chapitre 1

Fonction inverse

I Définition

Elle est définie par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$

que l'on peut noter $\mathbb{R}^*$ ou $\mathbb{R} - \{0\}$, ou $\mathbb{R}$ privé de 0

Fonction inverse

I Définition :

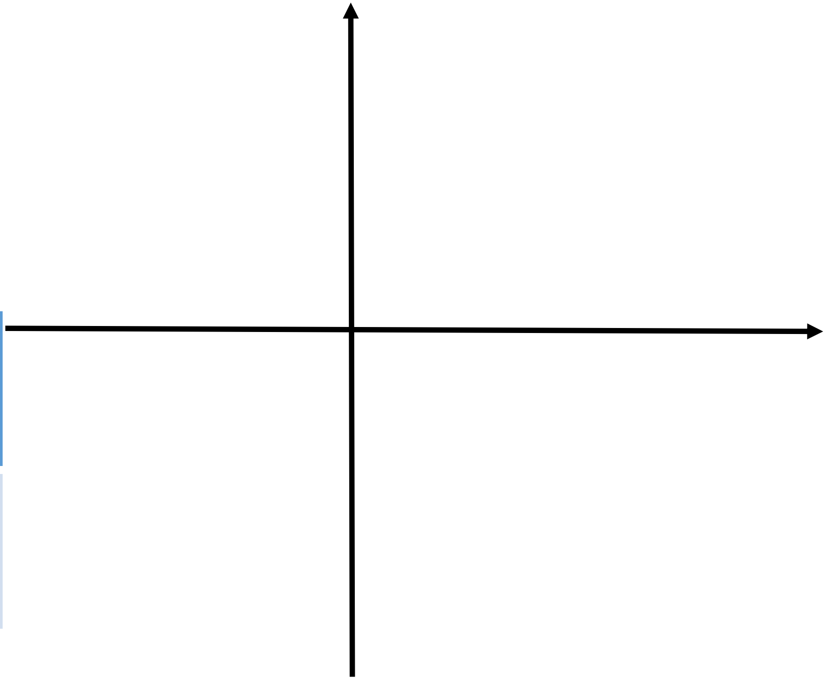
Elle est définie sur] - ∞ ; 0 [U] 0 ; + ∞ [par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(que l'on peut noter IR* ou IR – { 0 }, soit IR privé de 0)

II Courbe représentative :

On va la tracer avec ces points :

x	**-4**	**- 2**	**- 1**	**- ½**	**- ¼**	**¼**	**½**	**1**	**2**	**4**
f(x)										



Fonction inverse

I Définition :

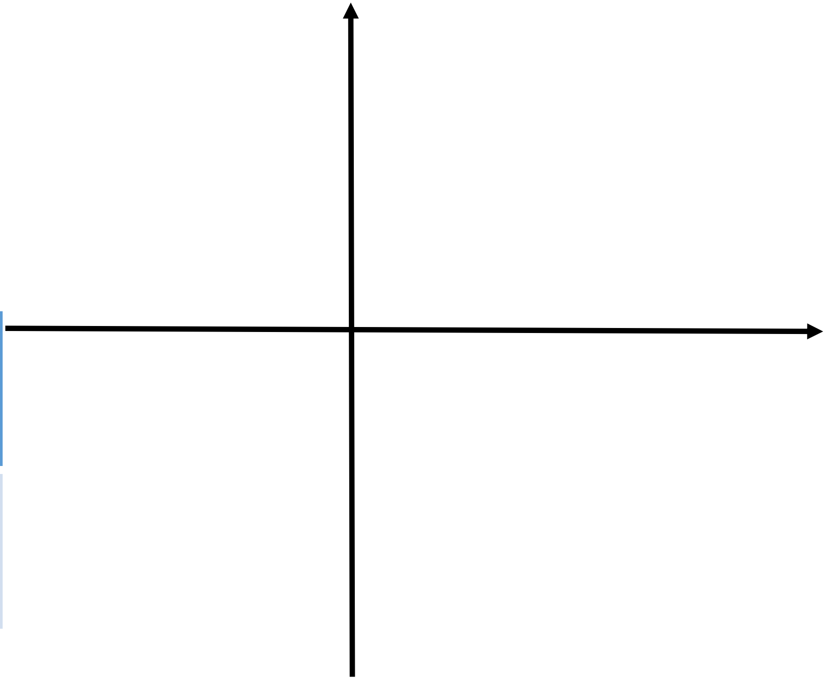
Elle est définie sur] - ∞ ; 0 [U] 0 ; + ∞ [par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(que l'on peut noter IR* ou IR – { 0 }, soit IR privé de 0)

II Courbe représentative :

On va la tracer avec ces points :

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼



Fonction inverse

I Définition :

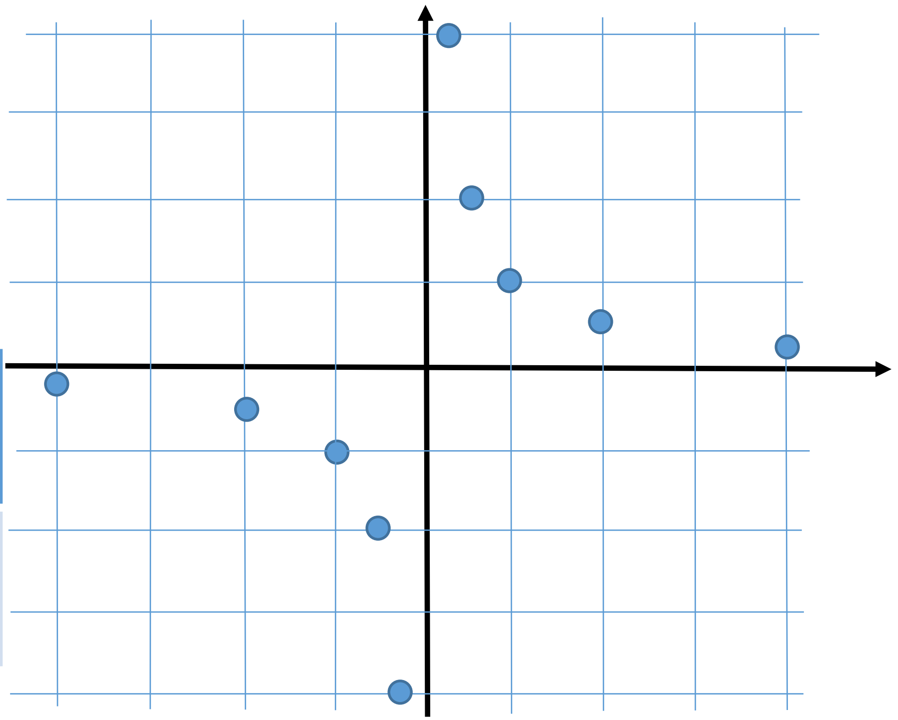
Elle est définie sur] - ∞ ; 0 [U] 0 ; + ∞ [par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(que l'on peut noter IR* ou IR – { 0 }, soit IR privé de 0)

II Courbe représentative :

On va la tracer avec ces points :

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼



Fonction inverse

I Définition :

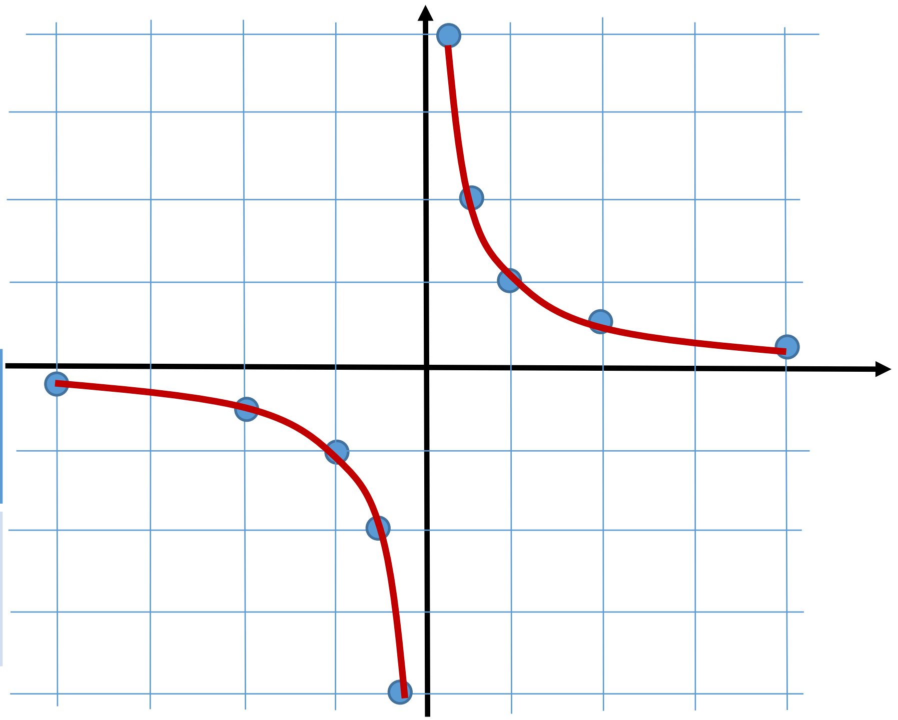
Elle est définie sur] - ∞ ; 0 [U] 0 ; + ∞ [par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(que l'on peut noter IR* ou IR – { 0 }, soit IR privé de 0)

II Courbe représentative :

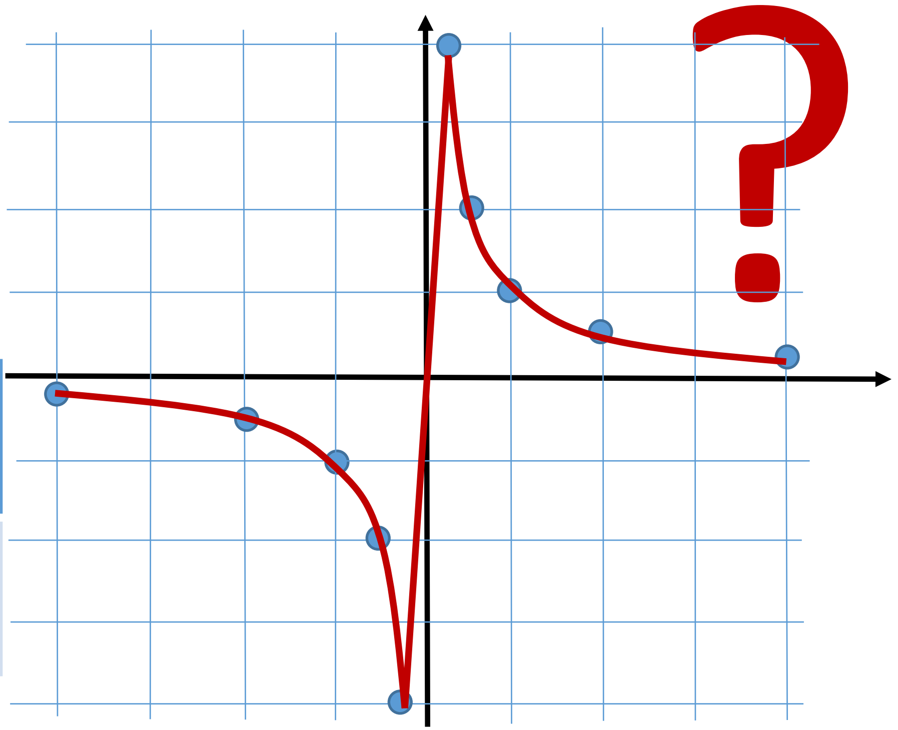
On va la tracer avec ces points :

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼



La courbe est-elle constituée d'un seul morceau ?

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼

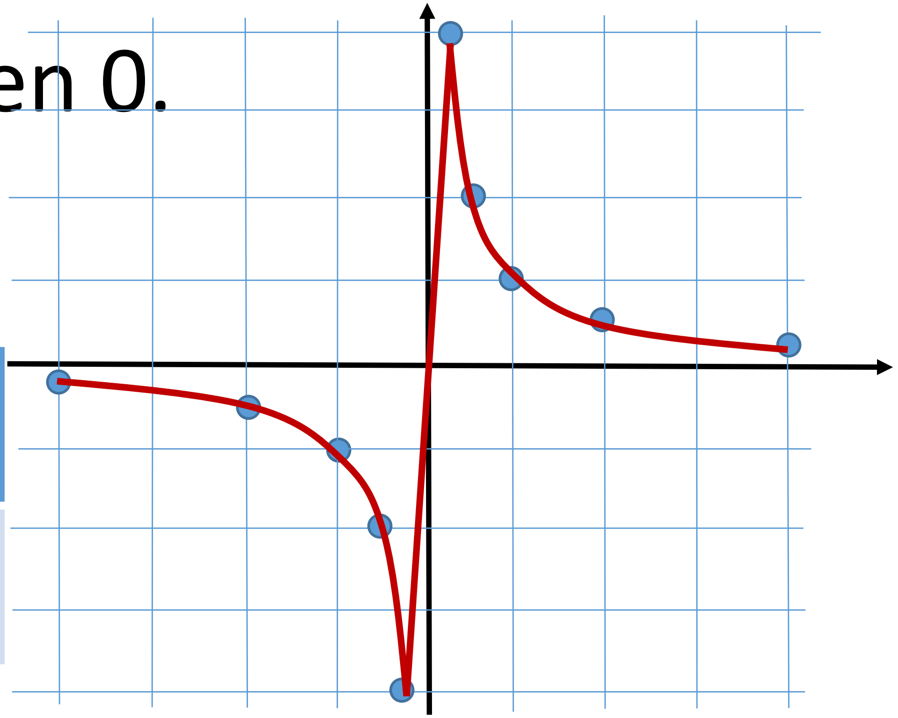


La courbe est-elle constituée d'un seul morceau ?

Non, car 0 est une valeur interdite, donc on ne peut pas relier les points d'abscisse - ¼ et ¼ !

On dit que **la courbe est discontinue** en 0.

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼

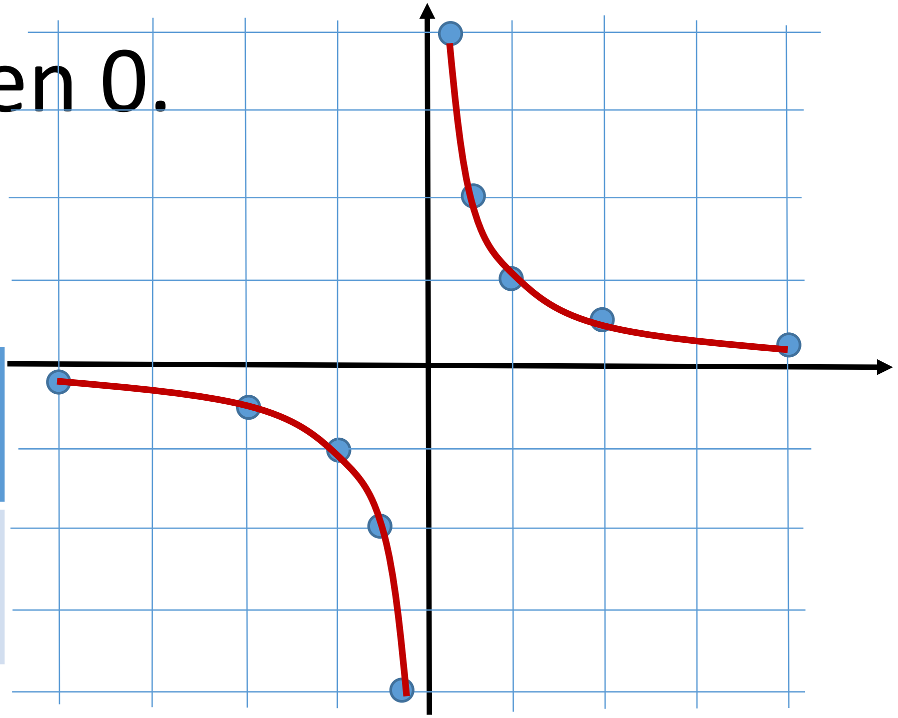


La courbe est-elle constituée d'un seul morceau ?

Non, car 0 est une valeur interdite, donc on ne peut pas relier les points d'abscisse - ¼ et ¼ !

On dit que **la courbe est discontinue** en 0.

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼



La courbe s'appelle une hyperbole.

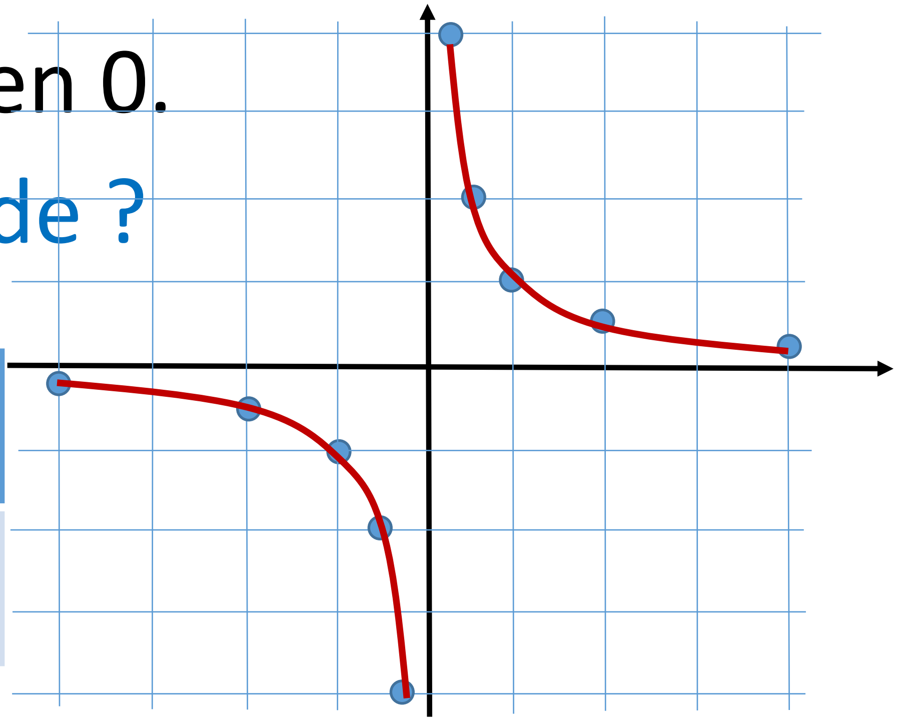
La courbe est-elle constituée d'un seul morceau ?

Non, car 0 est une valeur interdite, donc on ne peut pas relier les points d'abscisse - ¼ et ¼ !

On dit que la courbe est discontinue en 0.

La courbe est-elle limitée à notre étude ?

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼



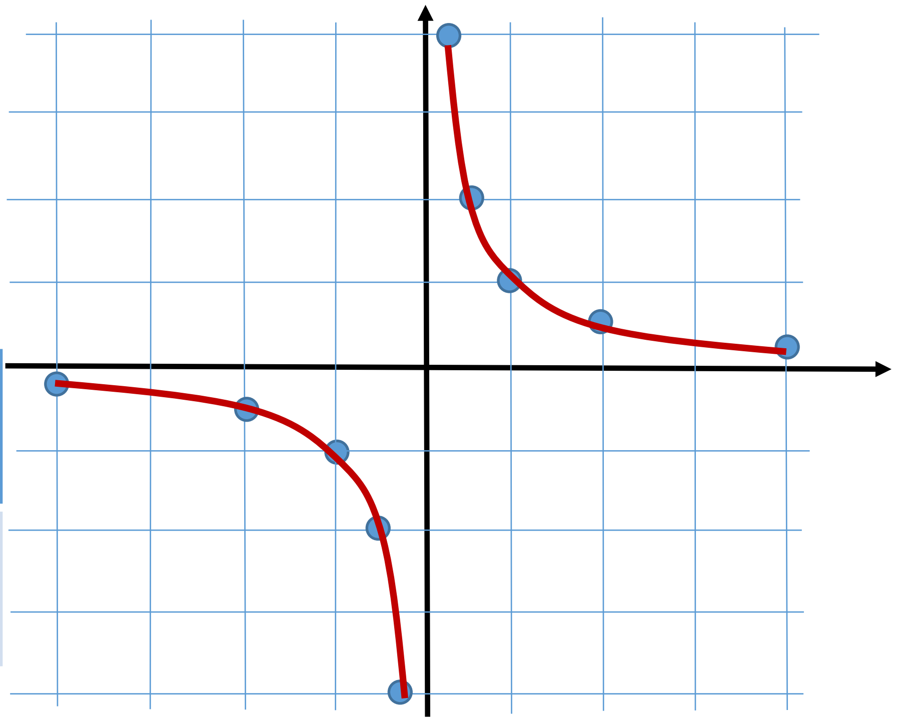
La courbe s'appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

La courbe est-elle limitée à notre étude ?

Non, la fonction inverse est définie sur] - ∞ , 0 [U] 0 ; + ∞ [

et notre étude s'est limitée à [- 4 , - ¼ [U] ¼ ; 4]

x	-4	- 2	- 1	- ½	- ¼	¼	½	1	2	4
f(x)	- ¼	- ½	- 1	- 2	- 4	4	2	1	½	¼



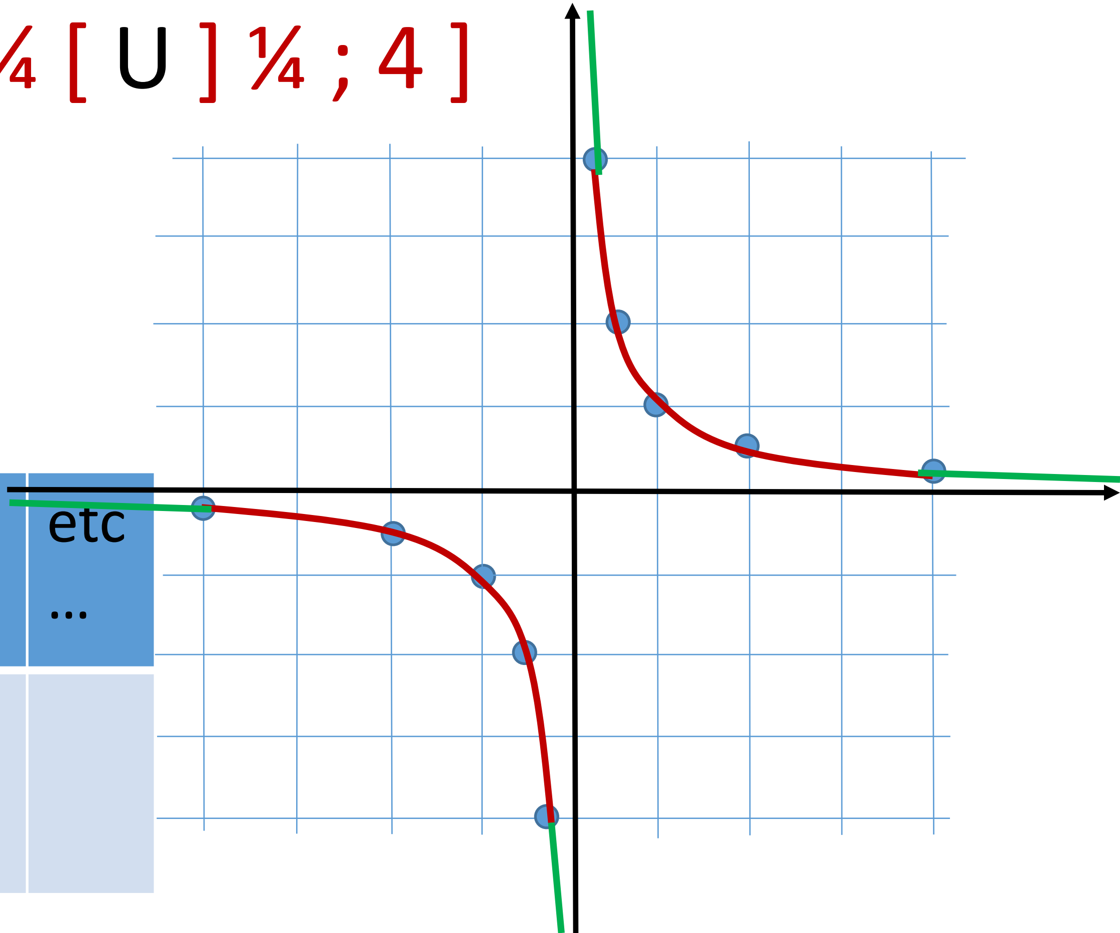
La courbe s’appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

La courbe est-elle limitée à notre étude ?

Non, la fonction inverse est définie sur] - ∞ , 0 [U] 0 ; + ∞ [

et notre étude s’est limitée à [- 4 , - ¼ [U] ¼ ; 4]

x	-5	-4	etc …	- ¼	-⅕	⅕	¼	etc …	4	5	etc …
f(x)	-⅕	- ¼		- 4	- 5	5	4		¼	⅕	



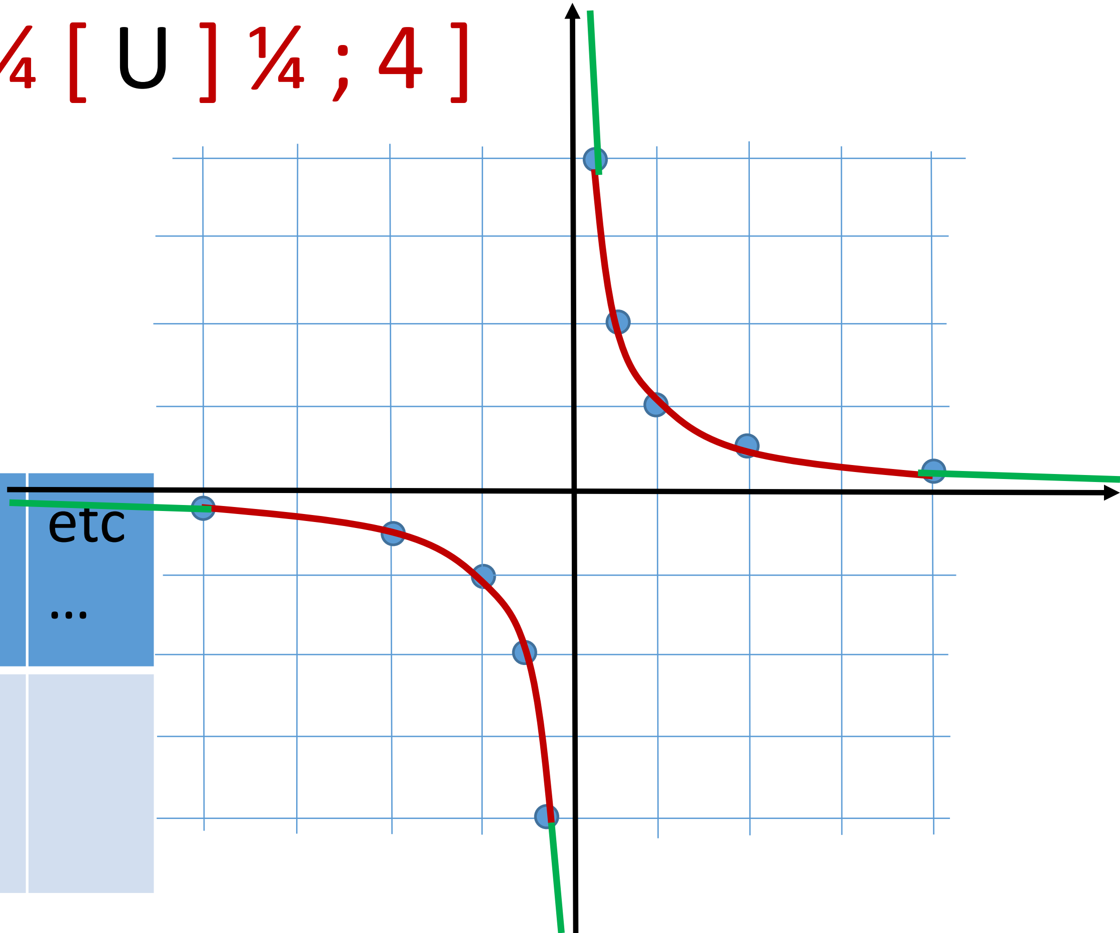
La courbe s'appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

La courbe est-elle limitée à notre étude ?

Non, la fonction inverse est définie sur $]-\infty, 0[\ \cup\ ]0\,;+\infty[$

et notre étude s'est limitée à $[-4, -\frac{1}{4}[\ \cup\ ]\frac{1}{4}\,; 4]$

La courbe se rapproche donc …



x	-5	-4	etc …	- ¼	-⅕	⅕	¼	etc …	4	5	etc …
f(x)	-⅕	- ¼		- 4	- 5	5	4		¼	⅕	

La courbe s’appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

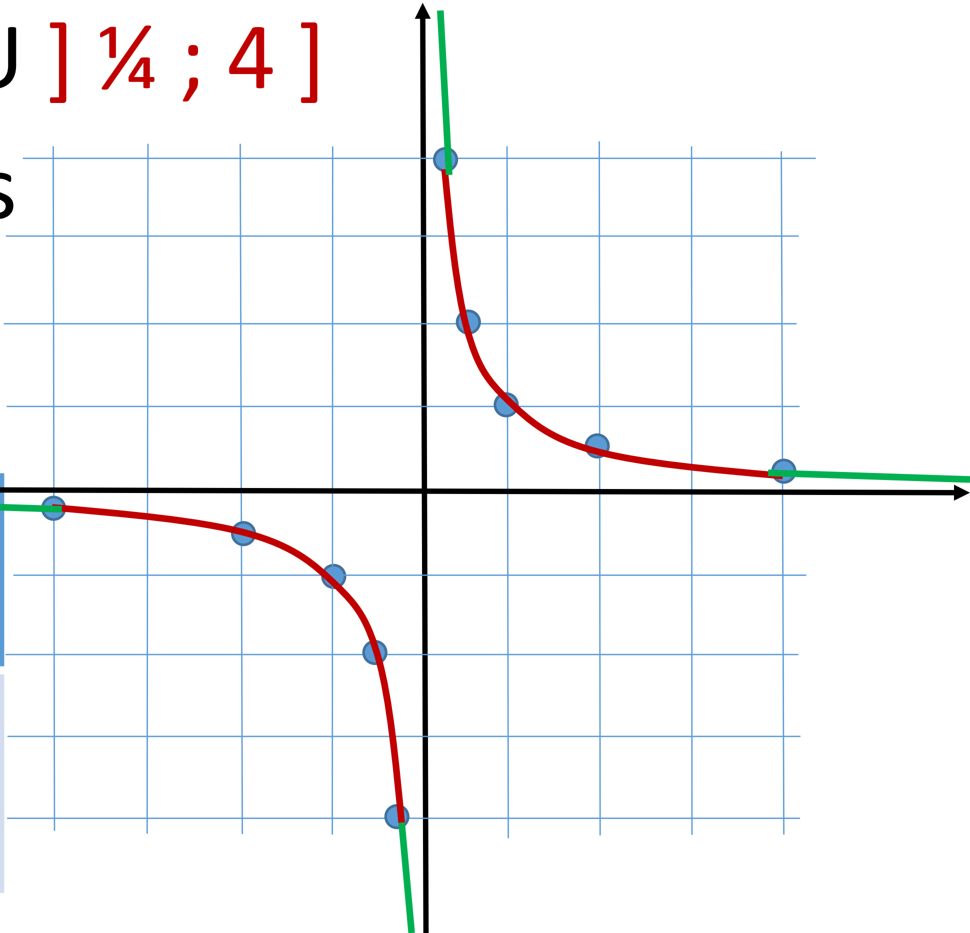
La courbe est-elle limitée à notre étude ?

Non, la fonction inverse est définie sur] - ∞ , 0 [U] 0 ; + ∞ [

et notre étude s’est limitée à [- 4 , - ¼ [U] ¼ ; 4]

La courbe se rapproche donc des axes

sans jamais les atteindre.



x	-5	-4	etc …	- ¼	-⅕	⅕	¼	etc …	4	5	etc …
f(x)	-⅕	- ¼		- 4	- 5	5	4		¼	⅕	

La courbe s'appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

La courbe est-elle limitée à notre étude ?

Non, la fonction inverse est définie sur] - ∞ , 0 [U] 0 ; + ∞ [

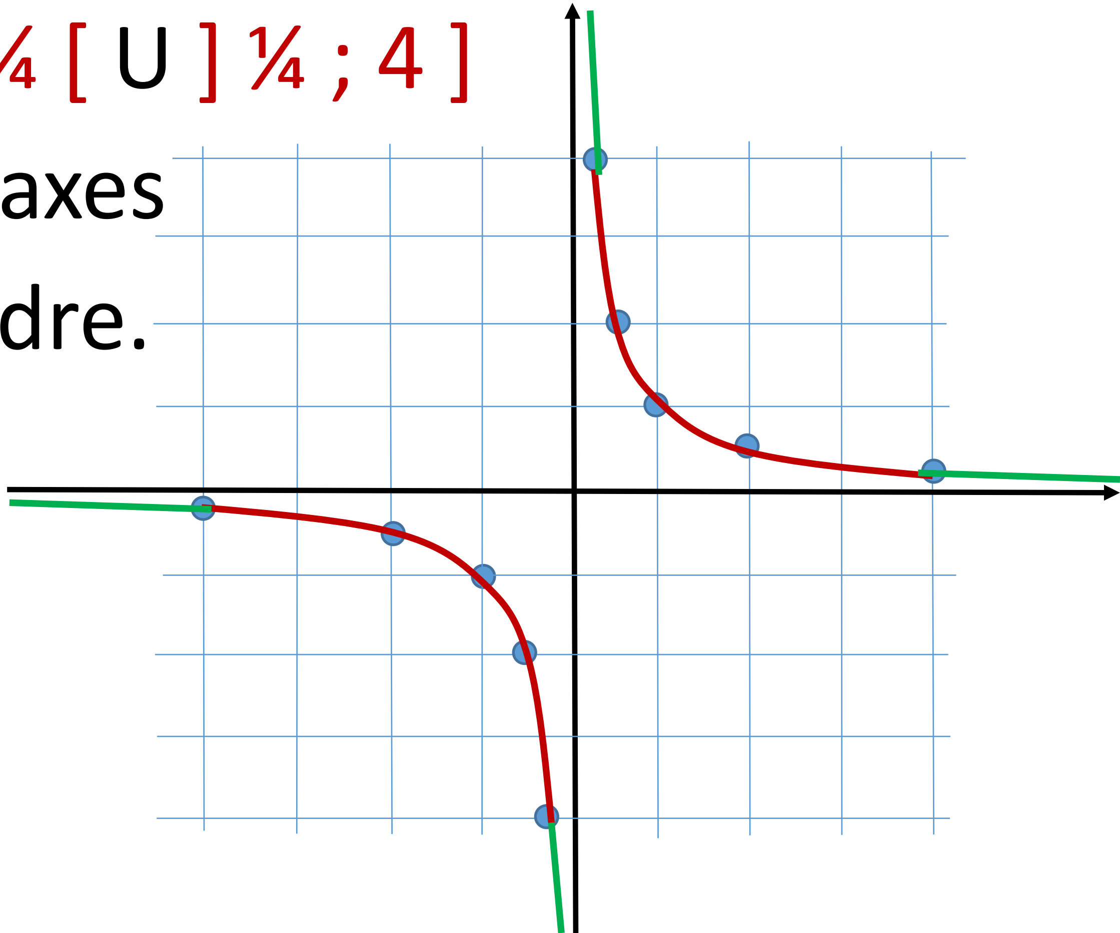
et notre étude s'est limitée à [- 4 , - ¼ [U] ¼ ; 4]

La courbe se rapproche donc des axes

sans jamais les atteindre.

Elle ne peut pas atteindre …

car …



La courbe s’appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

La courbe est-elle limitée à notre étude ?

Non, la fonction inverse est définie sur] - ∞ , 0 [U] 0 ; + ∞ [

et notre étude s’est limitée à [- 4 , - ¼ [U] ¼ ; 4]

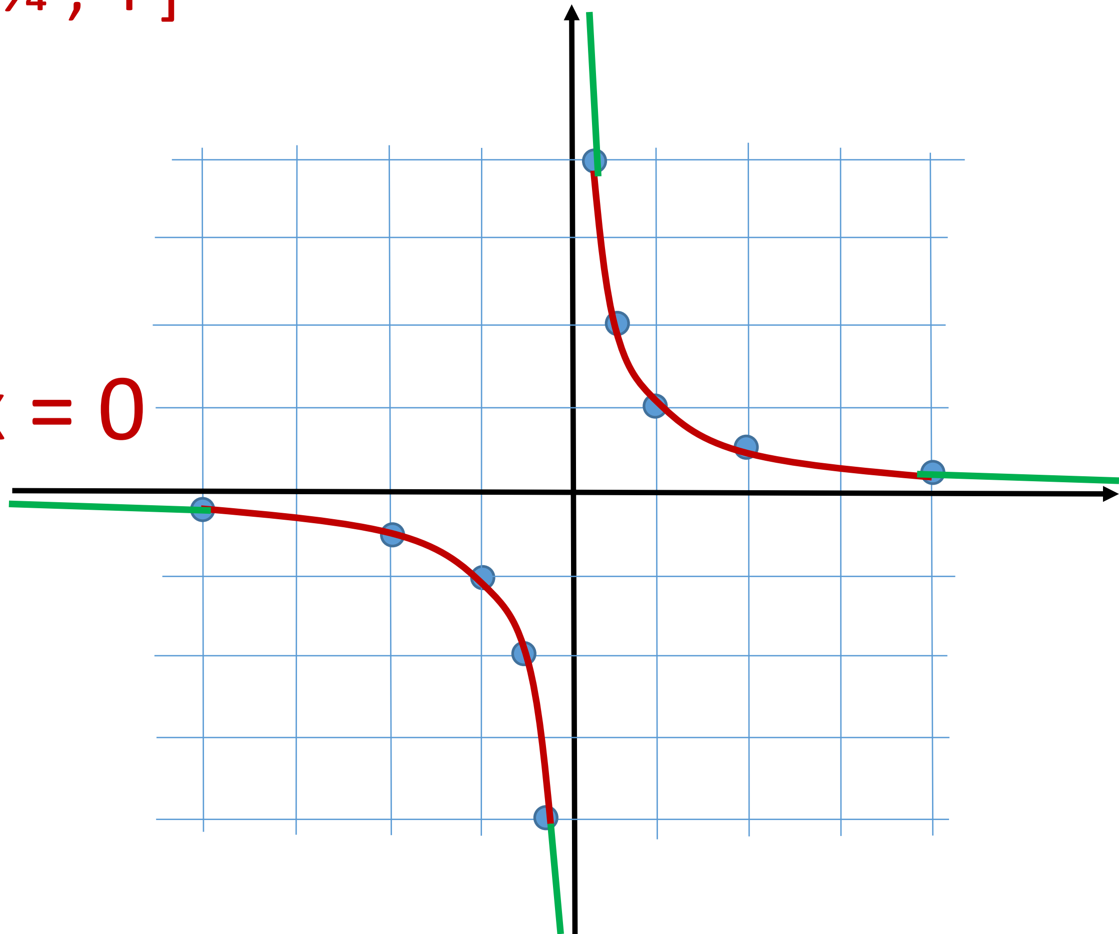
La courbe se rapproche donc des axes

sans jamais les atteindre.

Elle ne peut pas atteindre l’axe y

car 1/x est impossible pour x = 0

Elle ne peut pas atteindre …



La courbe s’appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

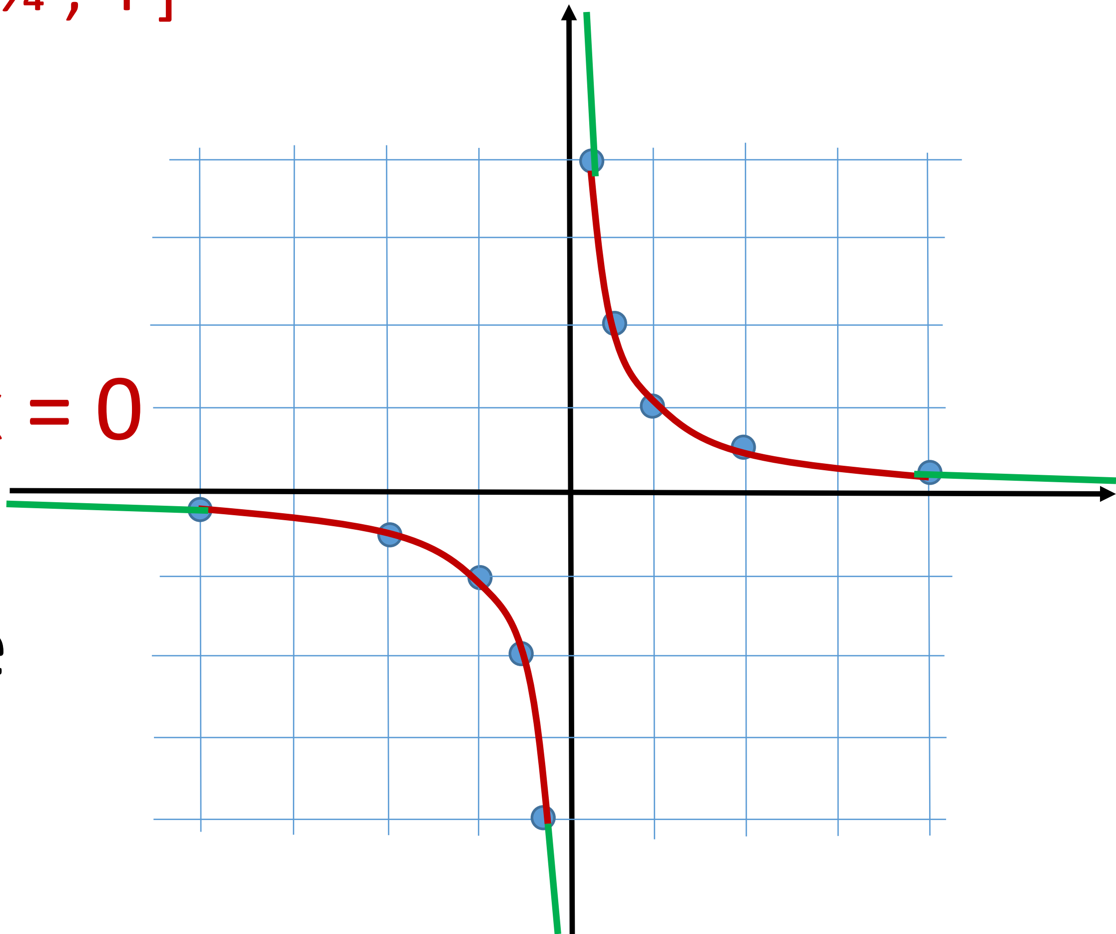
La courbe est-elle limitée à notre étude ?

Non, la fonction inverse est définie sur] - ∞ , 0 [U] 0 ; + ∞ [

et notre étude s’est limitée à [- 4 , - ¼ [U] ¼ ; 4]

La courbe se rapproche donc des axes

sans jamais les atteindre.



Elle ne peut pas atteindre l’axe y

car 1/x est impossible pour x = 0

Elle ne peut pas atteindre l’axe x

car y = 1/x = 0 est impossible

car donnerait 1 = 0x

La courbe s'appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Elle ne peut pas atteindre l'axe y car 1/x est impossible pour x = 0

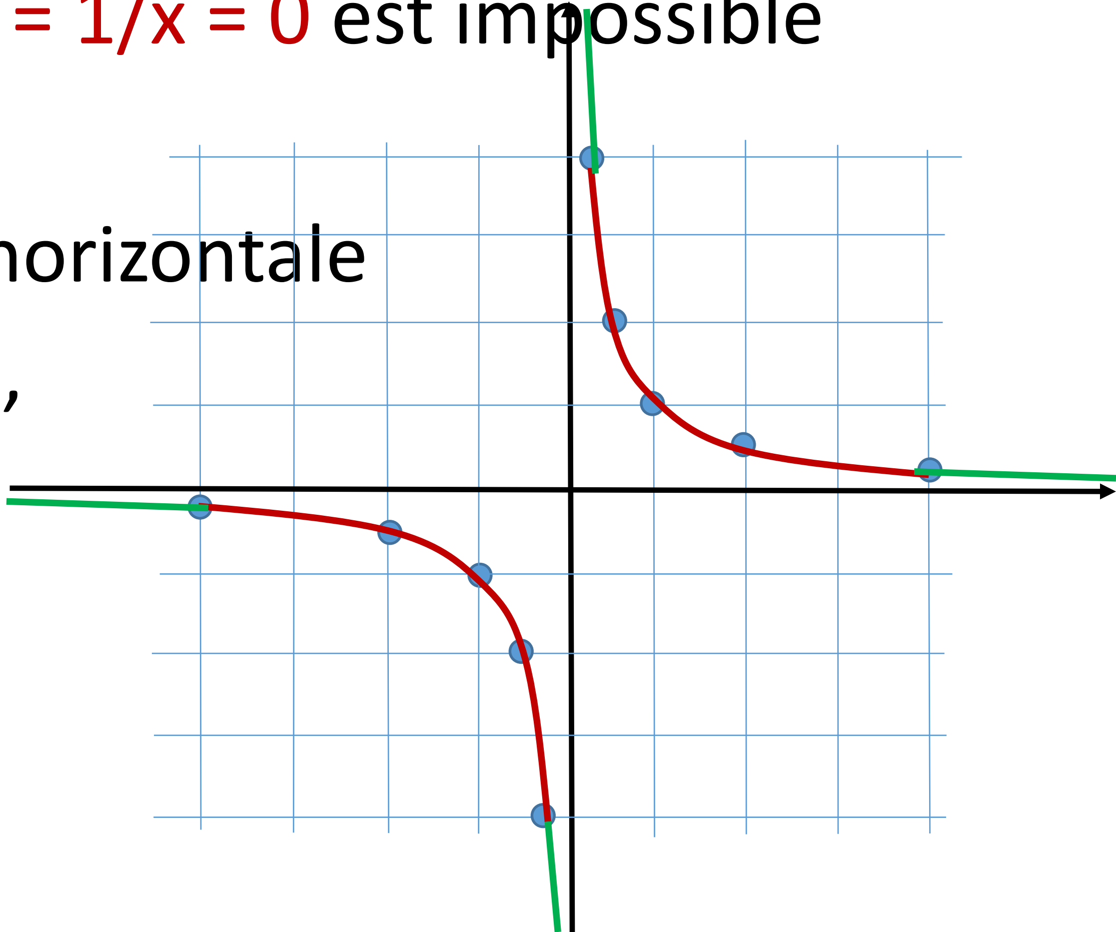
Elle ne peut pas atteindre l'axe x car y = 1/x = 0 est impossible

car donnerait 1 = 0x

On dit que l'axe x est une **asymptote** horizontale

de la courbe de la fonction,

et que l'axe y est ...



La courbe s’appelle une hyperbole et est discontinue en 0.

La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Elle ne peut pas atteindre l’axe y car 1/x est impossible pour x = 0

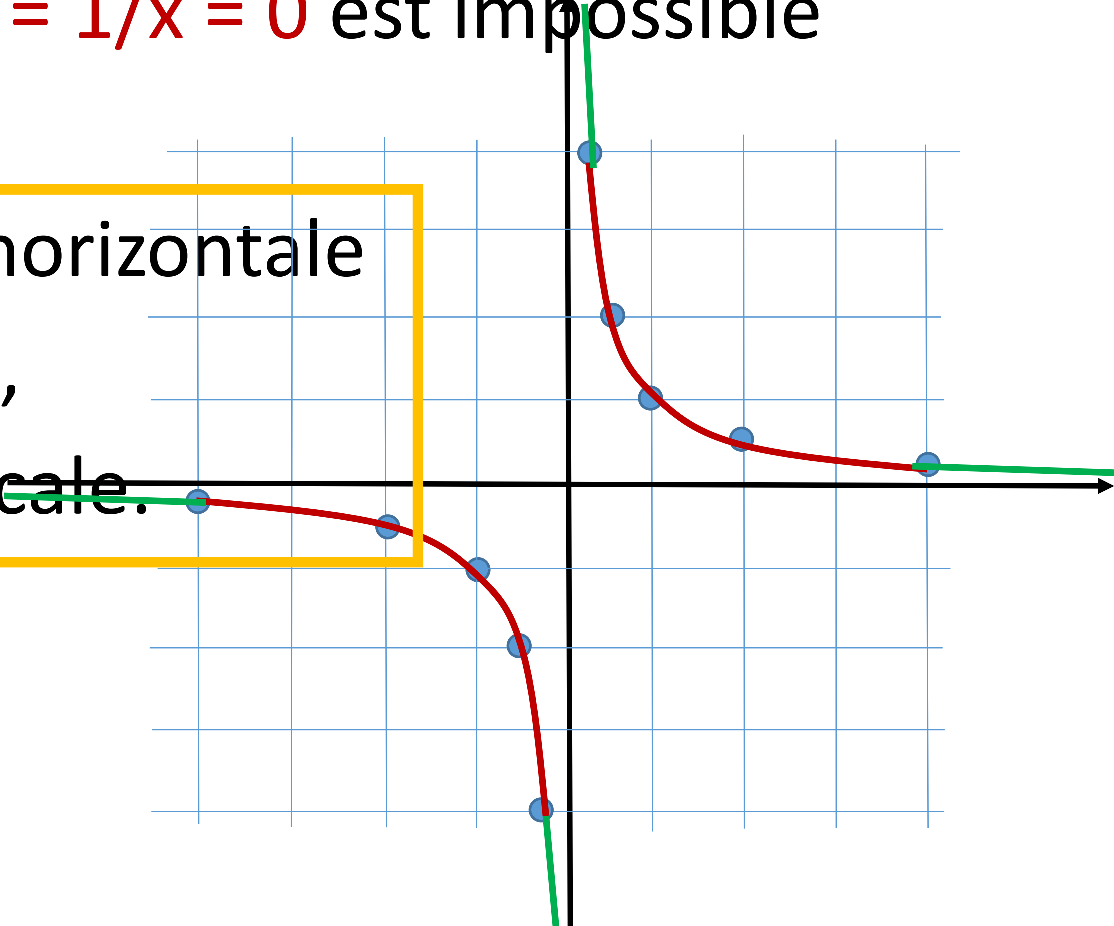
Elle ne peut pas atteindre l’axe x car y = 1/x = 0 est impossible

car donnerait 1 = 0x

On dit que l’axe x est une **asymptote** horizontale

de la courbe de la fonction,

et que l’axe y est une **asymptote** verticale.



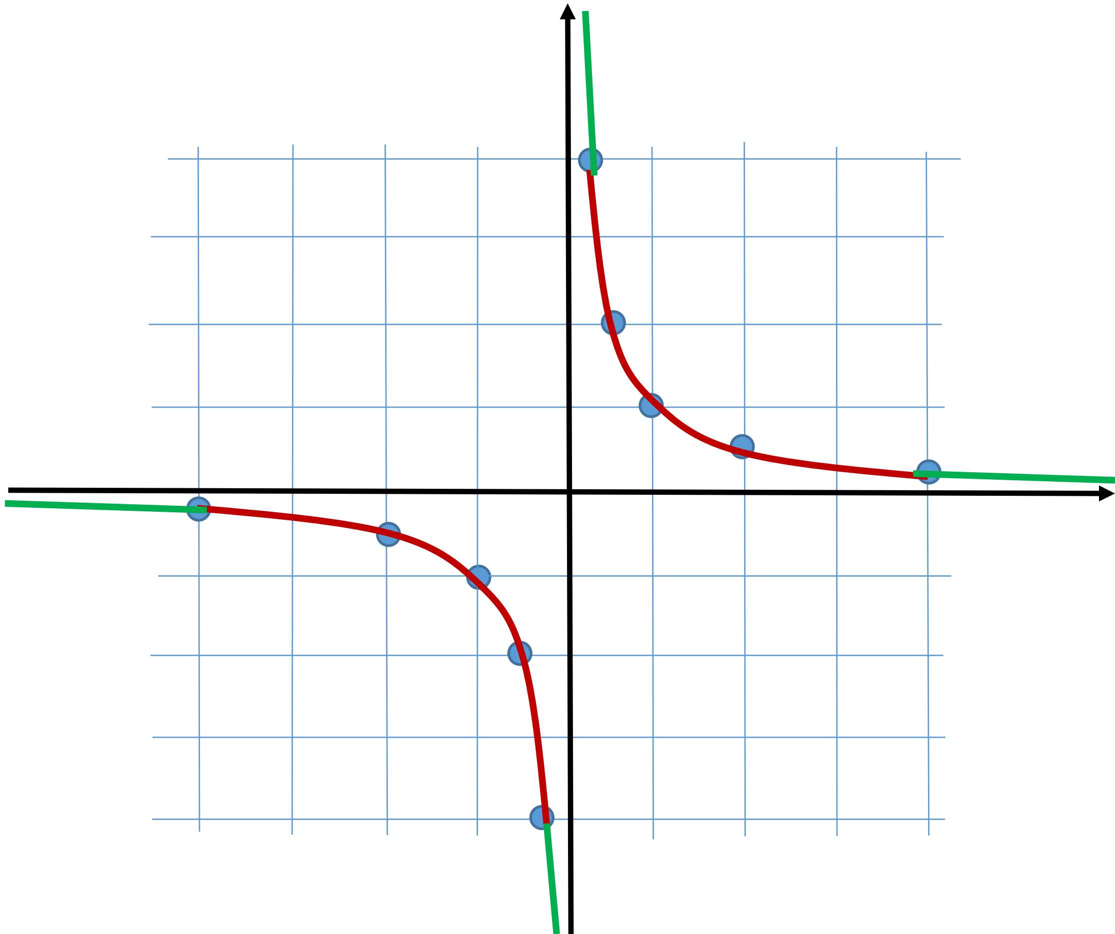
La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

on écrit $\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0}$

que l'on lit

qui signifie



La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

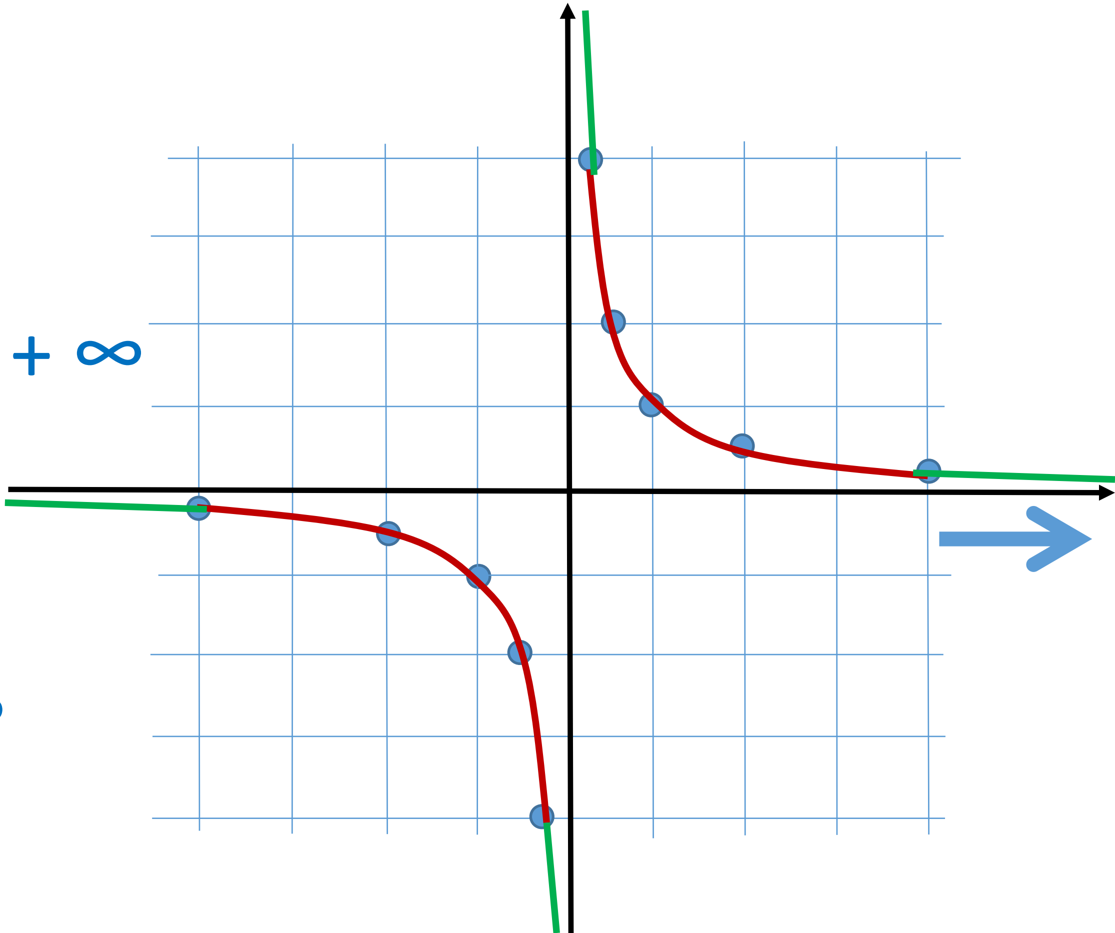
on écrit $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0}$

que l'on lit

lorsque x tend vers + ∞

qui signifie

lorsque x se rapproche de + ∞



La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

on écrit $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0}$

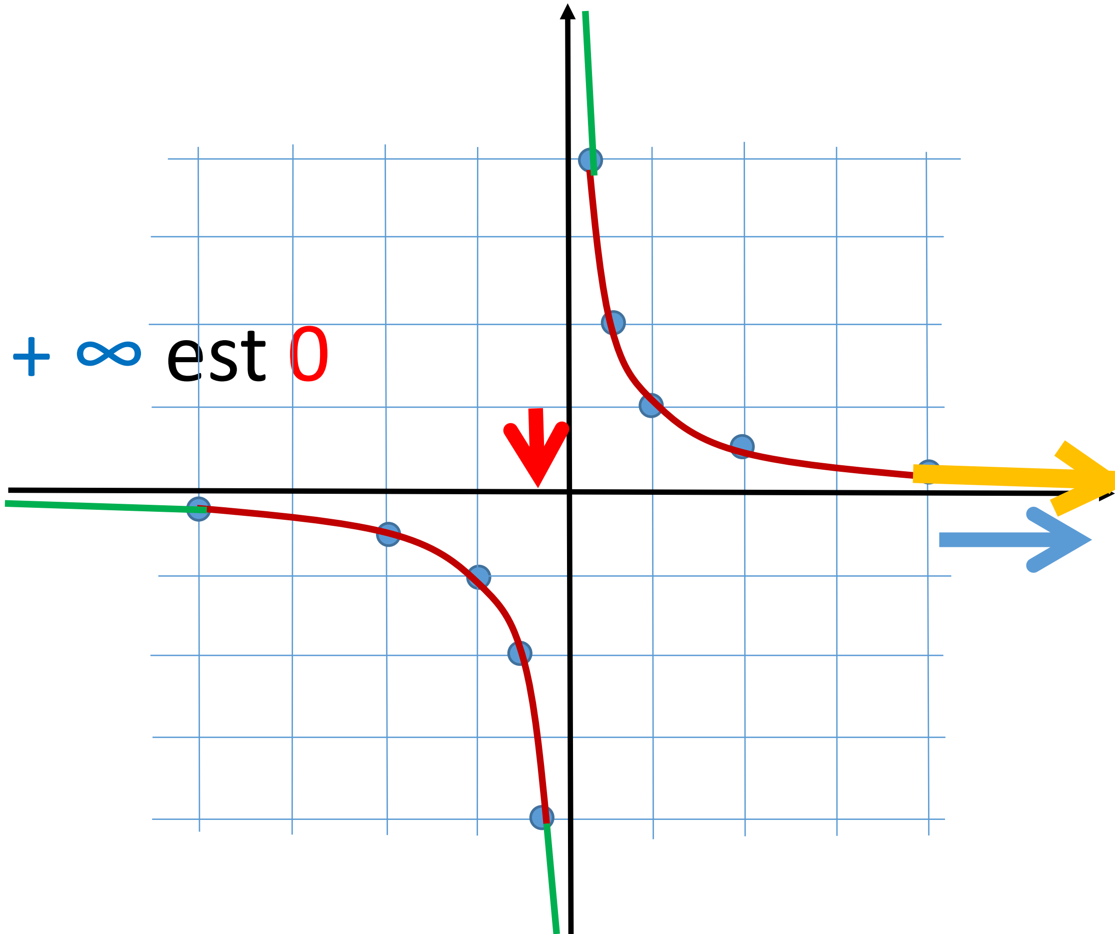
que l'on lit

la limite de f(x) lorsque x tend vers + ∞ est 0

qui signifie

f(x) se rapproche de 0

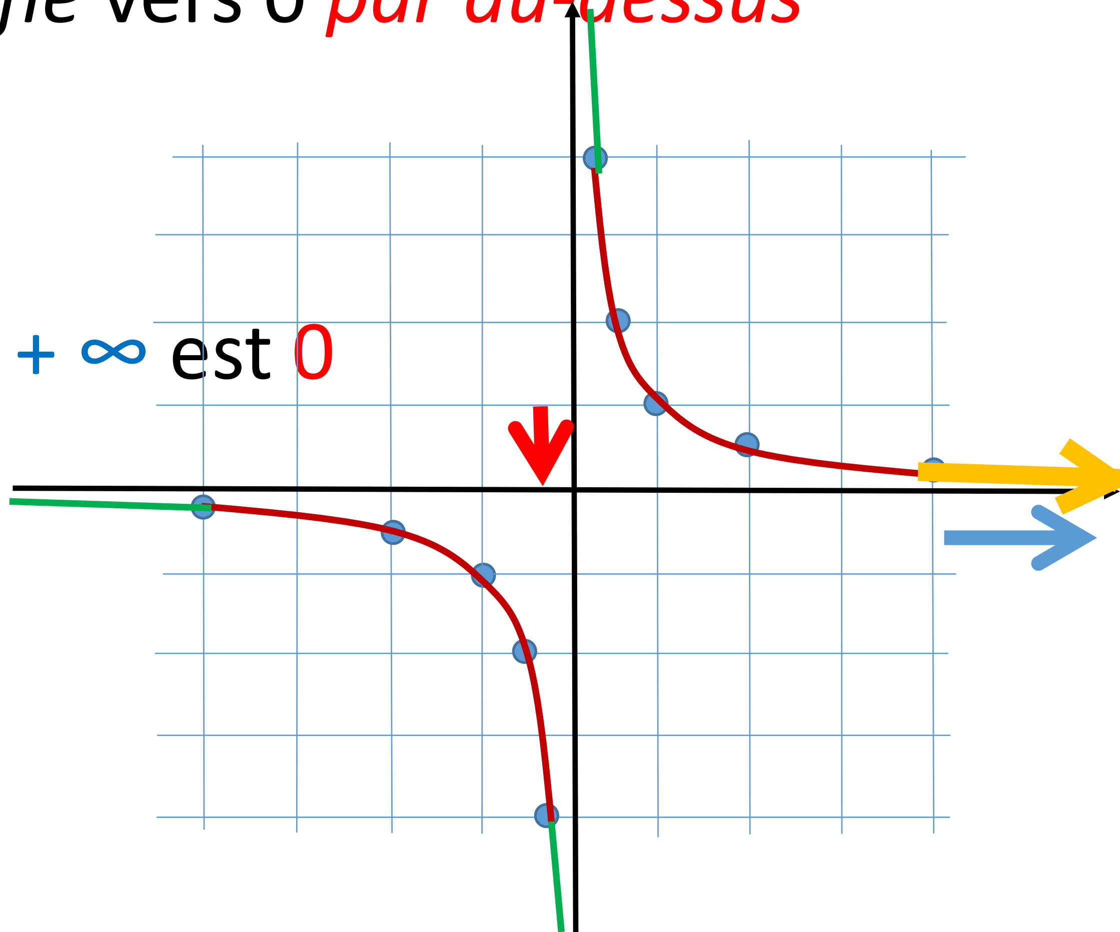
lorsque x se rapproche de + ∞



La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

on écrit $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0^{+}}$ *signifie* vers 0 *par au-dessus*



que l'on lit

la limite de f(x) lorsque x tend vers + ∞ est 0

qui signifie

f(x) se rapproche de 0

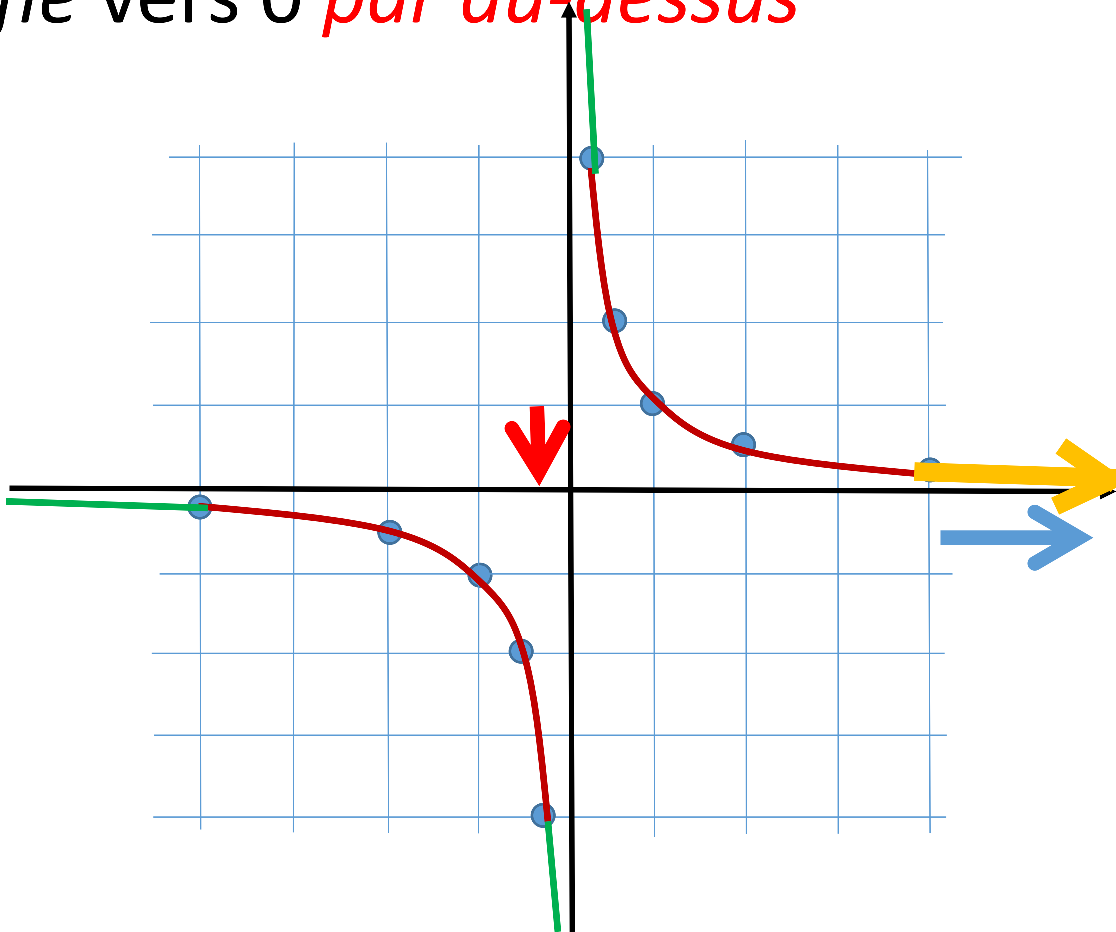
lorsque x se rapproche de + ∞

La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0^{+}}$$

signifie vers 0 *par au-dessus*



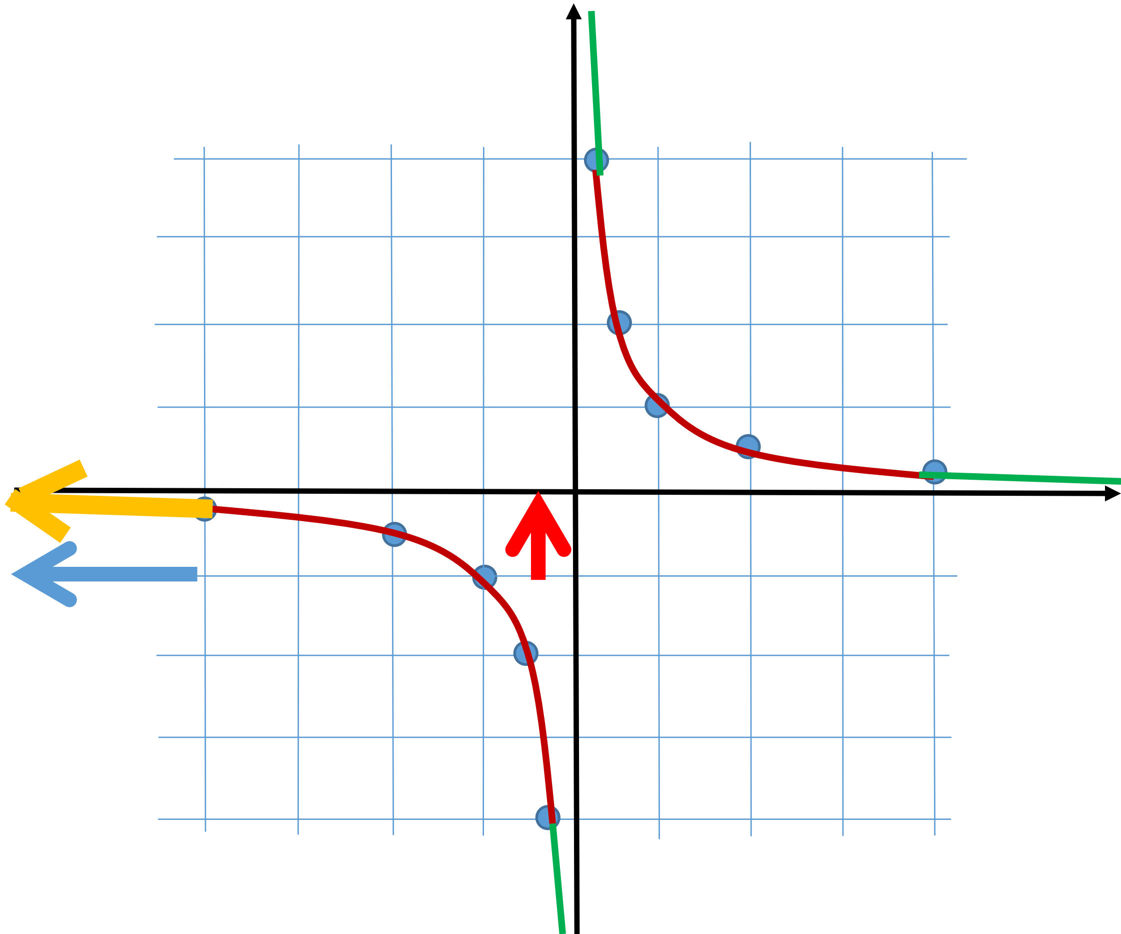
Ecrivez les 3 autres limites.

La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0^{+}}$$ *signifie* vers 0 *par au-dessus*

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0^{-}$$



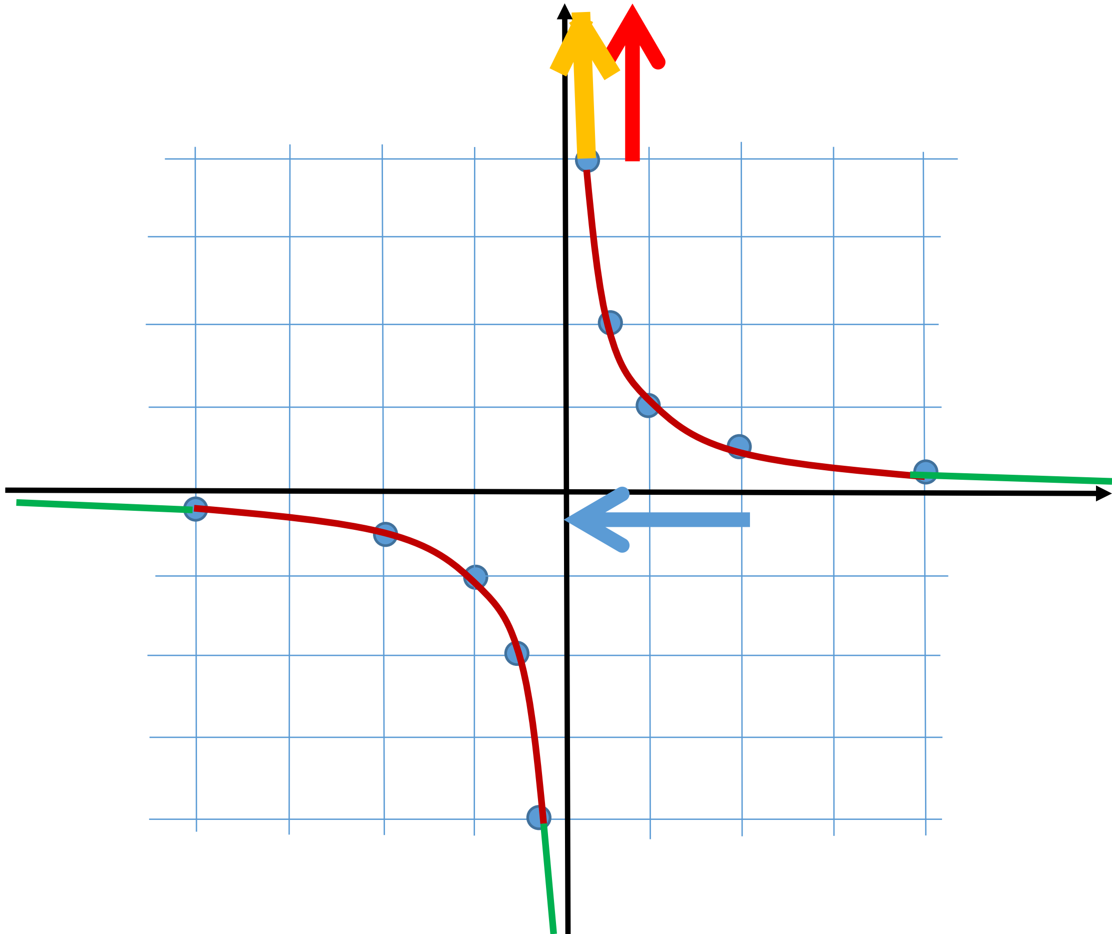
La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0^{+}}$$ *signifie* vers 0 *par au-dessus*

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0^{-}$$

$$\lim_{x \to 0^{+}} f(x) = +\infty$$



La courbe se rapproche des axes sans jamais les atteindre.

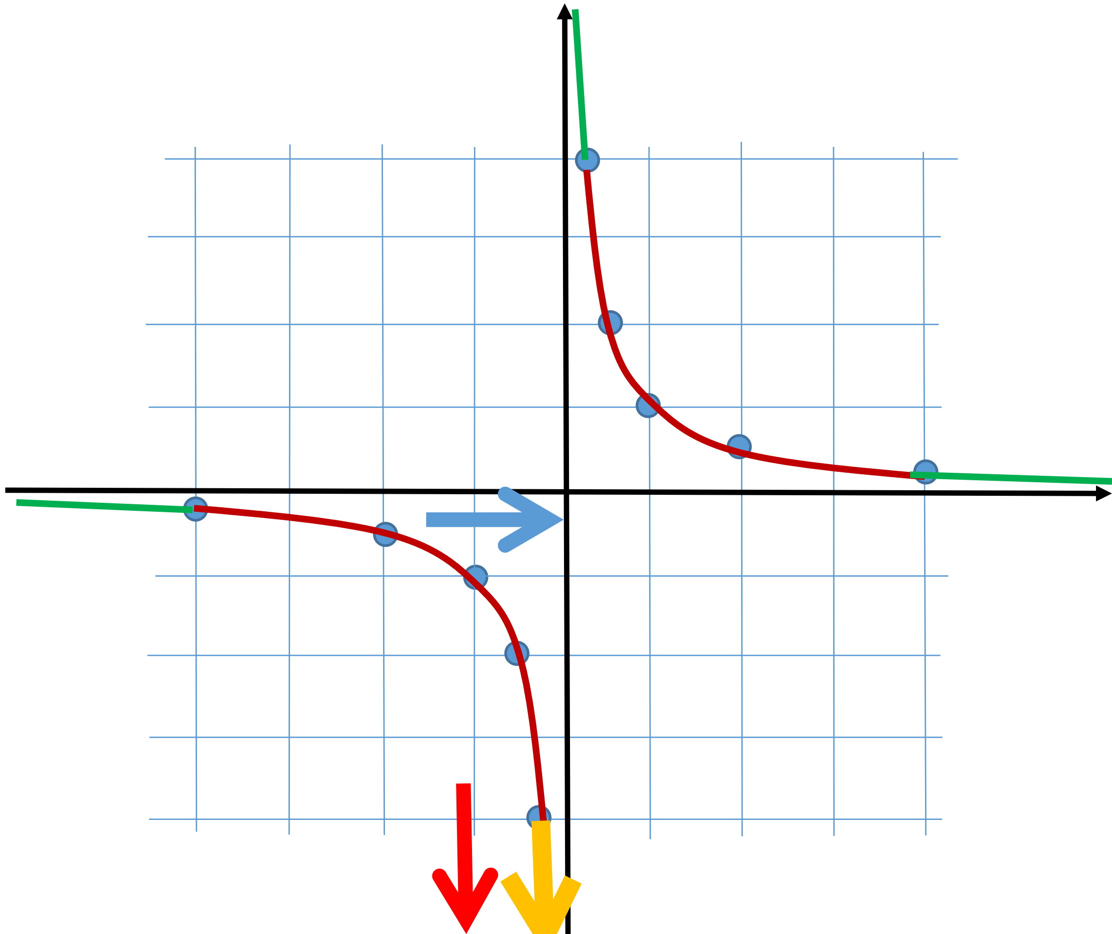
Notations de **limites** (aux bornes de l'ensemble de définition) :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0^+$$ *signifie* vers 0 *par au-dessus*

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0^-$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$$

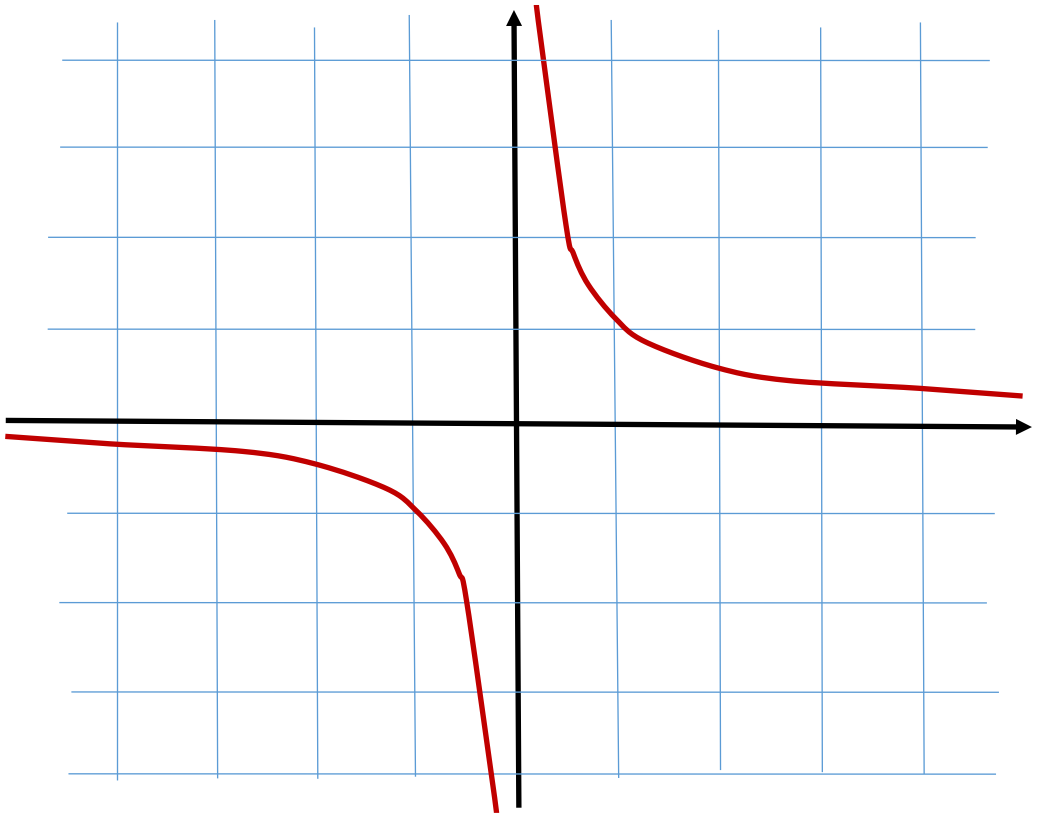


III Analyse de la fonction inverse :

On en déduit

les tableaux de signes

et de variation :



III Analyse de la fonction inverse :

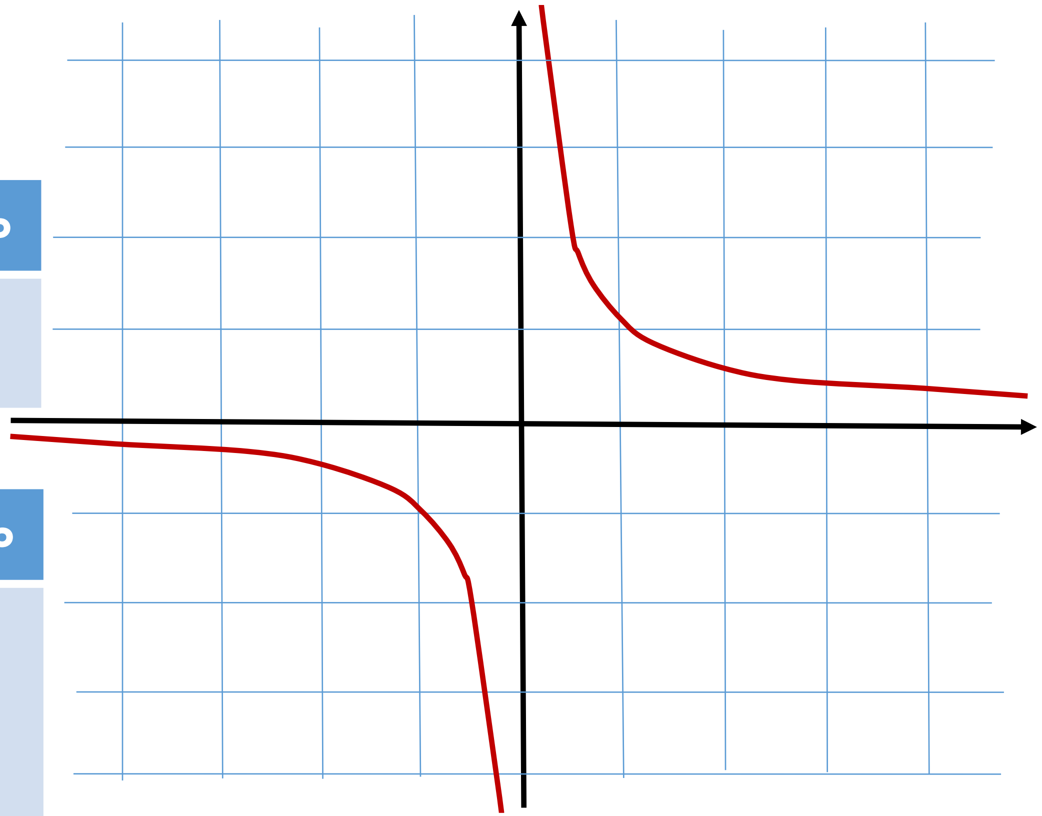
On en déduit

les tableaux de signes

et de variation :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)		$-$	$\|\|$	$+$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)	0^-	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	0^+

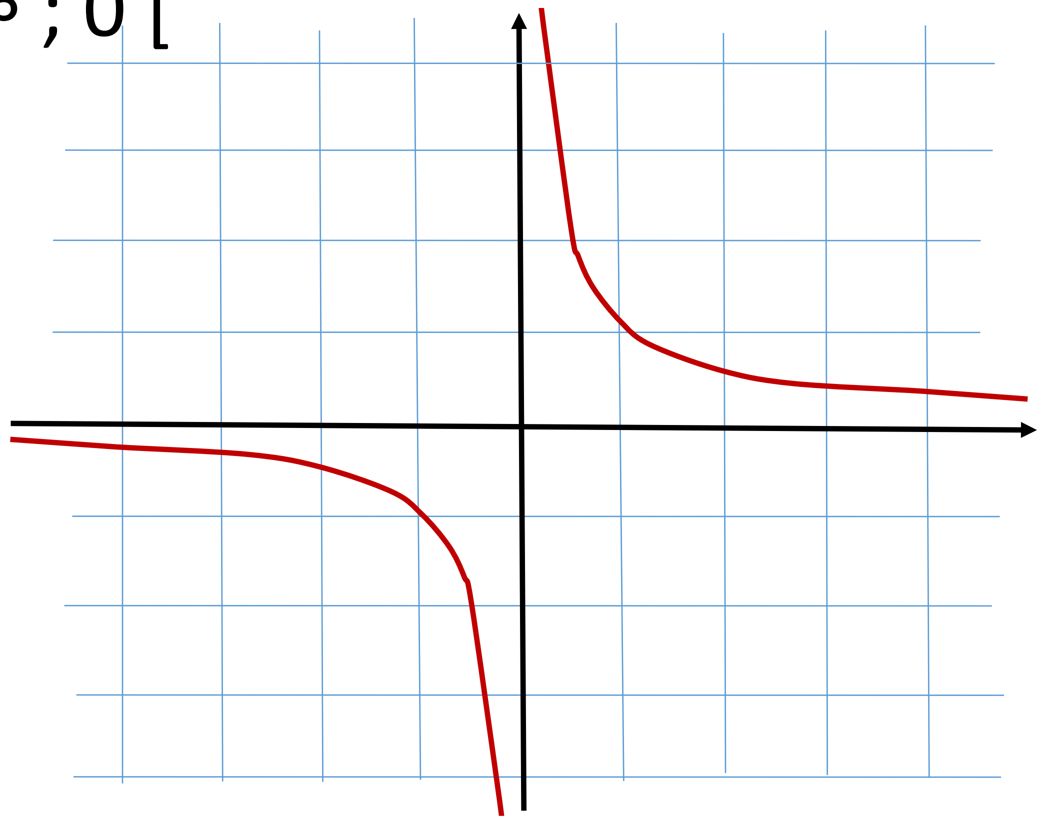


III Analyse de la fonction inverse :

$1/x \neq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}^*$ $=]\,0\,;+\infty\,[\; \cup \;]\,-\infty\,;0\,[$

$1/x > 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}^{*+}$ $=]\,0\,;+\infty\,[$

$1/x < 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}^{*-}$ $=]\,-\infty\,;0\,[$



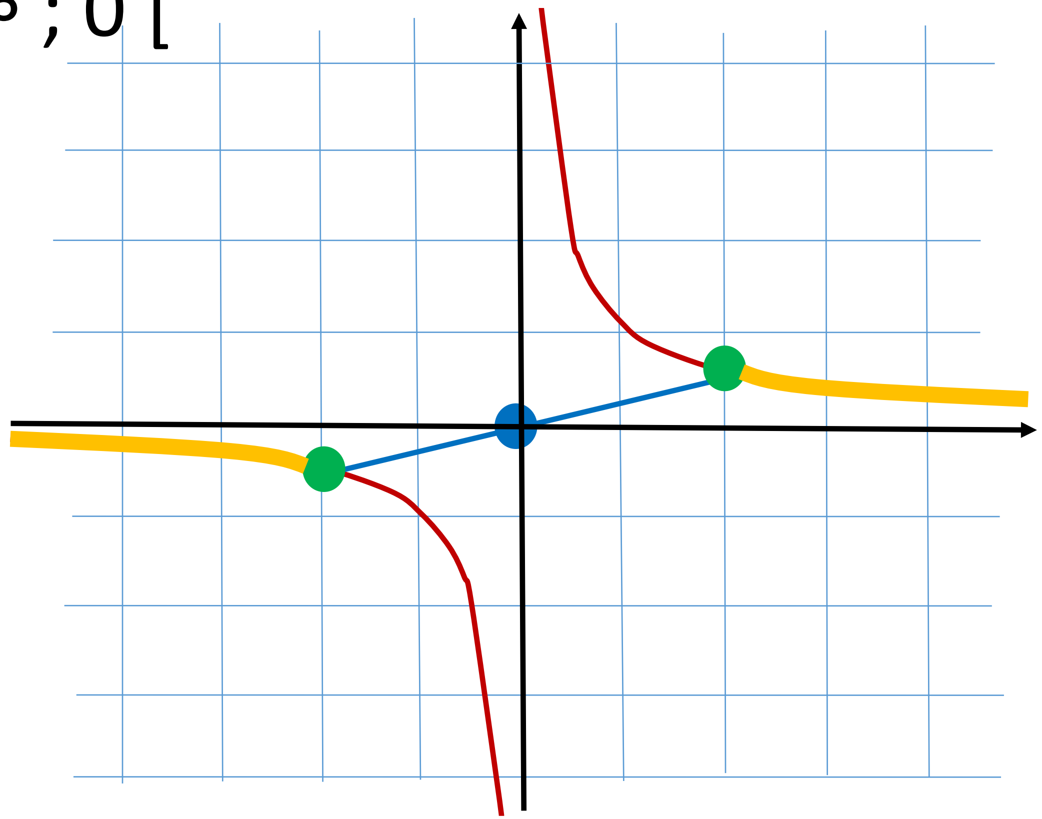
Quelle propriété de la courbe remarquez-vous ?

III Analyse de la fonction inverse :

$1/x \neq 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}^*$ $=]\,0\,;+\infty\,[\ \cup\ ]\,-\infty\,;0\,[$

$1/x > 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}^{*+}$ $=]\,0\,;+\infty\,[$

$1/x < 0$ pour tous les x de $\mathbb{R}^{*-}$ $=]\,-\infty\,;0\,[$



La courbe est symétrique

par rapport à l'origine.

III Analyse de la fonction inverse :

$1/x \neq 0$ pour tous les x de IR* =] 0 ; + ∞ [U] - ∞ ; 0 [

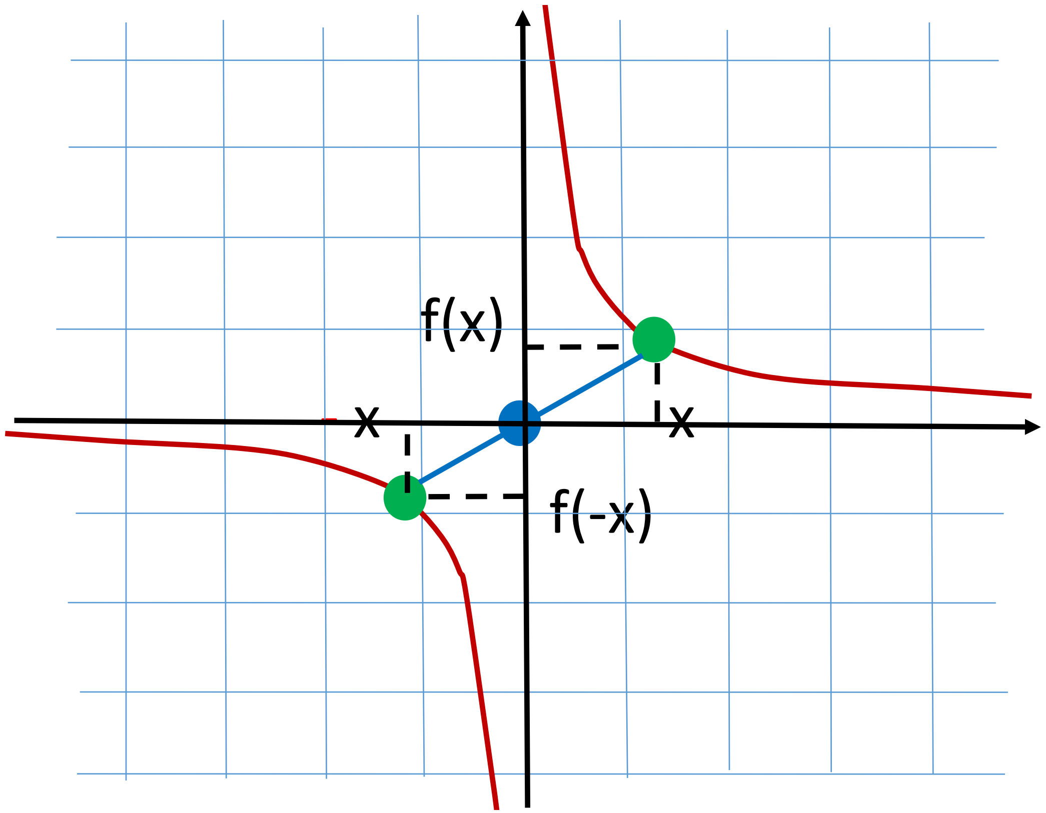
$1/x > 0$ pour tous les x de IR*⁺ =] 0 ; + ∞ [

$1/x < 0$ pour tous les x de IR*⁻ =] - ∞ ; 0 [

$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$$

donc on a les points (x ; y) et (- x ; - y)

Les deux points sont symétriques par rapport à l'origine.



III Analyse de la fonction inverse :

1/x ≠ 0 pour tous les x de IR* =] 0 ; + ∞ [U] - ∞ ; 0 [

1/x > 0 pour tous les x de IR*+ =] 0 ; + ∞ [

1/x < 0 pour tous les x de IR*- =] - ∞ ; 0 [

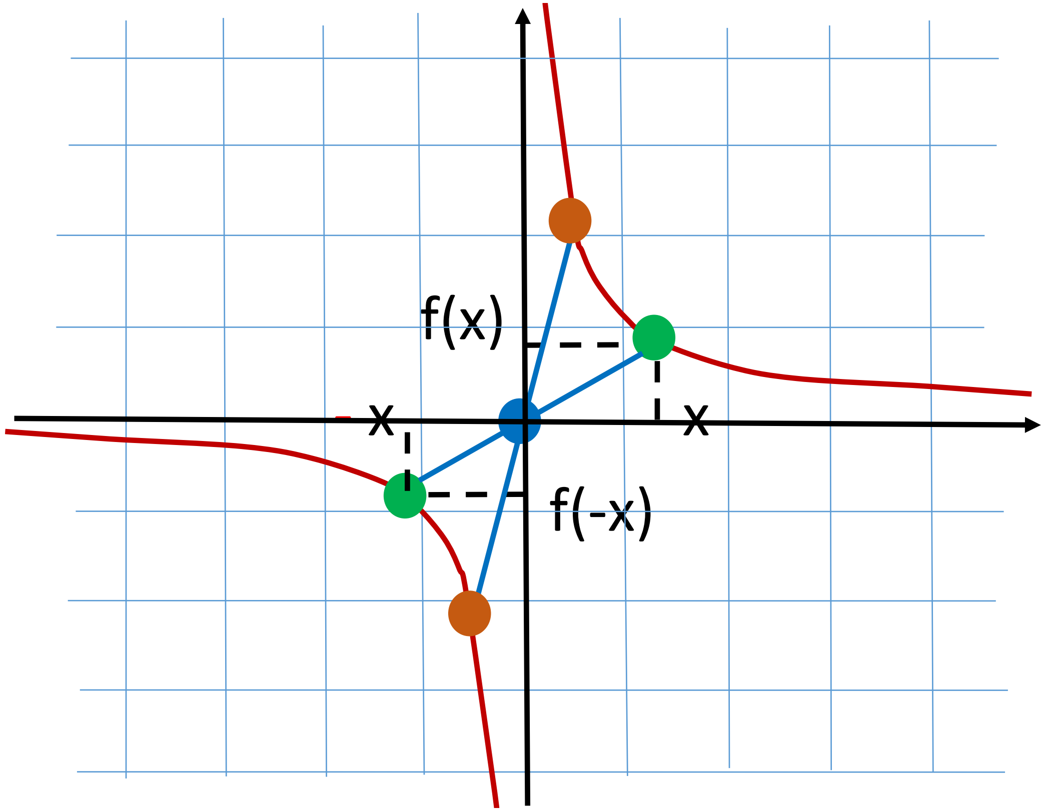
$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$$ pour tous les x

donc on a les points (x ; y) et (- x ; - y)

Les deux points sont symétriques par rapport à l'origine :

la courbe est symétrique par rapport à l'origine,

…



III Analyse de la fonction inverse :

$1/x \neq 0$ pour tous les x de IR* =] 0 ; + ∞ [U] - ∞ ; 0 [

$1/x > 0$ pour tous les x de IR*⁺ =] 0 ; + ∞ [

$1/x < 0$ pour tous les x de IR*⁻ =] - ∞ ; 0 [

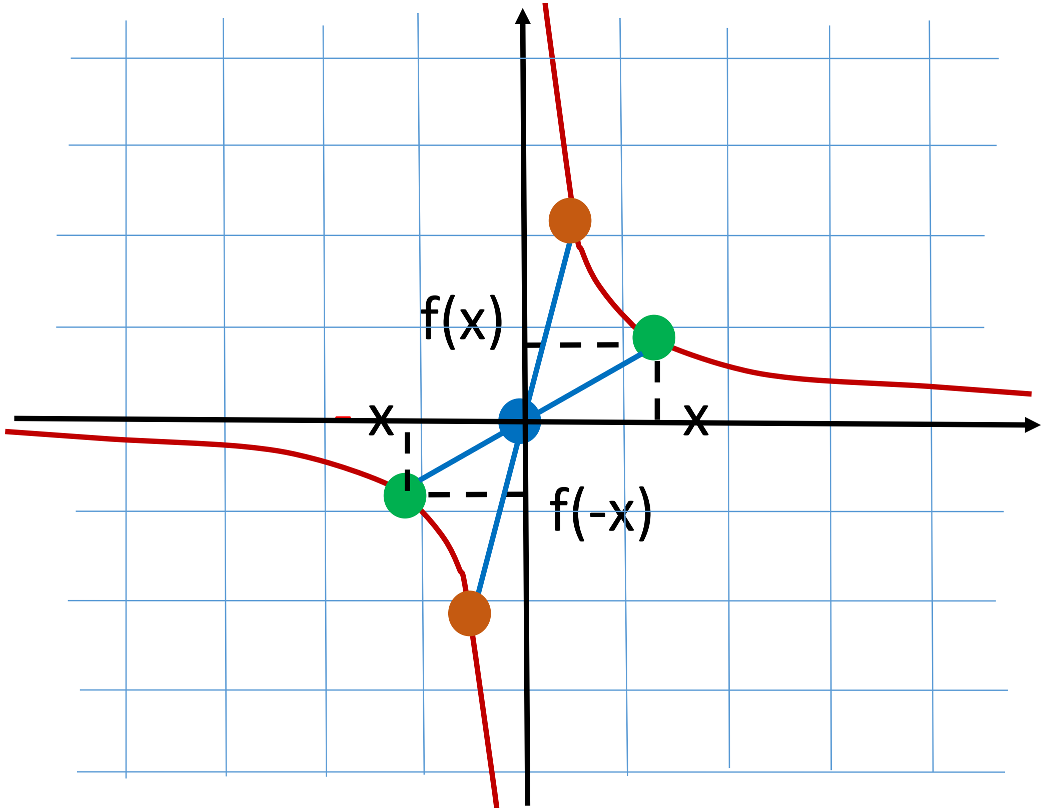
$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$$ pour tous les x

donc on a les points (x ; y) et (- x ; - y)

Les deux points sont symétriques par rapport à l'origine :

la courbe est symétrique par rapport à l'origine,

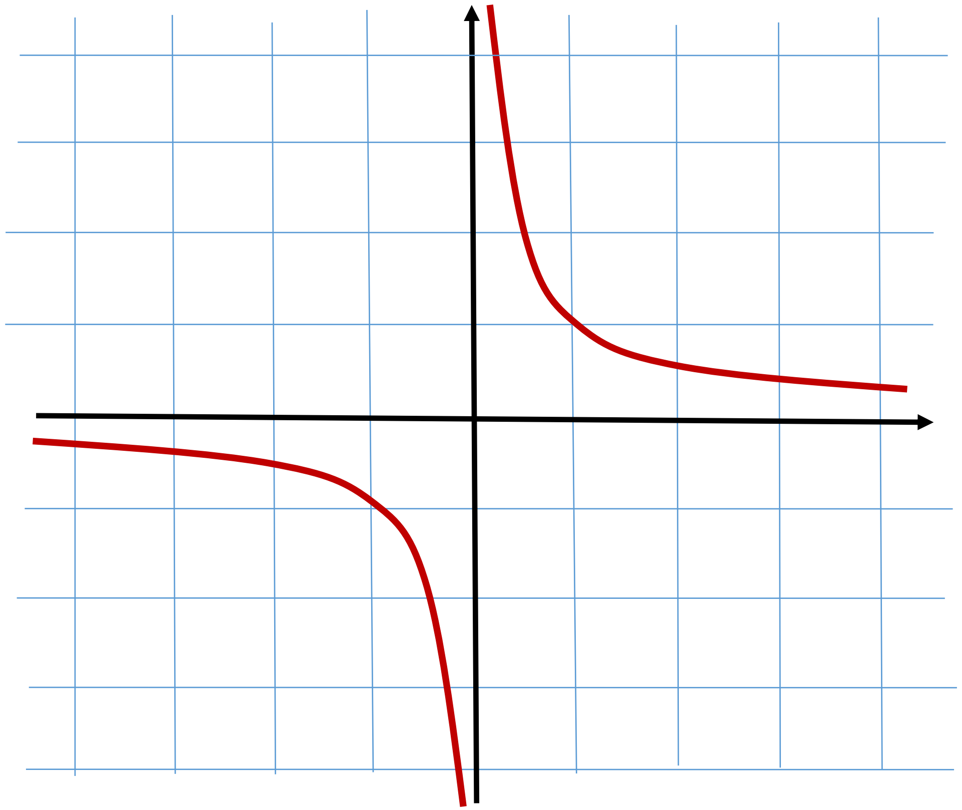
la fonction inverse est impaire $f(-x) = -f(x)$



III Analyse de la fonction inverse :

Il y a une autre propriété géométrique de la courbe.

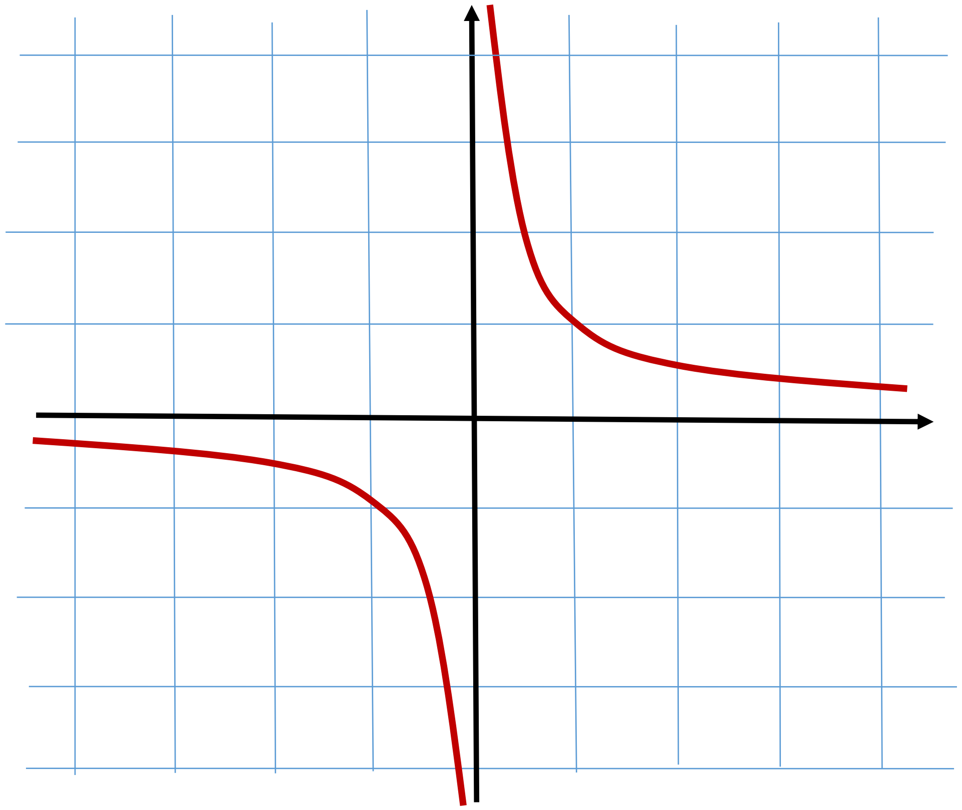
Laquelle ?



L’hyperbole est symétrique …

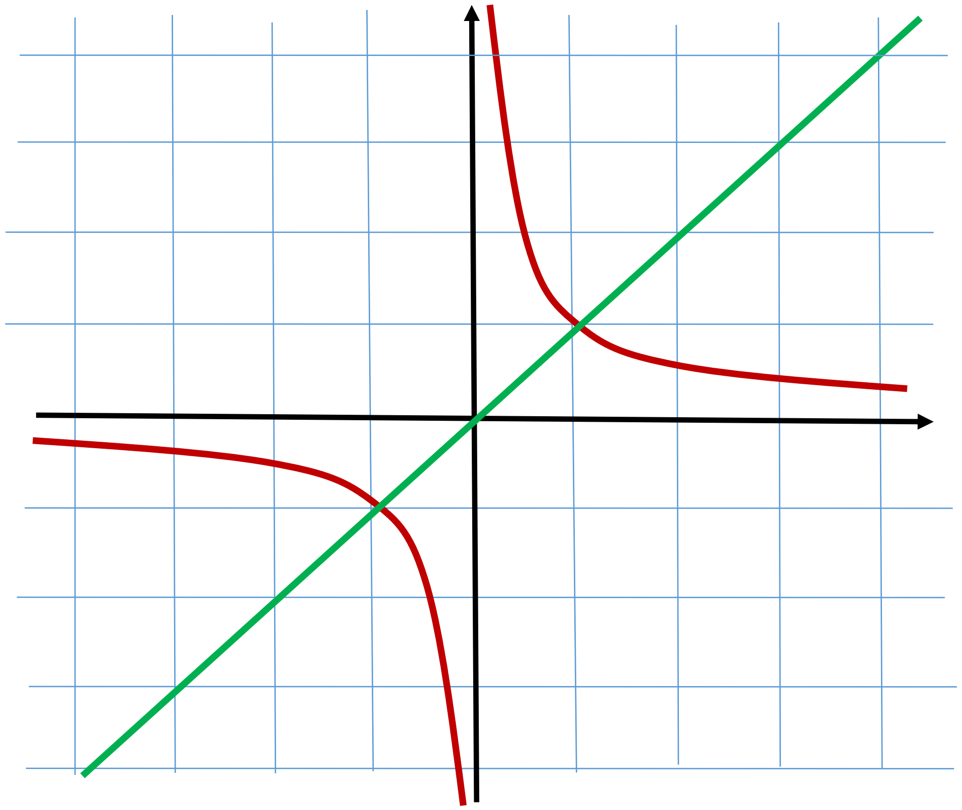
Il y a une autre propriété géométrique de la courbe.

Laquelle ?



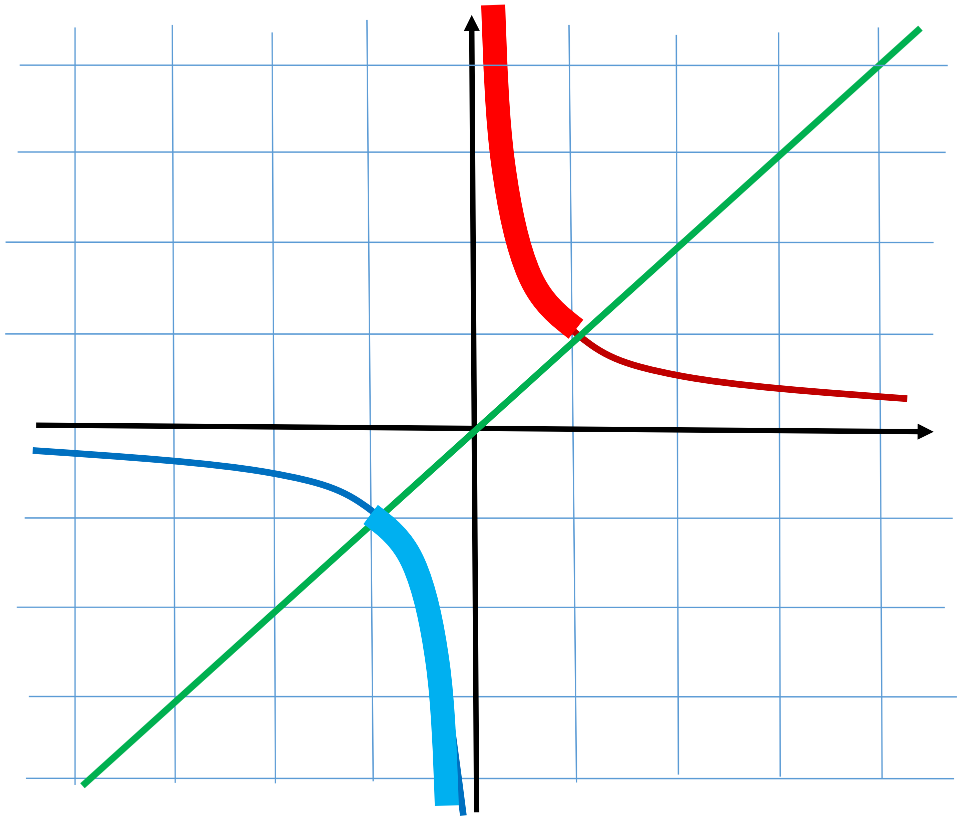
L'hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).



L'hyperbole est symétrique …

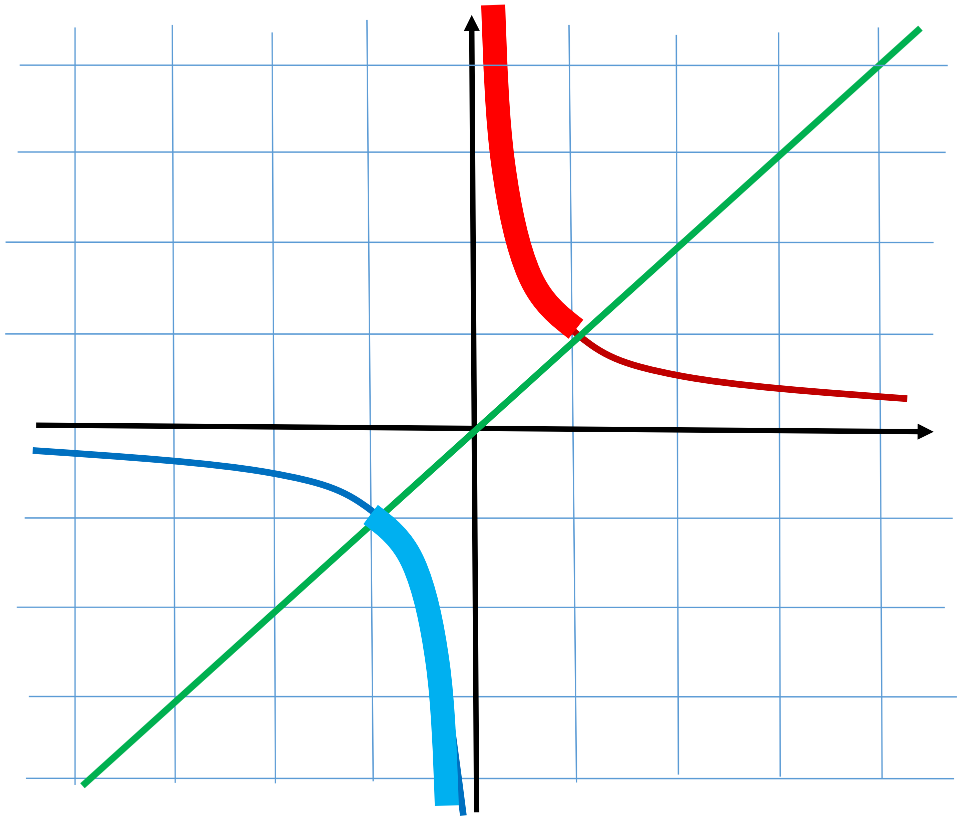
par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).



L’hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

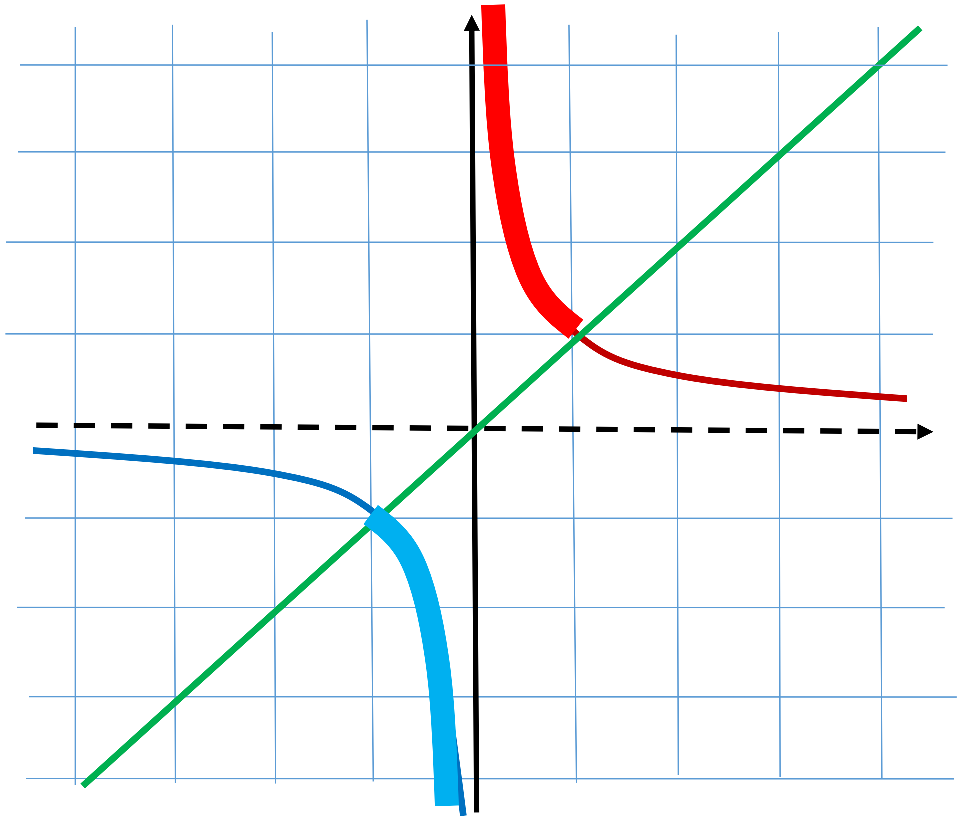
D’où vient cette propriété ?



L’hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

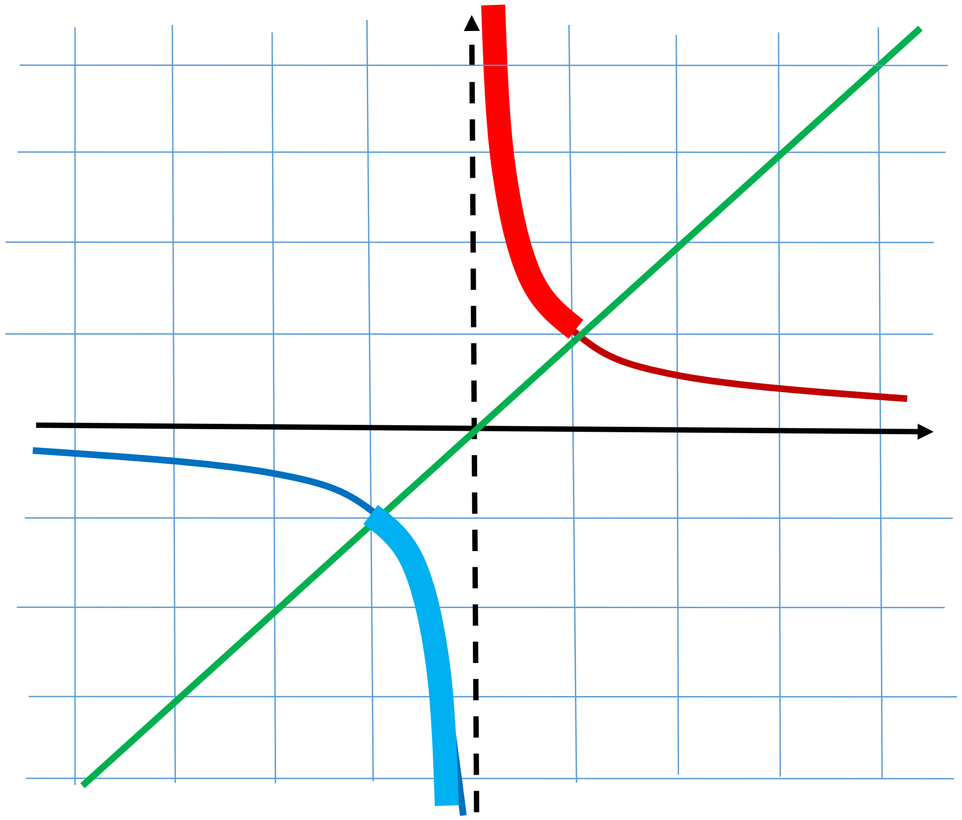
D’où vient cette propriété ?



L’hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

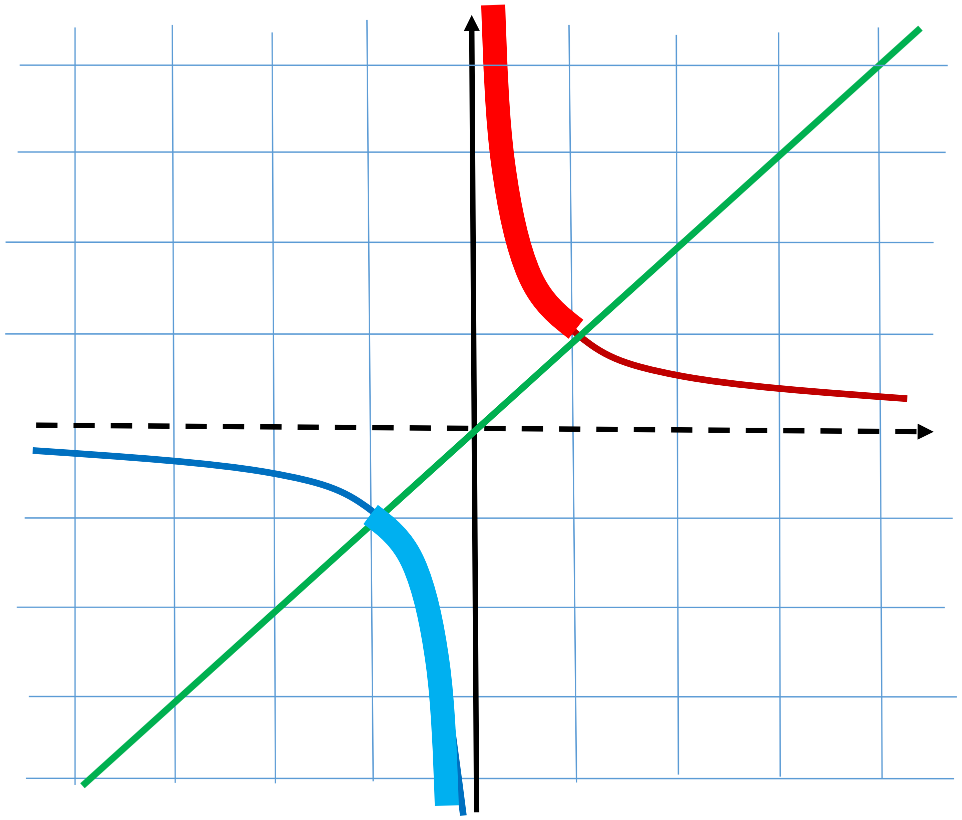
D’où vient cette propriété ?



L'hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

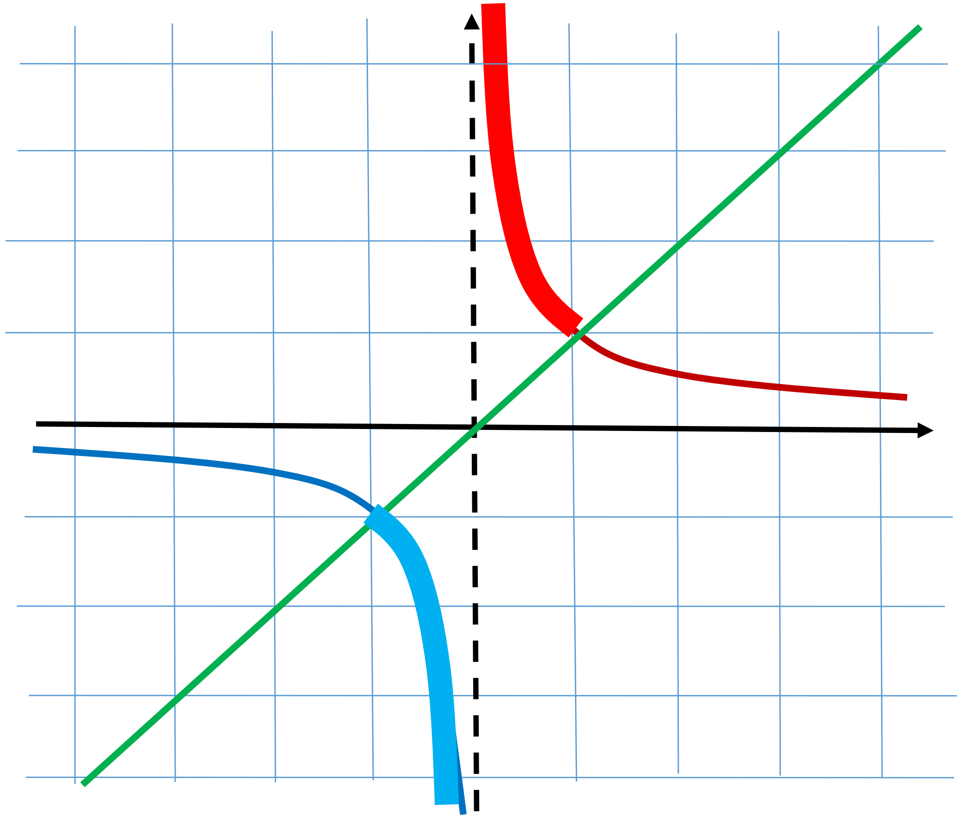
D'où vient cette propriété ?



L’hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

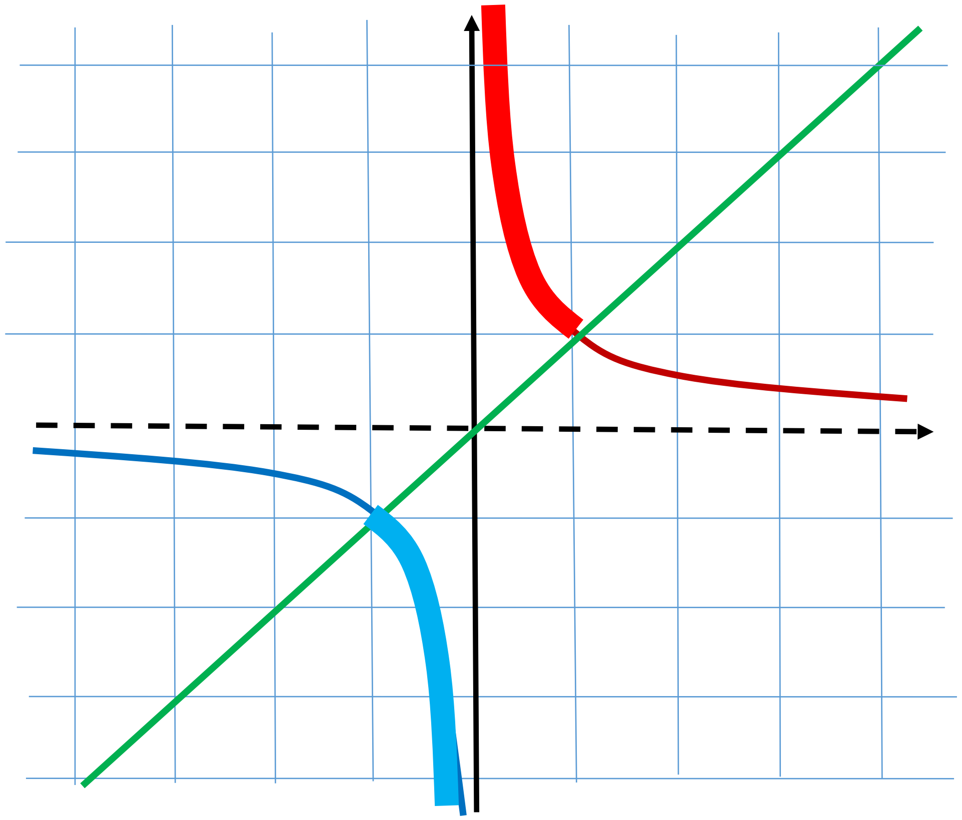
D’où vient cette propriété ?



L'hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

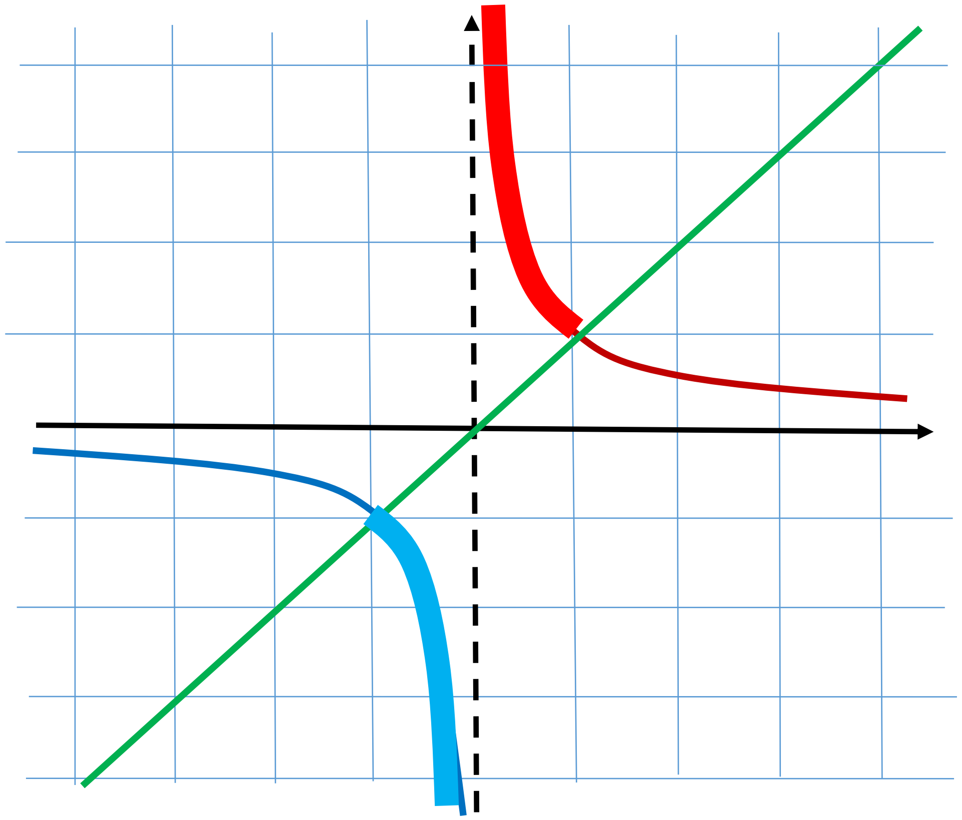
D'où vient cette propriété ?



L'hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

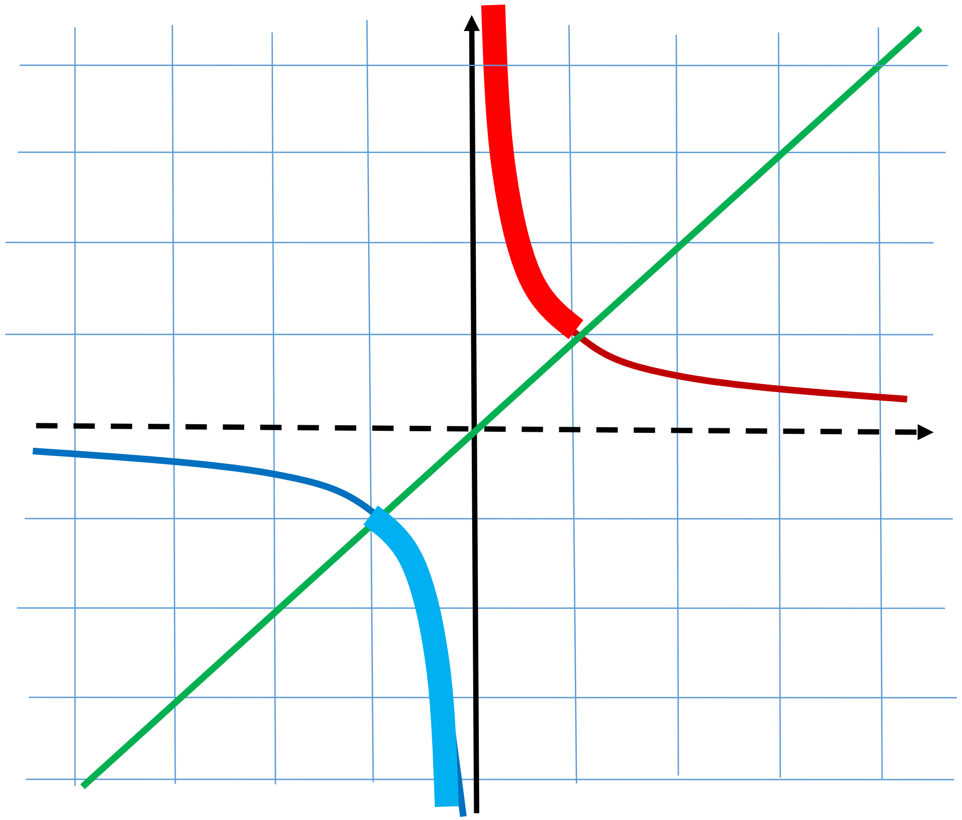
D'où vient cette propriété ?



L’hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

D’où vient cette propriété ?



L'hyperbole est symétrique ...

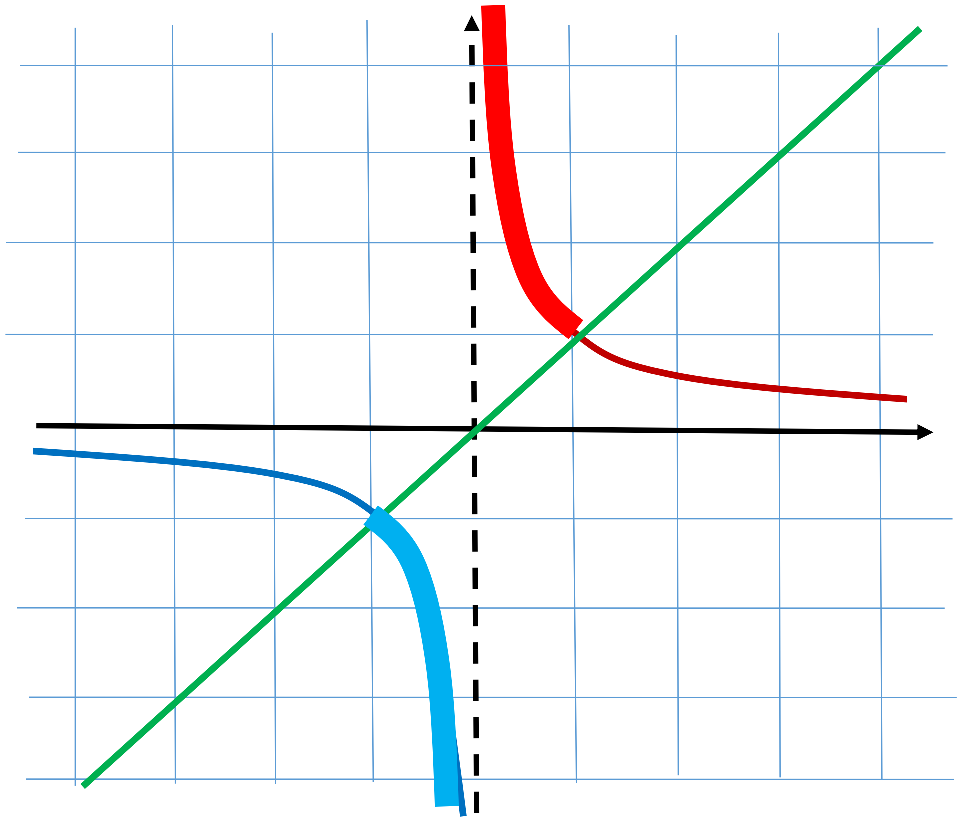
par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

D'où vient cette propriété ?

Les axes x et y ont été intervertis.

Quelle propriété algébrique

permet d'intervertir x et y ?



L'hyperbole est symétrique ...

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

D'où vient cette propriété ?

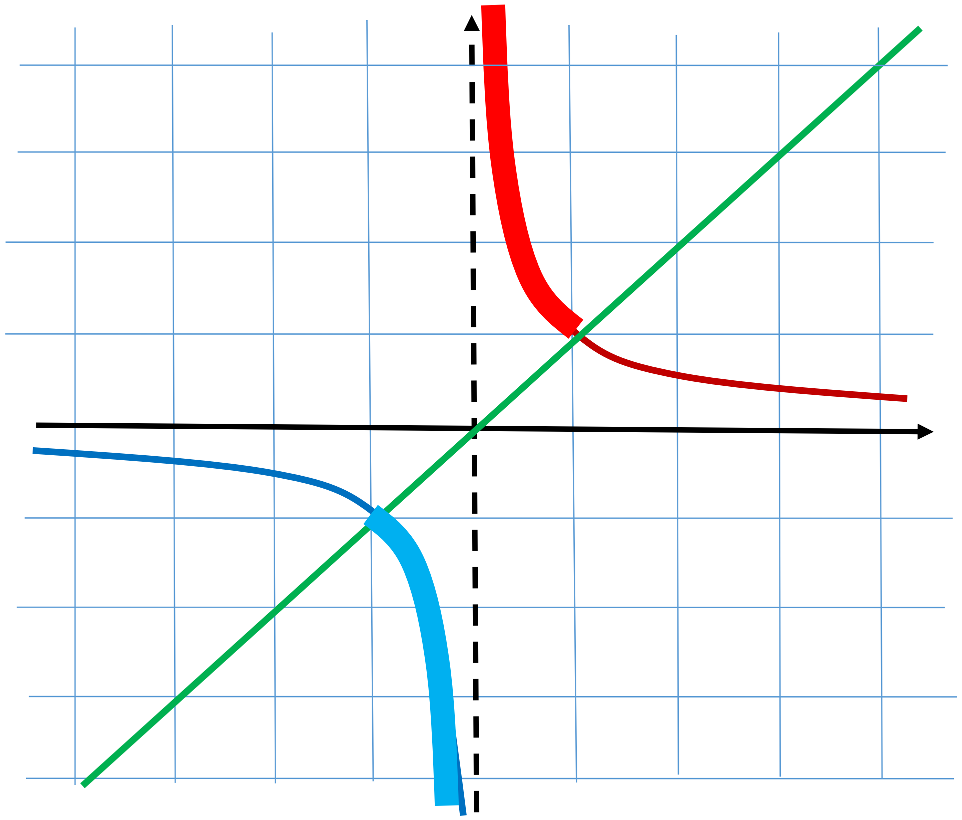
Les axes x et y ont été intervertis.

Quelle propriété algébrique

permet d'intervertir x et y ?

$$y = f(x) = \frac{1}{x} \iff x = \frac{1}{y} = f(y)$$

et le point ...



L'hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

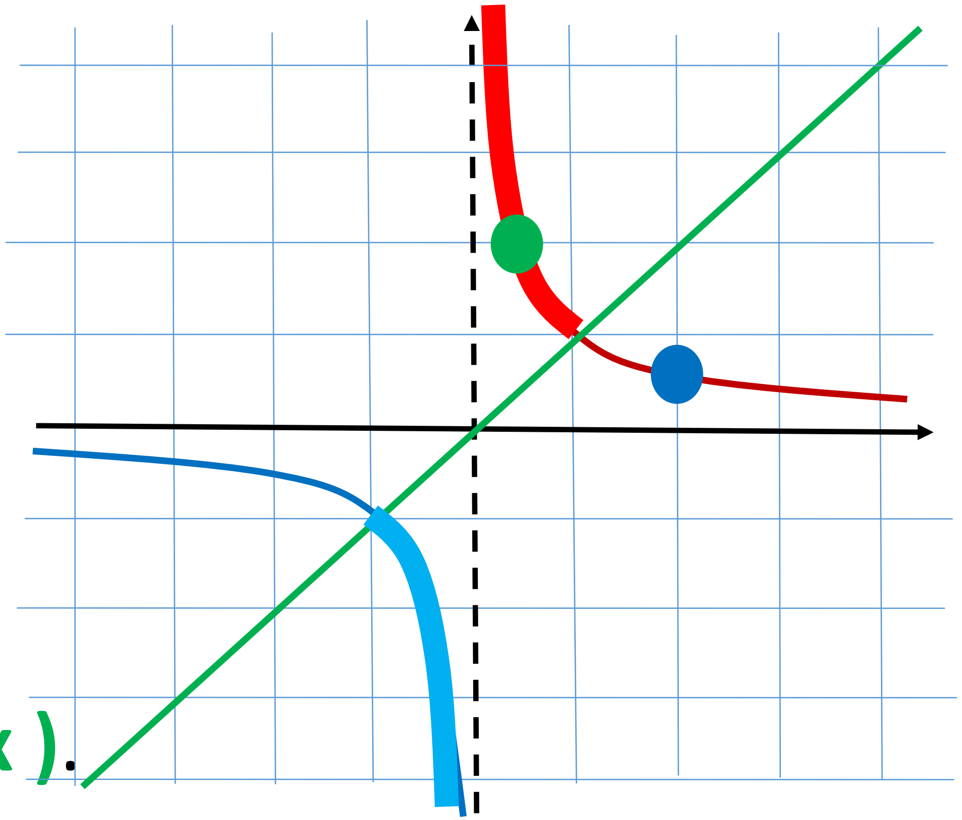
D'où vient cette propriété ?

Les axes x et y ont été intervertis.

Quelle propriété algébrique permet d'intervertir x et y ?

$$y = f(x) = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1}{y} = f(y)$$

et le point **(x ; y)** donne le point **(y ; x)**.



L'hyperbole est symétrique …

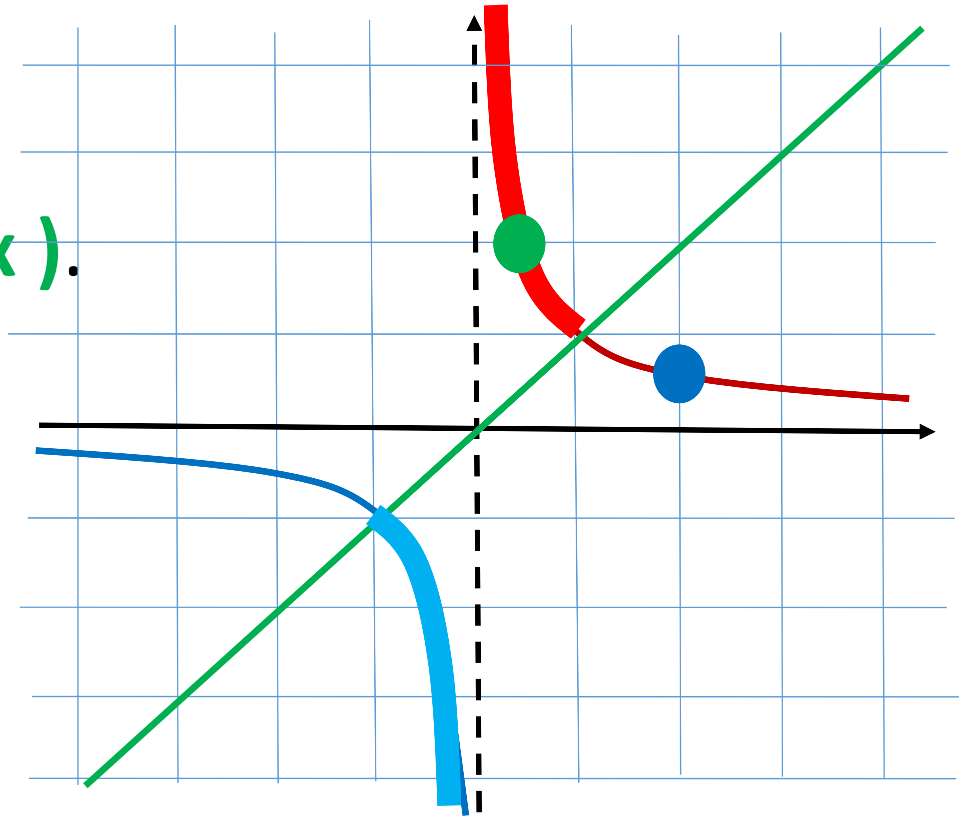
par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

$$y = f(x) = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1}{y} = f(y)$$

et le point **(x ; y)** donne le point **(y ; x)**.

Il y a une autre symétrie !

Laquelle ? Pourquoi ?



L'hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

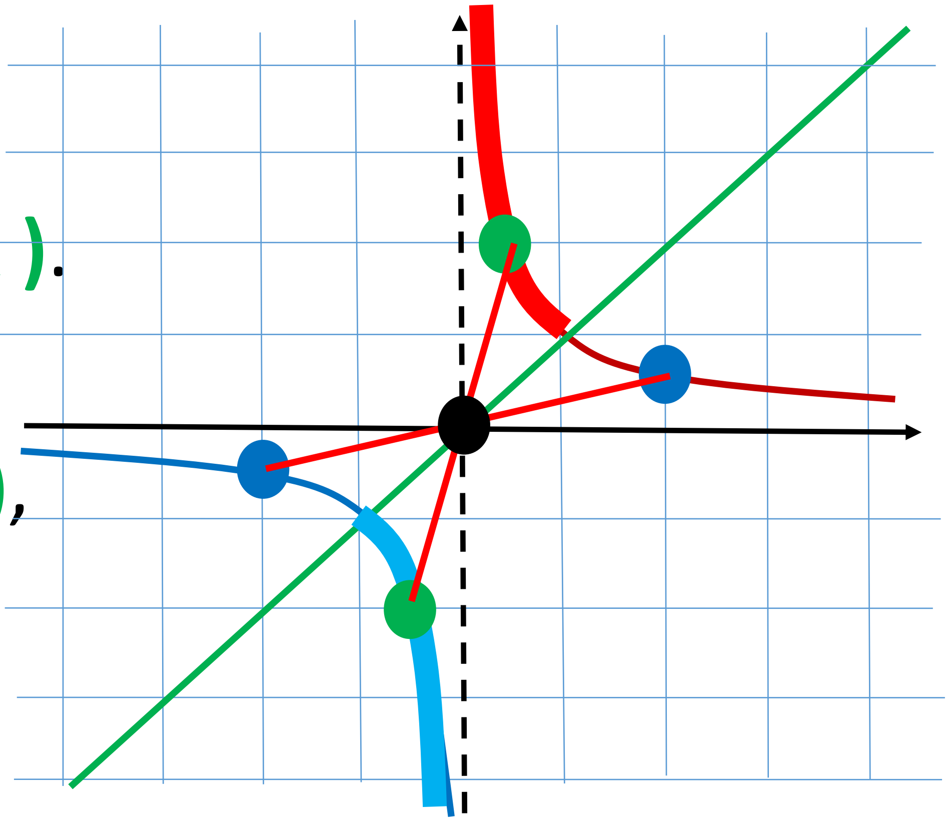
$$y = f(x) = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1}{y} = f(y)$$

et le point **(x ; y)** donne le point **(y ; x)**.

La symétrie par rapport **à l'origine**

donnent les points **(-x ; -y)** et **(-y ; -x)**,

donc la symétrie par rapport à …



L'hyperbole est symétrique …

par rapport à la **bissectrice** (dans un repère orthonormé).

$$y = f(x) = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1}{y} = f(y)$$

et le point **(x ; y)** donne le point **(y ; x)**.

La symétrie par rapport **à l'origine**

donnent les points **(-x ; -y)** et **(-y ; -x)**,

donc la symétrie par rapport à

la **deuxième bissectrice**.