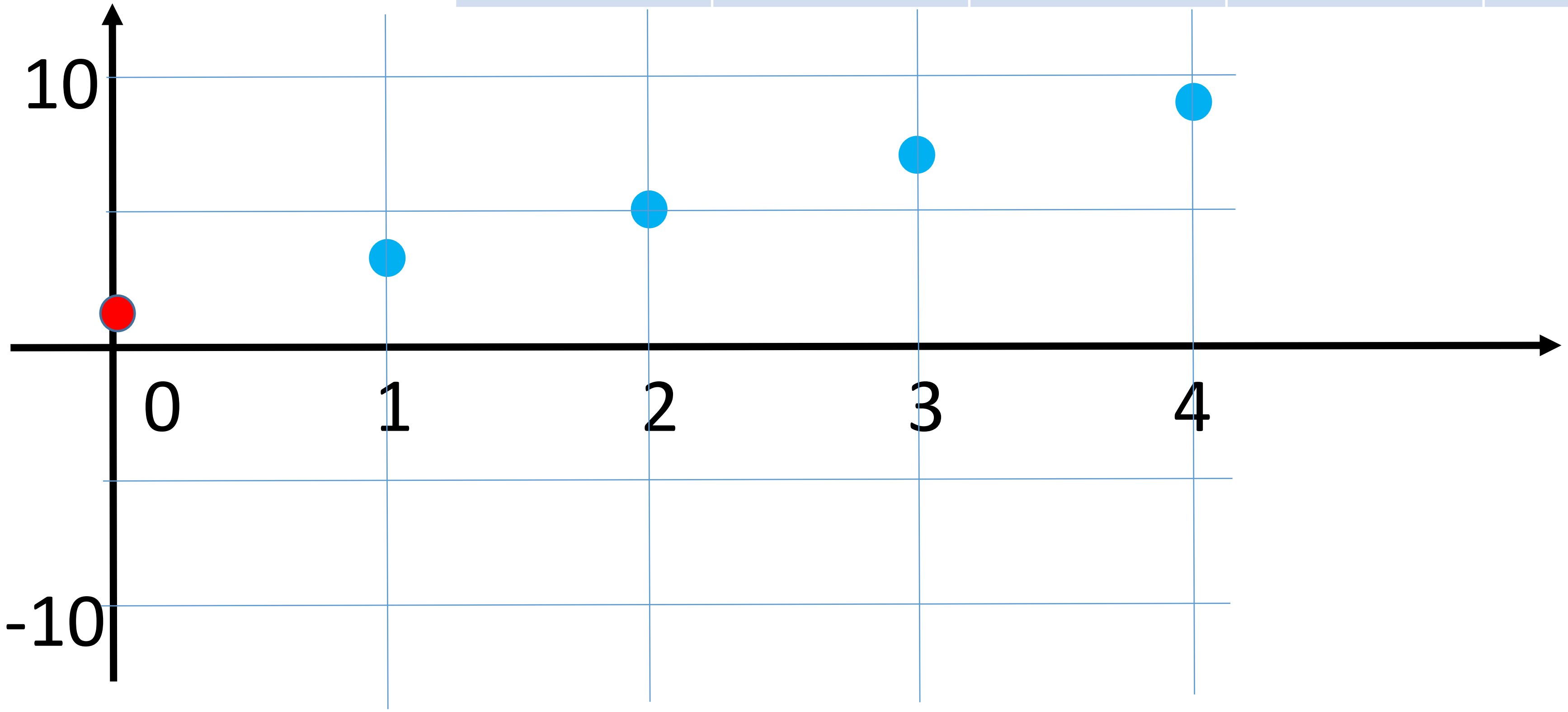
n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11



coordonnées de points

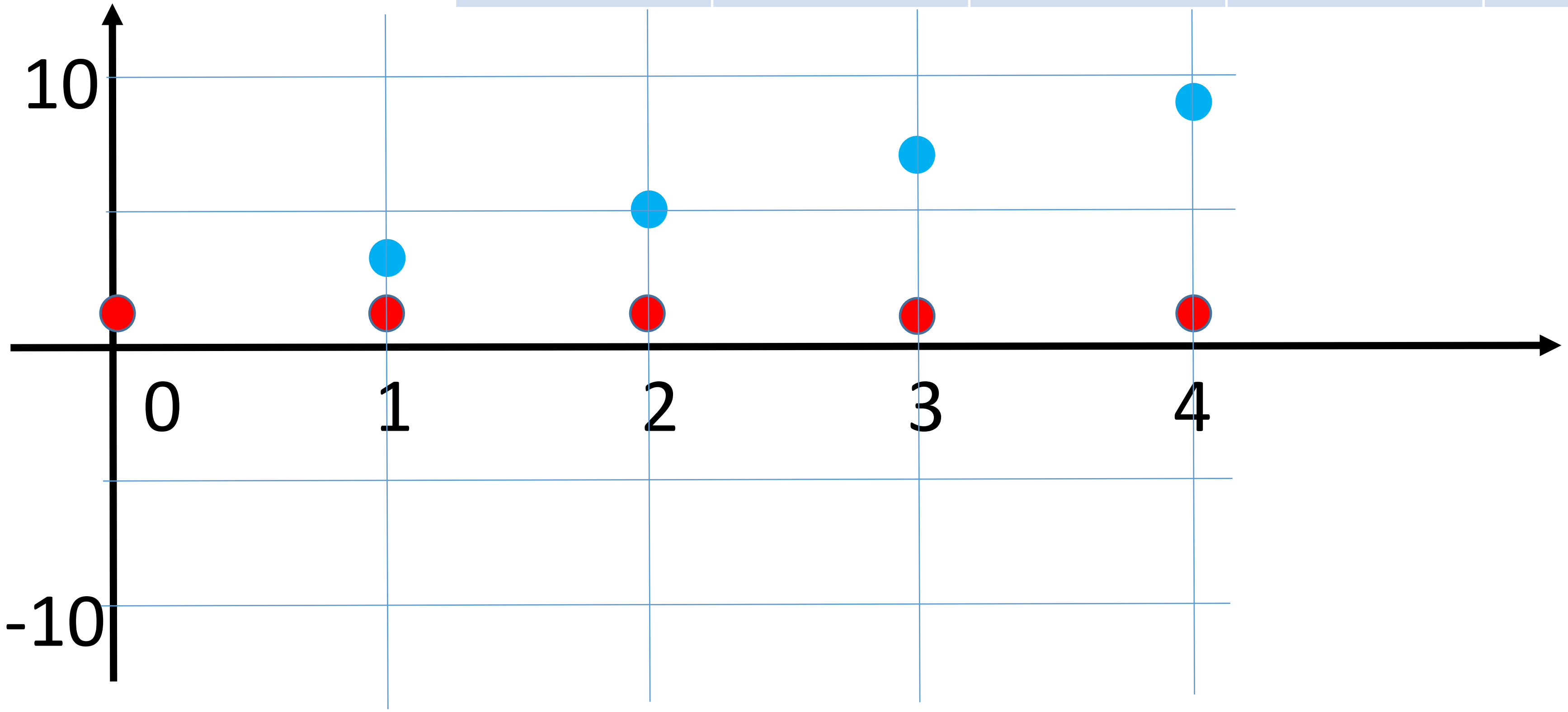
Tracez leurs courbes sur le même graphe

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11



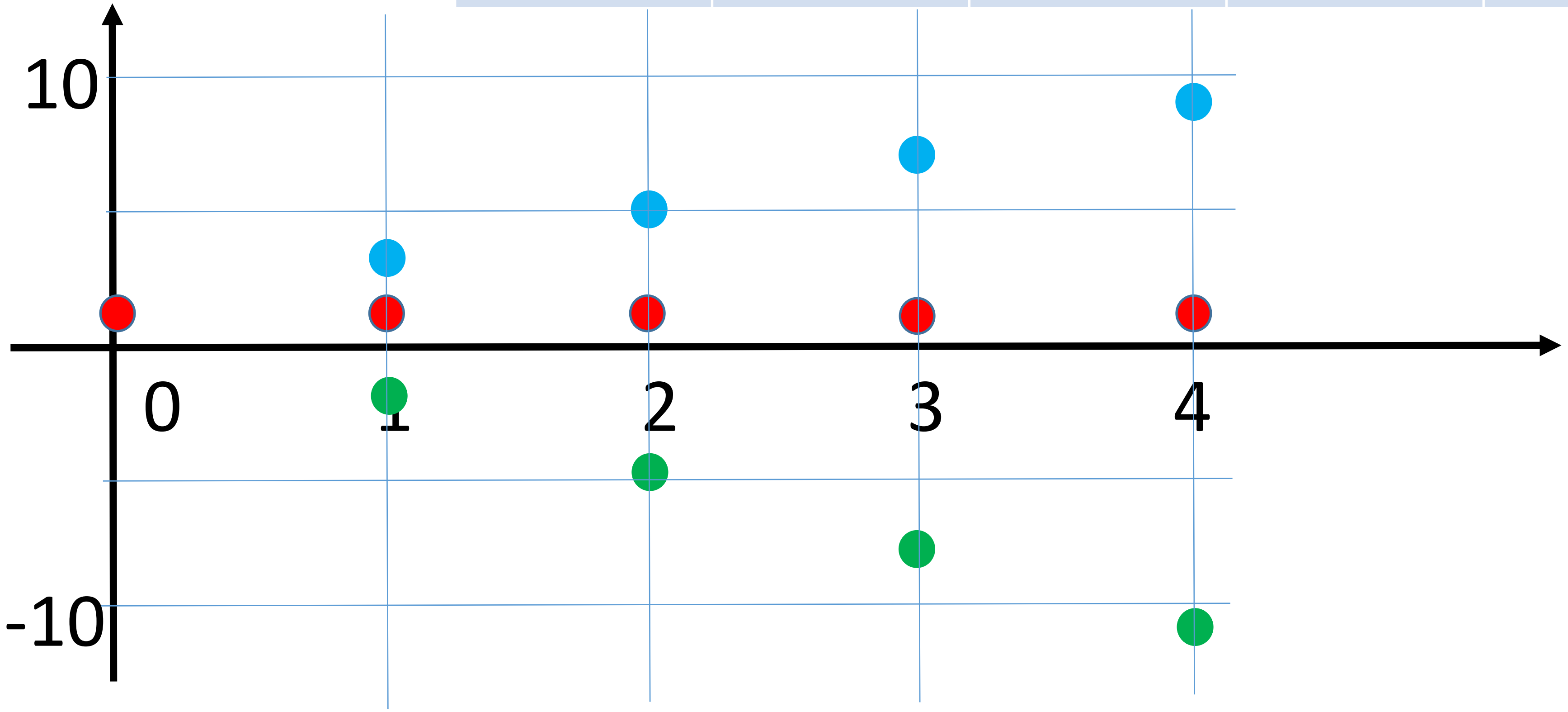
Tracez leurs courbes sur le même graphe

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11

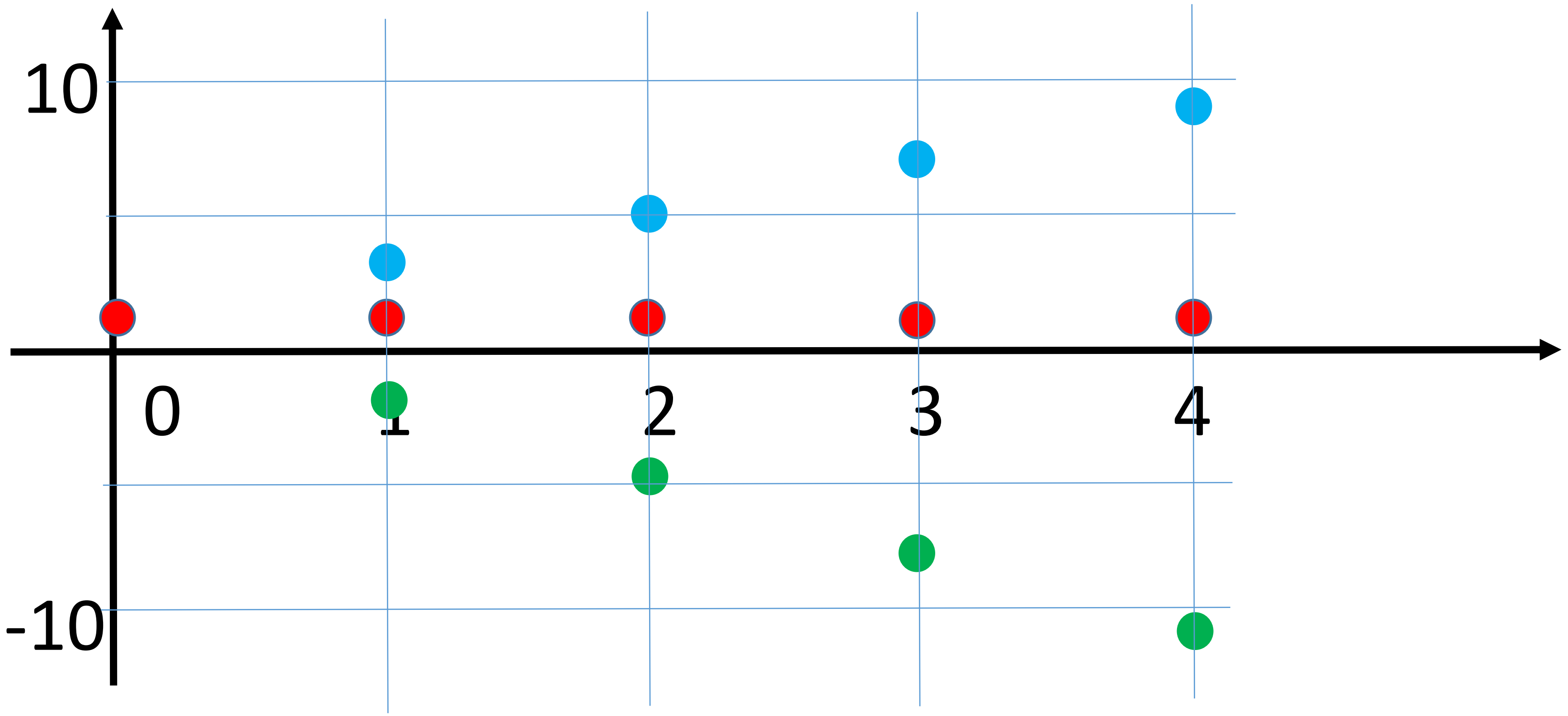


Tracez leurs courbes sur le même graphe

n	0	1	2	3	4
u_n	1	3	5	7	9
v_n	1	1	1	1	1
w_n	1	- 2	- 5	- 8	- 11

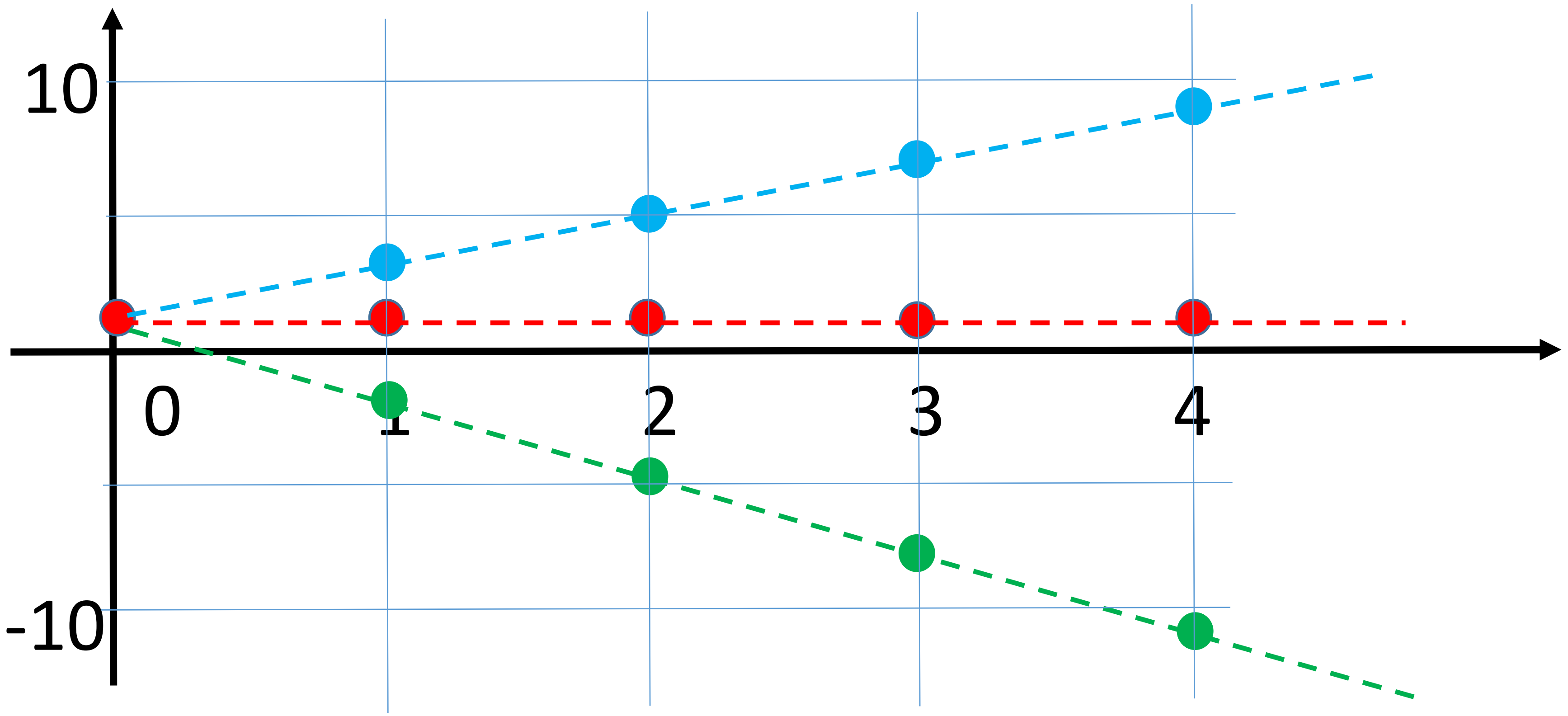


Que remarquez-vous ?



Que remarquez-vous ?

Les points semblent tous alignés.

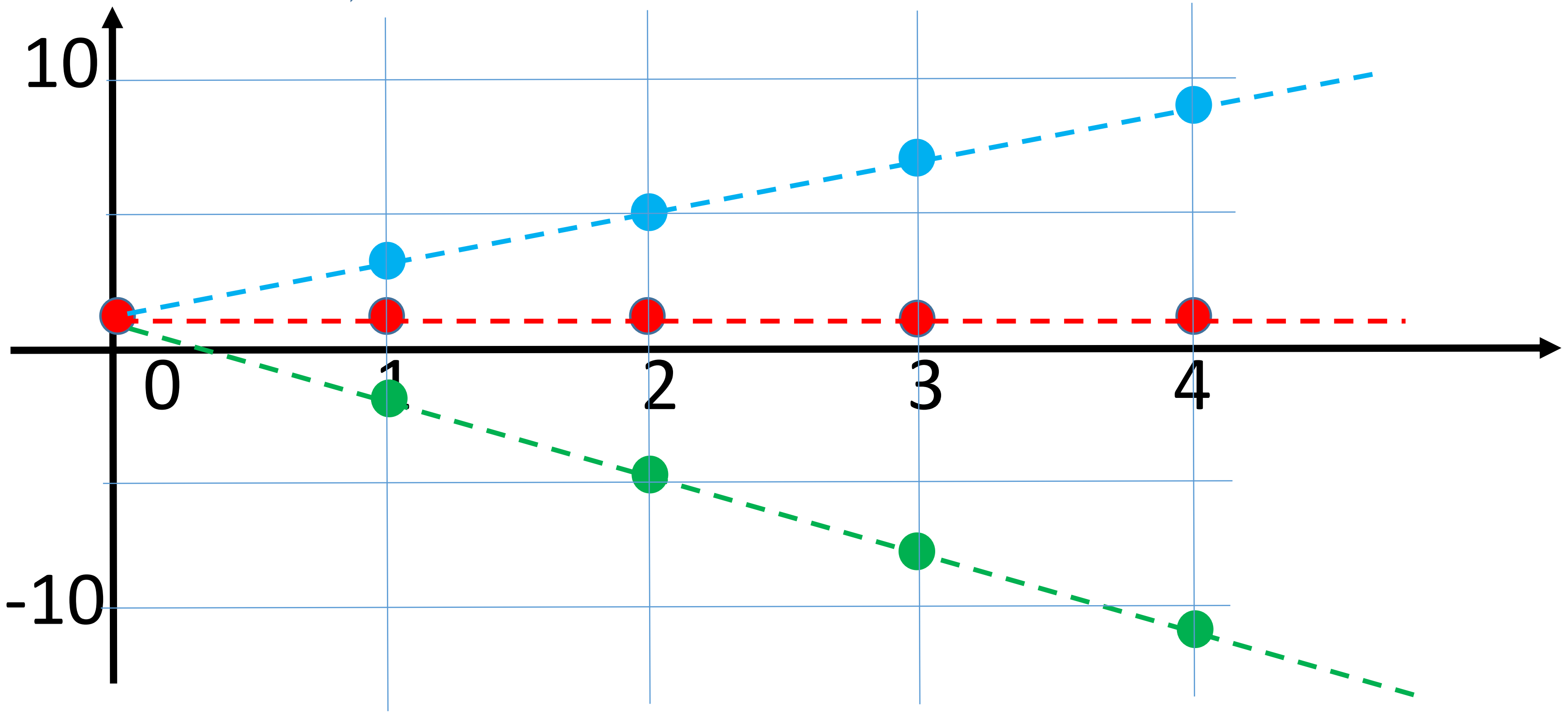


Que remarquez-vous ?

Les points semblent tous alignés.

$u_{n+1} = u_n + 2$ la suite semble croissante.

$v_{n+1} = v_n + 0$ ⇨ constante. $w_{n+1} = w_n - 3$ ⇨ décroissante.

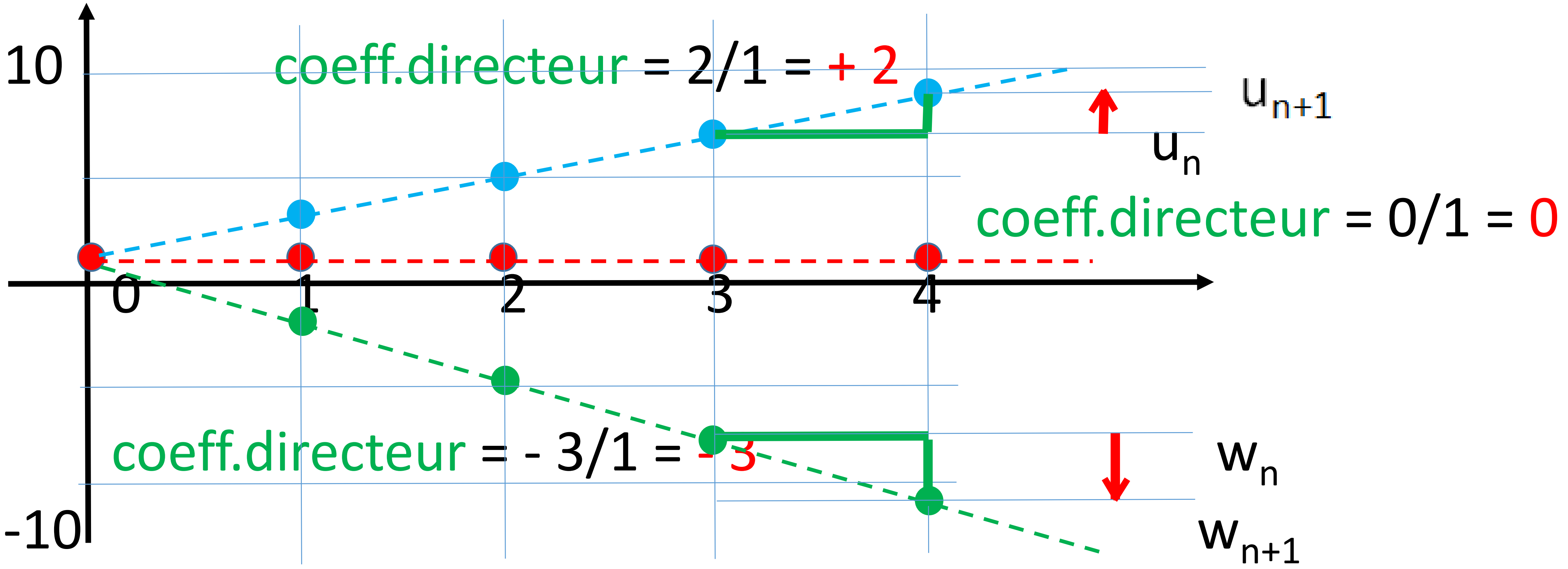


Que remarquez-vous ?

Les points semblent tous alignés.

$u_{n+1} = u_n + 2$ la suite semble croissante.

$v_{n+1} = v_n + 0$ ⇨ constante. $w_{n+1} = w_n - 3$ ⇨ décroissante



Chapitre 3 (Tronc commun) **Les suites**

I Les suites arithmétiques

1°) <u>Définition :</u> La suite (u_n) est arithmétique

si et seulement si l'écart entre tous les termes voisins est constant

$\boxed{u_{n+1} - u_n = C^{te}}$ pour tous les n de l'ensemble de définition ($\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$).

$\mathbb{N}$ entiers naturels

$\mathbb{N}^*$ entiers naturels sauf 0

Chapitre 3 (Tronc commun)

Les suites

I Les suites arithmétiques

1°) <u>Définition :</u> La suite (u_n) est arithmétique

si et seulement si l'écart entre tous les termes voisins est constant

$\boxed{u_{n+1} - u_n = C^{te}}$ pour tous les n de l'ensemble de définition ($\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$).

Exemple : 10 13 16 19 22 25 28

Chapitre 3 (Tronc commun)

Les suites

I Les suites arithmétiques

1°) <u>Définition :</u> La suite (u_n) est arithmétique

si et seulement si l'écart entre tous les termes voisins est constant

$\boxed{u_{n+1} - u_n = C^{te}}$ pour tous les n de l'ensemble de définition ($\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$).

Exemple : 10 13 16 19 22 25 28 écart constant de 3

Cet écart constant est appelé « Raison de la suite arithmétique ».

Chapitre 3 (Tronc commun)

Les suites

I Les suites arithmétiques

1°) <u>Définition :</u> La suite (u_n) est arithmétique

si et seulement si l'écart entre tous les termes voisins est constant

$\boxed{u_{n+1} - u_n = C^{te}}$ pour tous les n de l'ensemble de définition ($\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^*$).

Exemple : 10 13 16 19 22 25 28 écart constant de 3

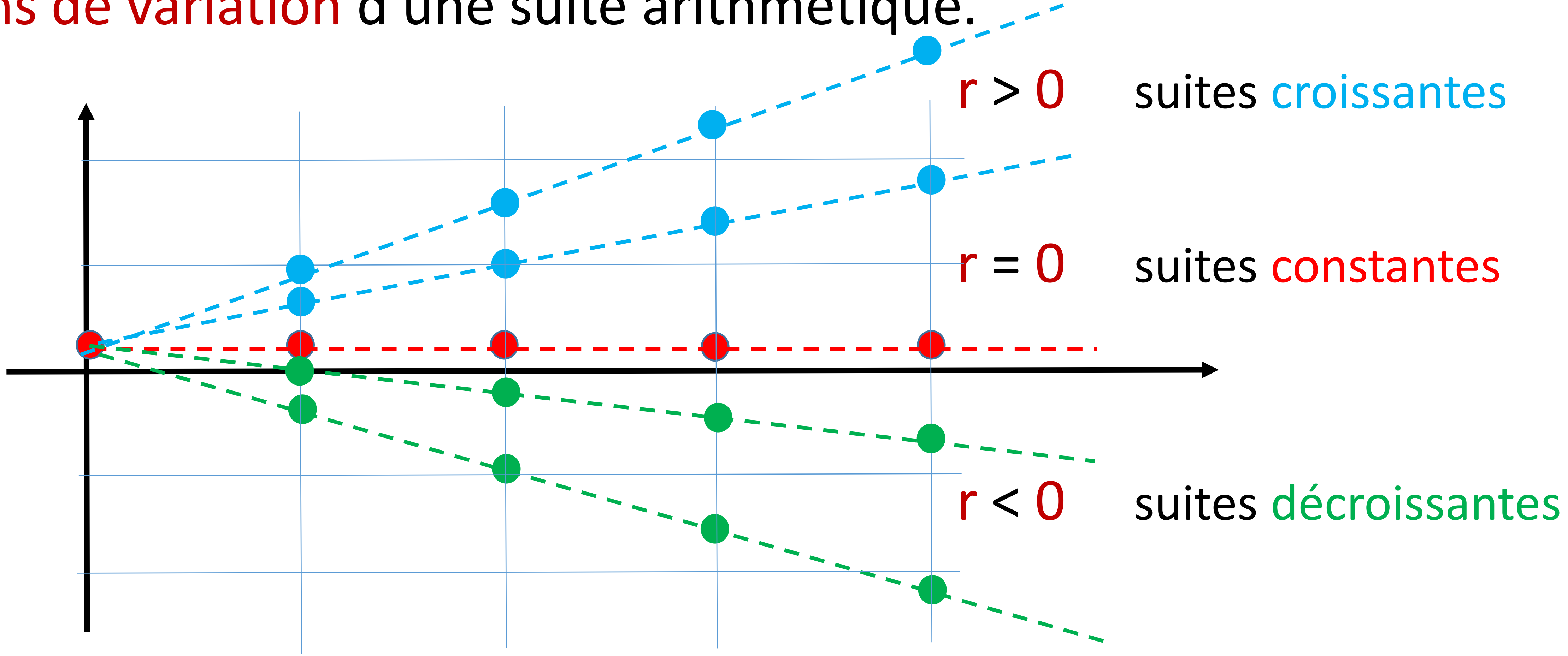
Cet écart constant est appelé « Raison de la suite arithmétique ».

Ne pas confondre : 10 20 40 80 rapport constant pour les suites géométriques !

Généralisation de l'exo 1 :

raison = coeff.directeur

⇨ Il suffit de connaître le signe de la raison pour démontrer le sens de variation d'une suite arithmétique.



2°) Conséquences :

$u_{n+1} - u_n = \dots$

2°) Conséquences :

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_n - u_0 = \dots\ ?$

$n = 1 \Rightarrow u_n - u_0 = \dots$

$n = 2 \Rightarrow u_n - u_0 = \dots$

$n = 3 \Rightarrow u_n - u_0 = \dots$

Généralisation : $u_n - u_0 = \dots$

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Longleftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3$ etc… $u_{n-1} \quad u_n$

$u_n - u_0 = \ldots ?$

$n = 1 \Longrightarrow u_n - u_0 = \ldots$

$n = 2 \Longrightarrow u_n - u_0 = \ldots$

$n = 3 \Longrightarrow u_n - u_0 = \ldots$

Généralisation : $u_n - u_0 = \ldots$

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Longleftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3$ etc… $u_{n-1} \quad u_n$

raison r

$u_n - u_0 = \ldots ?$

$n = 1 \Rightarrow u_n - u_0 = \ldots$

$n = 2 \Rightarrow u_n - u_0 = \ldots$

$n = 3 \Rightarrow u_n - u_0 = \ldots$

Généralisation : $u_n - u_0 = \ldots$

$$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3$ etc… $u_{n-1} \quad u_n$

raison r

$$u_n - u_0 = \dots ?$$

$$n = 1 \Rightarrow u_n - u_0 = r$$

$$n = 2 \Rightarrow u_n - u_0 = \dots$$

$$n = 3 \Rightarrow u_n - u_0 = \dots$$

Généralisation : $\boxed{u_n - u_0 = \dots}$

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Longleftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad$ etc… $\quad u_{n-1} \quad u_n$

raison r

$u_n - u_0 = \ldots ?$

$n = 1 \Rightarrow u_n - u_0 = r$

$n = 2 \Rightarrow u_n - u_0 = 2r$

$n = 3 \Rightarrow u_n - u_0 = \ldots$

Généralisation :

$\boxed{u_n - u_0 = \ldots}$

$$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Longleftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$$

u_0 u_1 u_2 u_3 etc… u_{n-1} u_n

raison r

$$u_n - u_0 = \ldots\ ?$$

$$n = 1 \Rightarrow u_n - u_0 = r$$

$$n = 2 \Rightarrow u_n - u_0 = 2r$$

$$n = 3 \Rightarrow u_n - u_0 = 3r$$

Généralisation :

$$\boxed{u_n - u_0 = \ldots}$$

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Longleftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad$ etc... $\quad u_{n-1} \quad u_n$

raison r ...

$u_n - u_0 = \ldots\ ?$

$n = 1 \Rightarrow u_n - u_0 = r$

$n = 2 \Rightarrow u_n - u_0 = 2r$

$n = 3 \Rightarrow u_n - u_0 = 3r$

Généralisation :

$$\boxed{u_n - u_0 = nr}$$

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_0 \qquad u_1 \qquad u_2 \qquad u_3$ etc… $u_{n-1} \qquad u_n$

raison r

$u_n - u_0 = nr$

$n = 2 \Rightarrow u_n - u_1 = \dots$

$n = 3 \Rightarrow u_n - u_1 = \dots$

Généralisation :

$u_n - u_1 = \dots$

$\boxed{u_n - u_m = \dots ?}$

$$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$$

u_0 u_1 u_2 u_3 etc… u_{n-1} u_n

raison r

$$u_n - u_0 = nr$$

$$n = 2 \Rightarrow u_n - u_1 = r$$

$$n = 3 \Rightarrow u_n - u_1 = \ldots$$

Généralisation :

$$u_n - u_1 = \ldots$$

$$\boxed{u_n - u_m = \ldots\ ?}$$

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3$ etc… $u_{n-1} \quad u_n$

raison r

$u_n - u_0 = nr$

$n = 2 \Rightarrow u_n - u_1 = r$

$n = 3 \Rightarrow u_n - u_1 = 2r$

Généralisation :

$u_n - u_1 = \dots$

$\boxed{u_n - u_m = \dots ?}$

$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \text{etc...} \quad u_{n-1} \quad u_n$

raison r ...

$u_n - u_0 = nr$

$n = 2 \Rightarrow u_n - u_1 = r$

$n = 3 \Rightarrow u_n - u_1 = 2r$

Généralisation :

$u_n - u_1 = (n-1)r$

$\boxed{u_n - u_m = \ldots\ ?}$

$$u_{n+1} - u_n = C^{te} = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$$

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3$ etc… $u_{n-1} \quad u_n$

raison r …

$$u_n - u_0 = nr$$

$$n = 2 \Rightarrow u_n - u_1 = r$$

$$n = 3 \Rightarrow u_n - u_1 = 2r$$

Généralisation :

$$u_n - u_1 = (n-1)r$$

$$\boxed{u_n - u_m = (n-m)r}$$

suite arithmétique : $\boxed{u_n - u_m = (n - m)\, r}$

Exercice 2 :

Toutes les suites sont arithmétiques.

$u_2 = 8 \qquad u_{10} = 32 \qquad r = ?$

$v_3 = 14 \qquad v_{12} = 59 \qquad v_{22} = ?$

$w_4 = 19 \qquad w_{20} = 99 \qquad w_n = f(n) = ?$

$t_5 = 10 \qquad t_{11} = -2 \qquad t_N = 16 \qquad N = ?$

suite arithmétique : $\boxed{u_n - u_m = (n - m)\, r}$

Exercice 2 :

Toutes les suites sont arithmétiques.

$u_2 = 8 \qquad u_{10} = 32 \qquad r = ?$

Exo 2 : $u_2 = 8 \qquad u_{10} = 32 \qquad r = ?$

suite arithmétique : $u_n - u_m = (n - m)\,r$

qui devient

$$u_{10} - u_2 = (10 - 2)\,r \iff 32 - 8 = (10 - 2)\,r$$

$$\iff \mathbf{r} = \frac{32 - 8}{10 - 2} = \frac{24}{8} = \mathbf{3}$$

Exercice 2 :

Toutes les suites sont arithmétiques.

$v_3 = 14$ $v_{12} = 59$ $v_{22} = ?$

Exercice 2 : suites arithmétiques.

$v_3 = 14$ $v_{12} = 59$ $v_{22} = ?$

$v_n - v_m = (n - m)\, r$

Peut-on l'utiliser pour déterminer la solution ? ...

Exercice 2 : suites arithmétiques.

$v_3 = 14$ $v_{12} = 59$ $v_{22} = ?$

$v_n - v_m = (n - m) r$

Peut-on l'utiliser pour déterminer la solution ? Non, car il n'y que 1 équation pour 2 inconnues r et v_{22}

1ère étape (idem question 1) : déterminer r

2ème étape : déterminer v_{22}

Exo 2 : $v_3 = 14$ $v_{12} = 59$ $v_{22} = ?$

$1^{ère}$ étape (idem question 1) : déterminer r

suite arithmétique : $v_n - v_m = (n - m)\, r$

qui devient $v_3 - v_{12} = (3 - 12)\, r$

$$\Leftrightarrow 14 - 59 = (3 - 12)\, r$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{14 - 59}{3 - 12} = \frac{-45}{-9} = \mathbf{5}$$

Exo 2 : $v_{12} = 59$ $r = 5$ $v_{22} = ?$

2ème étape :

suite arithmétique : $v_n - v_m = (n - m)\,r$

qui devient $v_{22} - v_{12} = (22 - 12)\,r$

$\Leftrightarrow v_{22} - 59 = (22 - 12)\,5$

$\Leftrightarrow \mathbf{v_{22}} = (22 - 12)\,5 + 59$

$= 50 + 59$

$= \mathbf{109}$

Exo 2 : $v_3 = 14$ $r = 5$ $v_{22} = ?$

$2^{ème}$ étape :

suite arithmétique : $v_n - v_m = (n - m)\,r$

qui devient $v_{22} - v_3 = (22 - 3)\,r$

$\Leftrightarrow v_{22} - 14 = (22 - 3)\,5$

$\Leftrightarrow \mathbf{v_{22}} = (22 - 3)\,5 + 14$

$= 95 + 14$

$= \mathbf{109}$

Exercice 2 : suites arithmétiques.

$w_4 = 19$ $w_{20} = 99$ $w_n = f(n) = ?$

$t_5 = 10$ $t_{11} = -2$ $t_N = 16$ $N = ?$

$u_n - u_m = (n - m)\, r$

$1^{ère}$ étape (idem question 1) : déterminer r

$2^{ème}$ étape : déterminer l'inconnue

Exo 2 : $w_4 = 19$ $w_{20} = 99$ $w_n = f(n) = ?$

1ère étape (idem question 1) : déterminer r

suite arithmétique : $w_n - w_m = (n - m)\,r$

qui devient $w_4 - w_{20} = (4 - 20)\,r$

$$\Leftrightarrow \quad 19 - 99 = (4 - 20)\,r$$

$$\Leftrightarrow \quad r = \frac{19 - 99}{4 - 20} = \frac{-80}{-16} = \mathbf{5}$$

Exo 2 : $w_4 = 19$ $w_{20} = 99$ $w_n = f(n) = ?$

2ème étape :

suite arithmétique : $w_n - w_m = (n - m)\,r$

qui devient $w_n - w_{20} = (n - 20)\,r$

$\Leftrightarrow$ $w_n - 99 = (n - 20)\,5$

$\Leftrightarrow$ $\mathbf{w_n} = \dots$

Exo 2 : $w_4 = 19$ $w_{20} = 99$ $w_n = f(n) = ?$

2ème étape :

suite arithmétique : $w_n - w_m = (n - m)\,r$

qui devient $w_n - w_{20} = (n - 20)\,r$

$\Leftrightarrow w_n - 99 = (n - 20)\,5$

$\Leftrightarrow \mathbf{w_n} = 99 + (n - 20)\,5$

$= 99 + 5n - 100$

$= \mathbf{5n - 1}$

Exo 2 : $w_4 = 19$ $w_{20} = 99$ $w_n = f(n) = ?$

2ème étape :

suite arithmétique : $w_n - w_m = (n - m)\,r$

qui devient $w_n - w_4 = (n - 4)\,r$

$\Leftrightarrow w_n - 19 = (n - 4)\,5$

$\Leftrightarrow \mathbf{w_n} = 19 + (n - 4)\,5$

$= 19 + 5n - 20$

$= \mathbf{5n - 1}$ *qui est le terme général*

Exercice 2 :

Toutes les suites sont arithmétiques.

$t_5 = 10$ $t_{11} = -2$ $t_N = 16$ $N = ?$

Exo 2 : $t_5 = 10 \quad t_{11} = -2 \quad t_N = 16 \quad N = ?$

1ère étape (idem question 1) : déterminer r

suite arithmétique : $u_n - u_m = (n - m)\,r$

qui devient $t_{11} - t_5 = (11 - 5)\,r$

$$\Leftrightarrow (-2) - 10 = (11 - 5)\,r$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{(-2) - 10}{11 - 5} = \frac{-12}{6} = \mathbf{-2}$$

Exo 2 : $t_5 = 10 \quad t_{11} = -2 \quad t_N = 16 \quad N = ?$

2$^{\text{ème}}$ étape :

suite arithmétique : $u_n - u_m = (n - m)\,r$

qui devient $\quad t_N - t_{11} = (N - 11)\,r$

$\Leftrightarrow \quad 16 - (-2) = (N - 11)(-2)$

$\Leftrightarrow \quad N = \ldots$

Exo 2 : $t_5 = 10$ $t_{11} = -2$ $t_N = 16$ $N = ?$

$2^{ème}$ étape :

suite arithmétique : $u_n - u_m = (n - m)\, r$

qui devient $t_N - t_{11} = (N - 11)\, r$

$\iff 16 - (-2) = (N - 11)(-2)$

$\iff 18 = -2N + 22$

$\iff 2N = 22 - 18 = 4$

$\iff$ **N** $= 4/2 =$ **2** Réponse : $t_2 = 16$

Exercice 3 :

Soient les suites définies par :

$u_{n+1} = u_n + 2$ et $u_0 = 1$

$v_{n+1} = v_n$ et $v_0 = 1$

$w_{n+1} = w_n - 3$ et $w_0 = 1$

1°) Sont-elles arithmétiques ?

2°) Déterminez leurs sens de variations.

3°) Déterminez leurs 100ème termes.

4°) Déterminez leurs relations explicites.

$u_{n+1} = u_n + 2$ et $u_0 = 1$

$v_{n+1} = v_n$ et $v_0 = 1$

$w_{n+1} = w_n - 3$ et $w_0 = 1$

1°) Sont-elles arithmétiques ?

$u_{n+1} - u_n = 2 = C^{te}$ $\Leftrightarrow$ la suite (u_n) est arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 1$

$u_{n+1} = u_n + 2$ et $u_0 = 1$

$v_{n+1} = v_n$ et $v_0 = 1$

$w_{n+1} = w_n - 3$ et $w_0 = 1$

1°) Sont-elles arithmétiques ?

$u_{n+1} - u_n = 2 = C^{te}$ $\Longleftrightarrow$ la suite (u_n) est arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 1$

$v_{n+1} - v_n = 0 = C^{te}$ $\Longleftrightarrow$ la suite (v_n) est arithmétique de raison 0 et de premier terme $v_0 = 1$

$u_{n+1} = u_n + 2$ et $u_0 = 1$

$v_{n+1} = v_n$ et $v_0 = 1$

$w_{n+1} = w_n - 3$ et $w_0 = 1$

1°) Sont-elles arithmétiques ?

$u_{n+1} - u_n = 2 = C^{te}$ $\Longleftrightarrow$ la suite (u_n) est arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 1$

$v_{n+1} - v_n = 0 = C^{te}$ $\Longleftrightarrow$ la suite (v_n) est arithmétique de raison 0 et de premier terme $v_0 = 1$

$w_{n+1} - w_n = - 3 = C^{te}$ $\Longleftrightarrow$ la suite (w_n) est arithmétique de raison - 3 et de premier terme $w_0 = 1$

1°) Sont-elles arithmétiques ?

$u_{n+1} = u_n + 2 \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = C^{te} = 2$ Oui

$v_{n+1} = v_n \Leftrightarrow v_{n+1} - v_n = C^{te} = 0$ Oui

$w_{n+1} = w_n - 3 \Leftrightarrow w_{n+1} - w_n = C^{te} = -3$ Oui

2°) Déterminez leurs sens de variations.

1°) Sont-elles arithmétiques ?

$u_{n+1} = u_n + 2 \iff u_{n+1} - u_n = C^{te} = 2$ Oui

$v_{n+1} = v_n \iff v_{n+1} - v_n = C^{te} = 0$ Oui

$w_{n+1} = w_n - 3 \iff w_{n+1} - w_n = C^{te} = -3$ Oui

2°) Déterminez leurs sens de variations.

$u_{n+1} - u_n = 2 =$ raison $> 0 \iff$ suite croissante

$v_{n+1} - v_n = 0 =$ raison $= 0 \iff$ suite constante

$w_{n+1} - w_n = -3 =$ raison $< 0 \iff$ suite décroissante

2°) Déterminez leurs sens de variations.

$u_{n+1} - u_n = 2 = \text{raison} > 0 \Longleftrightarrow$ suite croissante

$v_{n+1} - v_n = 0 = \text{raison} = 0 \Longleftrightarrow$ suite constante

$w_{n+1} - w_n = -3 = \text{raison} < 0 \Longleftrightarrow$ suite décroissante

3°) Déterminez leurs 100ème termes.

$u_0 = 1$ $\qquad v_0 = 1$ $\qquad w_0 = 1$

4°) Déterminez leurs relations explicites.

2°) Déterminez leurs sens de variations.

$u_{n+1} - u_n = 2$ = raison > 0 $\Longleftrightarrow$ suite croissante

3°) Déterminez leurs 100ème termes.

$u_{n+1} - u_n = 2 = r \Rightarrow u_n - u_0 = (n - 0)\,r$

$\Rightarrow u_n = u_0 + nr$ u_0 est le 1er terme

$\Rightarrow$ 100ème terme $= u_{99} = u_0 + 99r = 1 + 99\times 2 = 199$

4°) Déterminez leurs relations explicites.

$u_n = u_0 + nr$ d'après la question 3° $\Rightarrow u_n = 1 + 2n$

3°) Déterminez leurs 100ème termes *(à faire après la 4°)*.

4°) Déterminez leurs relations explicites.

$u_{n+1} - u_n = 2 = r \Rightarrow u_n - u_0 = (n - 0)\, r$

$\Rightarrow u_n = u_0 + nr = 1 + 2n$ $\qquad$ u_0 est le 1er terme

$\Rightarrow$ 100ème terme $= u_{99} = u_0 + 99r = 1 + 99\times 2 = 199$

Même méthode : $v_n = v_0 + nr = 1 + 0n = 1 = v_{99}$

$w_n = w_0 + nr = 1 - 3n$

$\Rightarrow w_{99} = w_0 + 99r = 1 + 99\times(-3) = -296$