

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (*Spécialité*)

II Le logarithme décimal (*Tronc commun*)

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de ... ?

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'unique solution de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ est ...

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ est ...

l'*unique solution* de l'équation $e^x = 1$ est ...

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ est ...

l'*unique solution* de l'équation $e^x = 1$ est 0

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $] 0 ; + \infty [$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ est x

(et sa valeur numérique dépend de a)

l'*unique solution* de l'équation $e^x = 1$ est 0

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

Conséquences : $x \mapsto e^x$

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :



The diagram illustrates the relationship between the variable x and the exponential function e^x . A blue arrow points from x to e^x , labeled "fct exponentielle e^x ". A red arrow points from e^x back to x , labeled "fct ...".

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

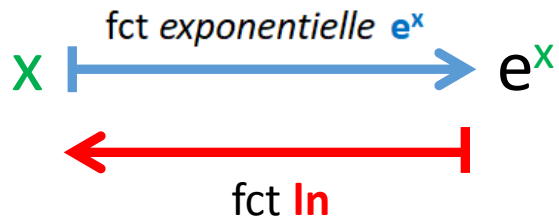
Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$

$e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :



The diagram illustrates the inverse relationship between the exponential function and the natural logarithm. A blue arrow labeled 'fct exponentielle e^x ' points from x to e^x . A red arrow labeled 'fct $\ln$ ' points from e^x back to x .



La fonction **logarithme népérien** est la *fonction* ...

de la fct **e^x**

Les fonctions logarithmes

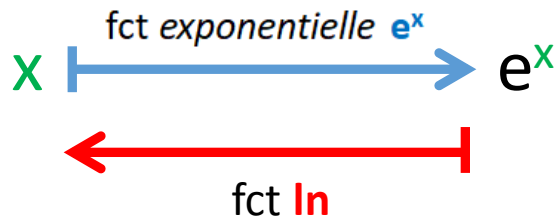
I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :



The diagram illustrates the inverse relationship between the exponential function and the natural logarithm. A blue arrow labeled 'fct exponentielle e^x ' points from x to e^x . A red arrow labeled 'fct $\ln$ ' points from e^x back to x .

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = \dots$ $e^{\ln(x)} = \dots$

Les fonctions logarithmes

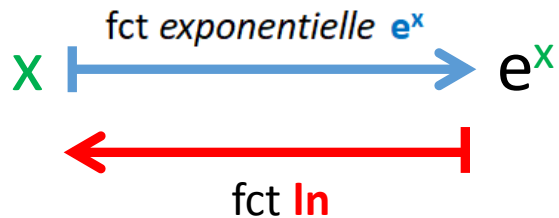
I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :



The diagram illustrates the inverse relationship between the exponential function and the natural logarithm. A blue arrow labeled 'fct exponentielle e^x ' points from x to e^x . A red arrow labeled 'fct $\ln$ ' points from e^x back to x .

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ $e^{\ln(x)} = \dots$

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :



➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ $e^{\ln(x)} = x$ Toujours vrais ?

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow{\text{fct exponentielle } e^x} e^x \xleftarrow{\text{fct } \ln} x$ $\dots ? \xrightarrow{\text{fct exponentielle } e^x} \dots ? \xleftarrow{\text{fct } \ln} \dots ?$

$D_{\text{fct exponentielle}} = \dots ?$ $D_{\text{fct } \ln} = \dots ?$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; +\infty[$

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow{\text{fct exponentielle } e^x} e^x$ $\mathbb{R} \xrightarrow{\quad}]0 ; +\infty[$

$\xleftarrow{\text{fct } \ln}$ $D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \ln} =]0 ; +\infty[$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; +\infty[$

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Même phénomène :

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

même phénomène que :

... sur $\mathbb{R}^+$ et ... sur $\mathbb{R}$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct ln}} =]0 ; +\infty[$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; +\infty[$

Les fonctions logarithmes

I Le logarithme népérien (Spécialité)

Même phénomène :

Le *logarithme népérien* de x est noté $\ln(x)$

a est un réel de $]0 ; +\infty[$

même phénomène que :

$(\sqrt{x})^2$ sur $\mathbb{R}^+$ et $\sqrt{x^2}$ sur $\mathbb{R}$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct ln}} =]0 ; +\infty[$

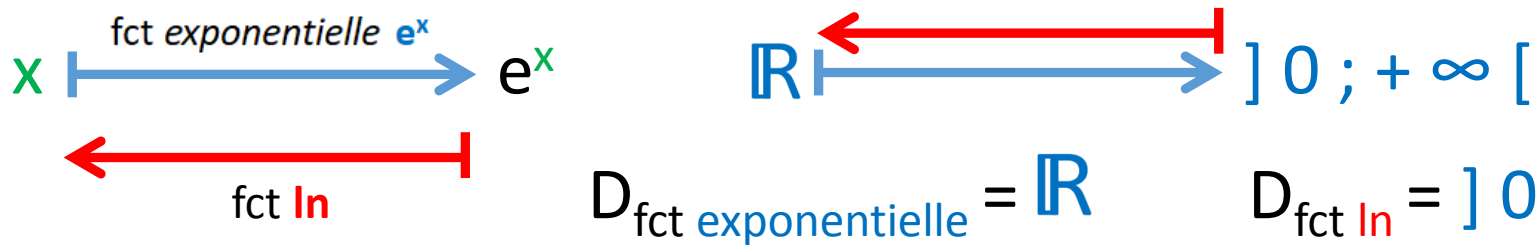
➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; +\infty[$

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

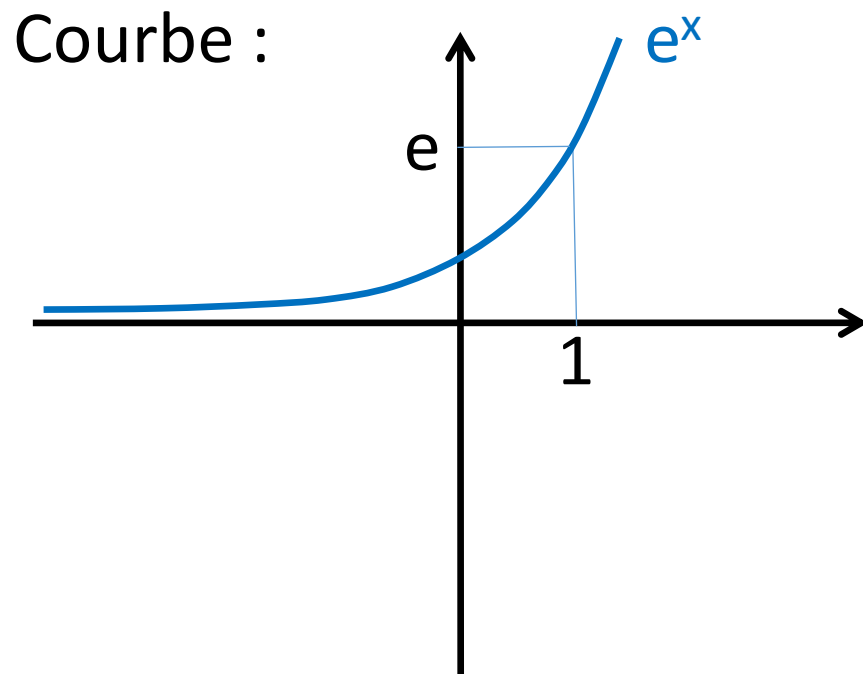
Conséquences :



$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct ln}} =]0 ; + \infty [$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; + \infty [$



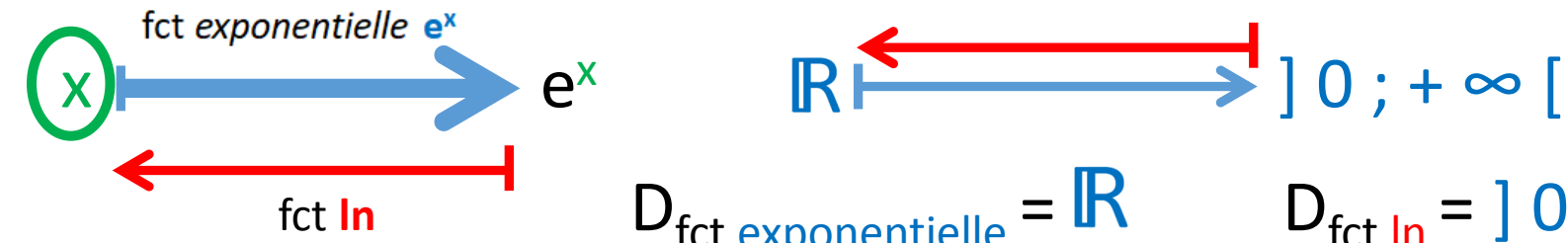
Limites :

Sens de variations :

Signes :

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

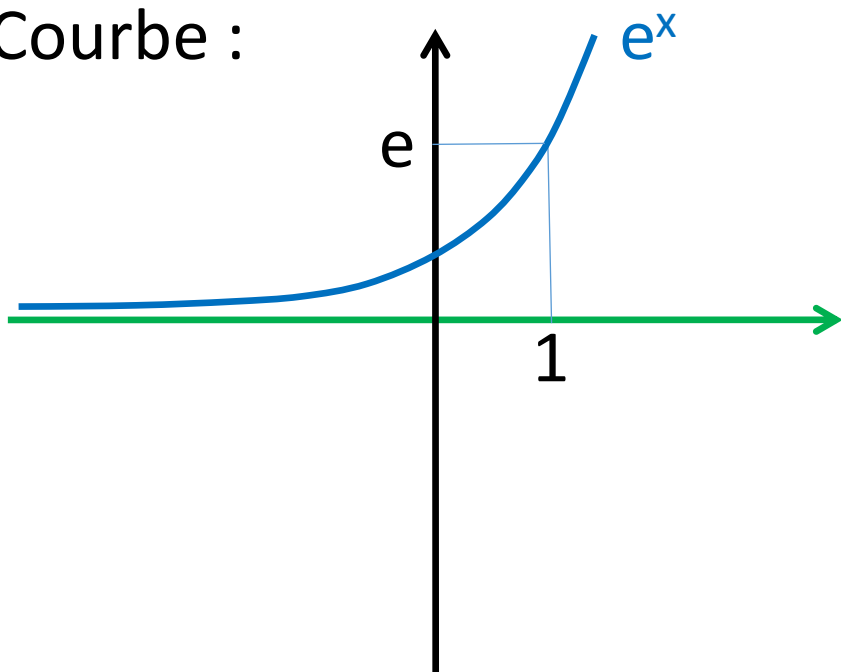


$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct ln}} =]0; +\infty[$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



Limites :

Sens de variations :

Signes :

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

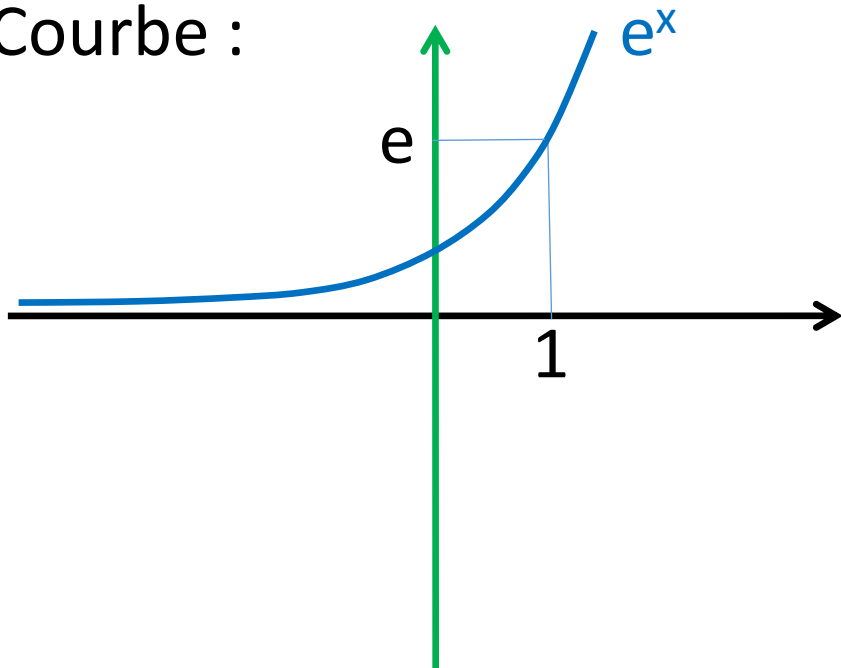
Conséquences :

$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct ln}} =]0 ; +\infty [$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

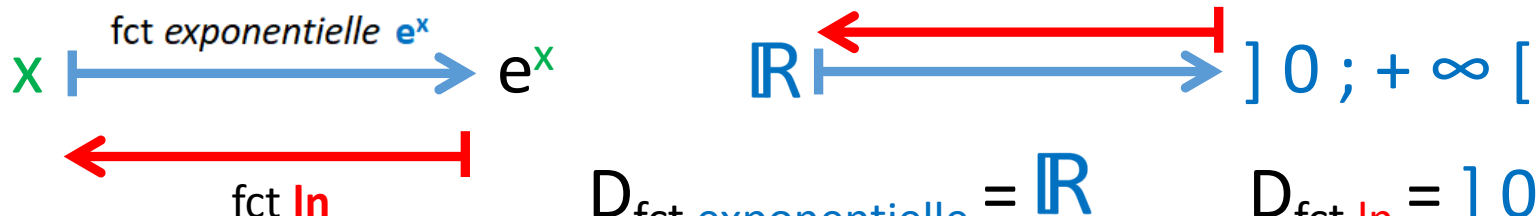
➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; +\infty [$

Courbe :



$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

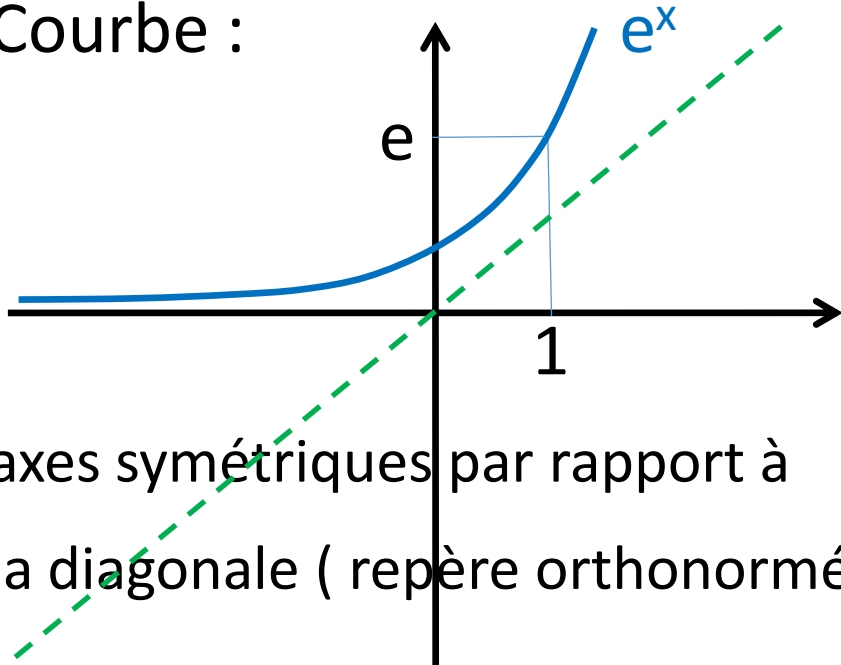


$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct ln}} =]0 ; + \infty [$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0 ; + \infty [$

Courbe :



axes symétriques par rapport à
la diagonale (repère orthonormé)

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

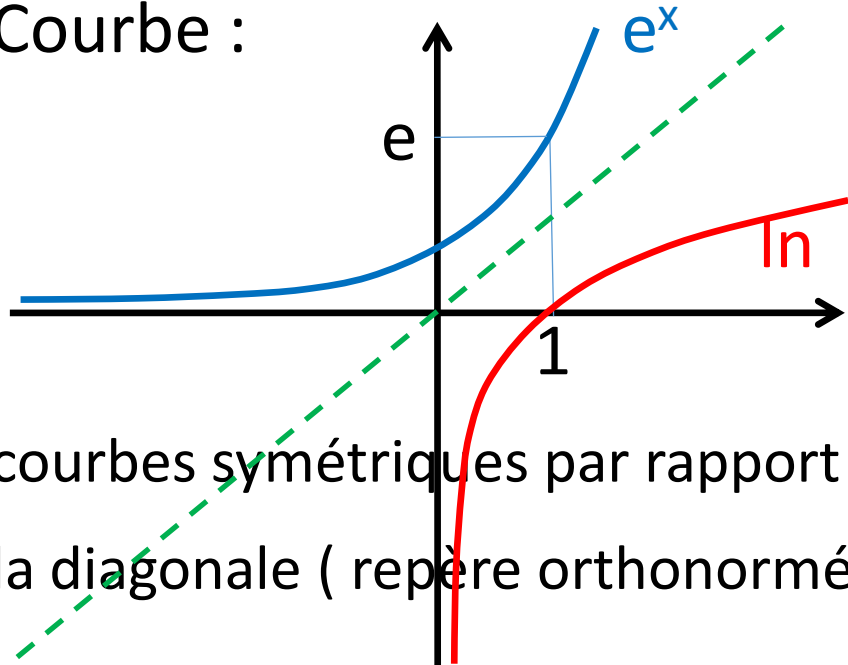
$x \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x} e^x$ $\mathbb{R} \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x}]0; +\infty[$

$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \ln} =]0; +\infty[$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



Limites :

courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x} e^x$

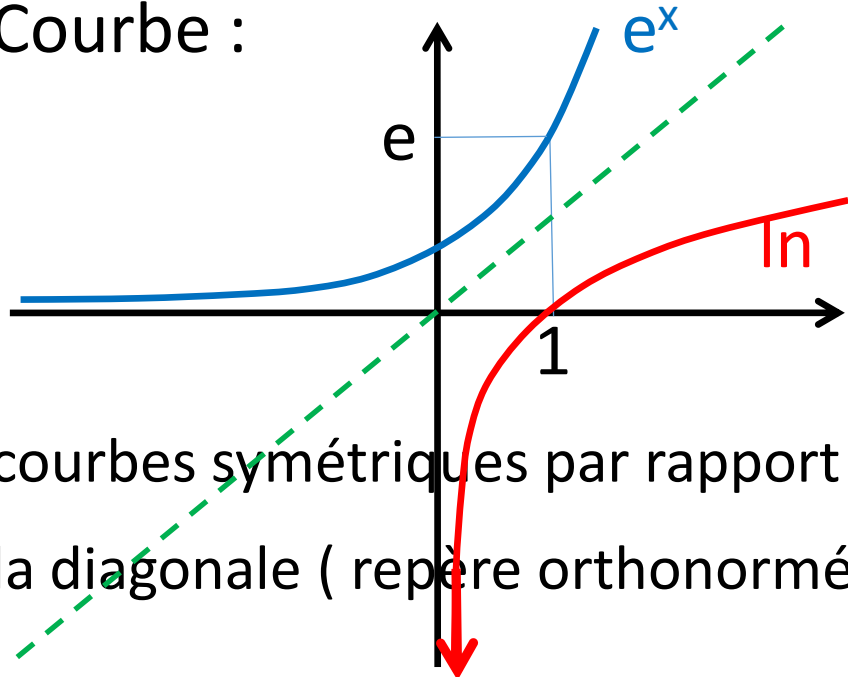
$\mathbb{R} \xleftrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x}]0; +\infty[$

$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \ln} =]0; +\infty[$

➔ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➔ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :

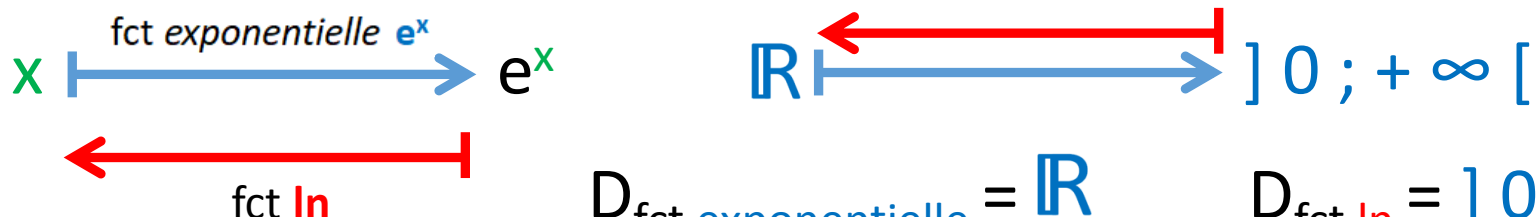


Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$

courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

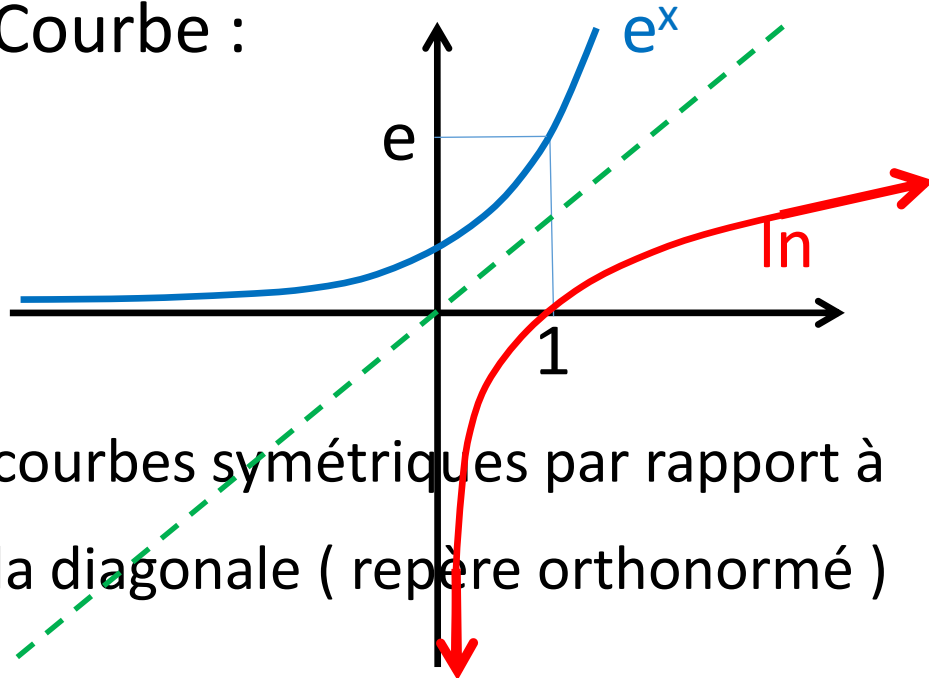


$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct ln}} =]0; +\infty[$

➡ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x} e^x$

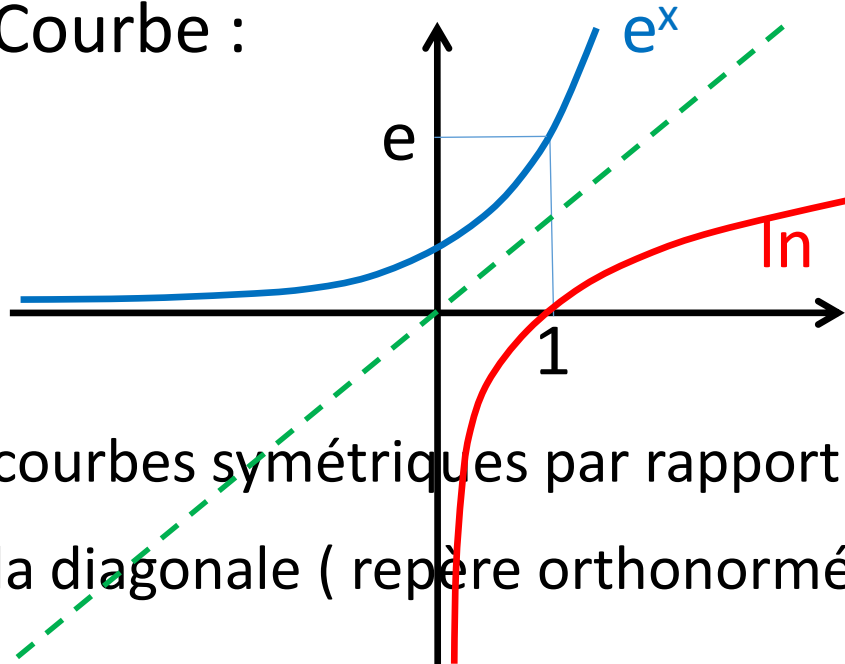
$\mathbb{R} \xleftrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle}}]0; +\infty[$

$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \ln} =]0; +\infty[$

➔ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➔ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

Sens de variations :

x	
$\ln x$	

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x} e^x$

$\mathbb{R} \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x}]0; +\infty[$

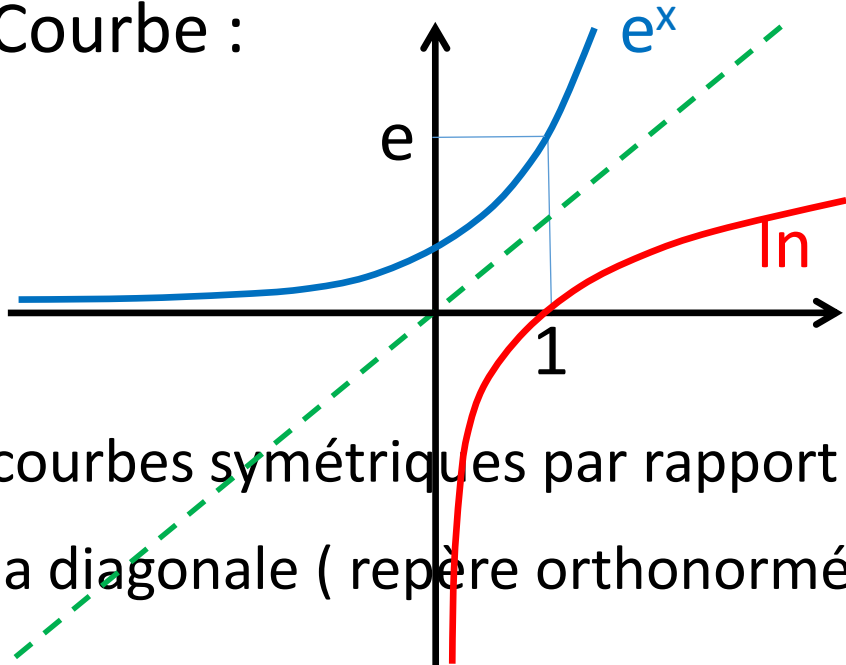
$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \ln} =]0; +\infty[$

➔ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➔ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

Sens de variations :

x	0	$+\infty$
$\ln x$		

Signes :

x	
$\ln x$	

$\ln(x)$ est l'*unique solution* de l'équation $e^x = a$ $a = e^u > 0$ pour tout u

Conséquences :

$x \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x} e^x$

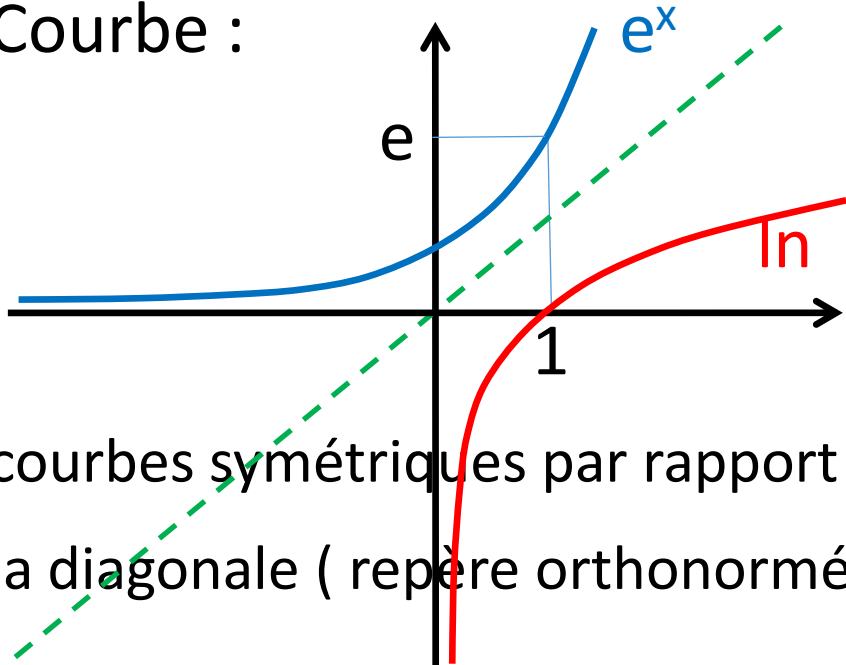
$\mathbb{R} \xrightarrow[\text{fct } \ln]{\text{fct exponentielle } e^x}]0; +\infty[$

$D_{\text{fct exponentielle}} = \mathbb{R}$ $D_{\text{fct } \ln} =]0; +\infty[$

➔ La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct e^x

➔ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$ $e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

Sens de variations :

x	0	$+\infty$
$\ln x$		

Signes :

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$			

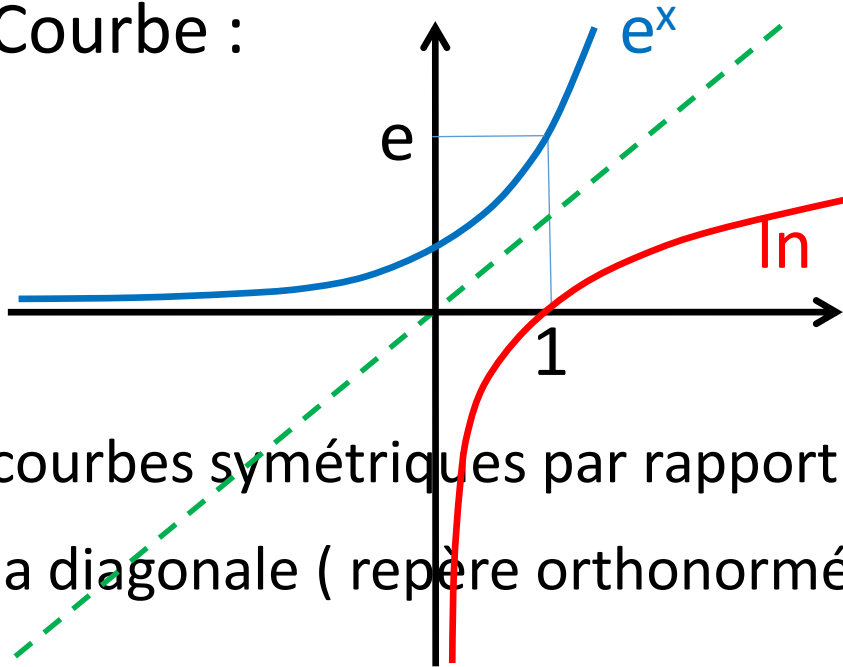
-
0
+

La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct **e^x**

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

Intérêt du **ln** :

Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

Sens de variations :

x	0	$+\infty$
$\ln x$		

Signes :

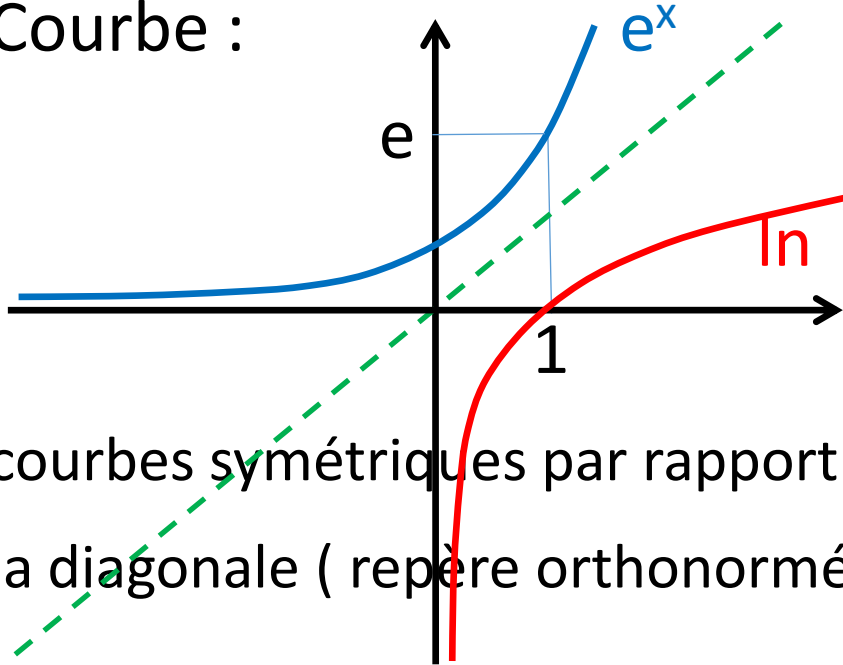
x	0	1	$+\infty$
$\ln x$			

La fonction **logarithme népérien** est la *fonction réciproque* de la fct **e^x**

➡ $\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} = x$ pour tous les x de $]0; +\infty[$

Courbe :



courbes symétriques par rapport à la diagonale (repère orthonormé)

Limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

Sens de variations :

x	0	$+\infty$
$\ln x$		

Signes :

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$		- 0 +	

Intérêt du **ln** : permet de **descendre** l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$\ln(e^x) = x$ pour tous les x de $\mathbb{R}$

Intérêt du **ln** : *permet de descendre l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.*

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(\dots) = \dots + \dots$$

Intérêt du **ln** : *permet de descendre l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.*

$$\ln (e^{\mathbf{x}}) = \mathbf{x} \quad \text{pour tous les } \mathbf{x} \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{\mathbf{a+b}}) = \mathbf{a + b} \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^{\mathbf{a}} \times e^{\mathbf{b}}) = \dots \quad + \dots$$

Intérêt du **ln** : *permet de descendre l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.*

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln(\dots \times \dots) = \ln(\dots) + \ln(\dots)}$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)}$$

transforme ... en ...

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

transforme un produit en somme

C'était le but de John **Neper** (17^{ème} siècle) qui cherchait une **fonction** pour transformer des
... en des ...

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

transforme un produit en somme

C'était le but de John **Neper** (17^{ème} siècle) qui cherchait une **fonction** pour transformer des *suites géométriques* (qui croissent trop vite) en des *suites arithmétiques* (qui croissent régulièrement),

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

transforme un produit en somme

C'était le but de John **Neper** (17^{ème} siècle) qui cherchait une **fonction** pour transformer des *suites géométriques (qui croissent trop vite)* en des *suites arithmétiques (qui croissent régulièrement)*, et il en a déduit la dérivée :

$$(\ln (x))' = \frac{1}{x}$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

transforme un produit en somme

C'était le but de John **Neper** (17^{ème} siècle) qui cherchait une **fonction** pour transformer des *suites géométriques (qui croissent trop vite)* en des *suites arithmétiques (qui croissent régulièrement)*, et il en a déduit la dérivée :

$$\boxed{(\ln (x))' = \frac{1}{x}}$$

Puis il a découvert que cette fonction **ln** avait comme fonction **réciproque** la fonction ...

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

transforme un produit en somme

C'était le but de John **Neper** (17^{ème} siècle) qui cherchait une **fonction** pour transformer des *suites géométriques (qui croissent trop vite)* en des *suites arithmétiques (qui croissent régulièrement)*, et il en a déduit la dérivée :

$$\boxed{(\ln (x))' = \frac{1}{x}}$$

Puis il a découvert que cette fonction **ln** avait comme fonction **réciproque** la fonction **e^x** (alors que nous avons progressé dans le ...).

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

transforme un produit en somme

C'était le but de John **Neper** (17^{ème} siècle) qui cherchait une **fonction** pour transformer des *suites géométriques (qui croissent trop vite)* en des *suites arithmétiques (qui croissent régulièrement)*, et il en a déduit la dérivée :

$$\boxed{(\ln (x))' = \frac{1}{x}}$$

Puis il a découvert que cette fonction **ln** avait comme fonction **réciproque** la fonction **e^x** (alors que nous avons progressé dans le *sens inverse*).

Cette fonction réciproque **e^x** a les propriétés *inverses* de celle de la fonction **ln** :

$$e^{c+d} = e^c \times e^d \quad \longleftrightarrow \quad \dots = \dots \times \dots$$

transforme ... en ...

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^a \times e^b) = \ln (e^a) + \ln (e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

transforme un produit en somme

C'était le but de John **Neper** (17^{ème} siècle) qui cherchait une **fonction** pour transformer des *suites géométriques (qui croissent trop vite)* en des *suites arithmétiques (qui croissent régulièrement)*, et il en a déduit la dérivée :

$$\boxed{(\ln (x))' = \frac{1}{x}}$$

Puis il a découvert que cette fonction **ln** avait comme fonction **réciproque** la fonction **e^x** (alors que nous avons progressé dans le *sens inverse*).

Cette fonction réciproque **e^x** a les propriétés *inverses* de celle de la fonction **ln** :

$$e^{c+d} = e^c \times e^d \quad \longleftrightarrow \quad \exp (c + d) = \exp (c) \times \exp (d)$$

transforme une somme en produit

Tableau des dérivées à compléter avec cette nouvelle fonction

fonction f dérivée f '

$$ax + b$$

$$a$$

$$x^n$$

$$n x^{n-1}$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{-1}{x^2}$$

$$\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\sin x$$

$$\cos x$$

$$\cos x$$

$$-\sin x$$

$$e^x$$

$$e^x$$

$$\ln(x)$$

$$\dots$$

$$k \times u$$

$$k (n^b), u \text{ et } v (fct)$$

$$k \times u'$$

$$u + v$$

$$u' + v'$$

$$u \times v$$

$$u' \times v + v' \times u$$

$$\frac{u}{v}$$

$$\frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$$

$$v(u)$$

$$v'(u) \times u'$$

Tableau des dérivées à compléter avec cette nouvelle fonction

fonction f dérivée f '

$$ax + b$$

$$a$$

$$x^n$$

$$n x^{n-1}$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{-1}{x^2}$$

$$\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{2 \sqrt{x}}$$

$$\sin x$$

$$\cos x$$

$$\cos x$$

$$- \sin x$$

$$e^x$$

$$e^x$$

$$\ln (x)$$

$$\frac{1}{x}$$

$$k \times u$$

$$k (n^b), u \text{ et } v (fct)$$

$$k \times u'$$

$$u + v$$

$$u' + v'$$

$$u \times v$$

$$u' \times v + v' \times u$$

$$\frac{u}{v}$$

$$\frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$$

$$v (u)$$

$$v' (u) \times u'$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^{\textcolor{red}{x}}) = \textcolor{red}{x} \quad \text{pour tous les } \textcolor{blue}{x} \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{\textcolor{red}{a} + \textcolor{red}{b}}) = \textcolor{red}{a} + \textcolor{red}{b} \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^{\textcolor{red}{a}} \times e^{\textcolor{red}{b}}) = \ln (e^{\textcolor{red}{a}}) + \ln (e^{\textcolor{red}{b}})$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

*transforme un **produit** en **somme***

n est un entier $a > 0$

$$\ln (a^{\textcolor{red}{n}}) = \dots$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln (e^{\textcolor{red}{x}}) = \textcolor{red}{x} \quad \text{pour tous les } \textcolor{blue}{x} \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln (e^{\textcolor{red}{a}+\textcolor{red}{b}}) = \textcolor{red}{a} + \textcolor{red}{b} \quad \longleftrightarrow \quad \ln (e^{\textcolor{red}{a}} \times e^{\textcolor{red}{b}}) = \ln (e^{\textcolor{red}{a}}) + \ln (e^{\textcolor{red}{b}})$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)}$$

*transforme un **produit** en **somme***

n est un entier $a > 0$

$$\ln (a^{\textcolor{red}{n}}) = \ln (a \times a \times \dots \times a) = \dots$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)}$$

transforme un produit en somme

n est un entier $a > 0$

$$\ln(a^n) = \ln(a \times a \times \dots \times a) = \ln(a) + \ln(a) + \dots + \ln(a) = \dots$$

Intérêt du $\ln$: permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)$$

transforme un produit en somme

n est un entier $a > 0$

$$\ln(a^n) = \ln(a \times a \times \dots \times a) = \ln(a) + \ln(a) + \dots + \ln(a) = n \ln(a)$$

Intérêt du $\ln$: permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)}$$

transforme un produit en somme

n est un entier $a > 0$

$$\ln(a^n) = \ln(a \times a \times \dots \times a) = \ln(a) + \ln(a) + \dots + \ln(a) = n \ln(a)$$

généralisation pour n réel et $a > 0$

$$\boxed{\ln(a^n) = n \ln(a)}$$

cas général de

$$\boxed{\ln(e^x) = x}$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)}$$

transforme un *produit* en *somme*

n est un entier $a > 0$

$$\ln(a^n) = \ln(a \times a \times \dots \times a) = \ln(a) + \ln(a) + \dots + \ln(a) = n \ln(a)$$

généralisation pour n réel et $a > 0$

$$\boxed{\ln(a^n) = n \ln(a)}$$

cas général de

$$\boxed{\ln(e^x) = x}$$

$$\ln(e^x) = x \ln(e) = x \ln(e^1) = x \times 1 = x$$

Intérêt du **ln** : permet de *descendre* l'inconnue lorsqu'elle est dans l'exposant.

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tous les } x \text{ de } \mathbb{R}$$

$$\ln(e^{a+b}) = a + b \quad \longleftrightarrow \quad \ln(e^a \times e^b) = \ln(e^a) + \ln(e^b)$$

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\ln(A \times B) = \ln(A) + \ln(B)}$$

transforme un produit en somme

n est un entier $a > 0$

$$\ln(a^n) = \ln(a \times a \times \dots \times a) = \ln(a) + \ln(a) + \dots + \ln(a) = n \ln(a)$$

généralisation pour n réel et $a > 0$

$$\boxed{\ln(a^n) = n \ln(a)}$$

cas général de

$$\boxed{\ln(e^x) = x}$$

Exercice 1 : La puissance du signal (en W) dans une fibre optique selon la distance x (en m) de l'émetteur est $f(x) = 3 \times 2^{-0,3x}$

A partir de quelle distance aura-t-on une puissance diminuée d'au moins 80% ?

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre ...

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$\Leftrightarrow 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6$

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\iff 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \iff \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

toujours vrai ?

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\iff 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \iff \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

antécédents;

images;

toujours vrai ?

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\iff 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \iff \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

antécédents;

$$a < b$$

images;

$$f(a) < f(b)$$

toujours vrai ?

?

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\iff 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \iff \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

antécédents;

$$a < b$$

images;

$$f(a) < f(b)$$

$$f(a) > f(b)$$

toujours vrai ?

si f est strictement **croissante**

si f est strictement **décroissante**

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\iff 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \iff \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

antécédents *images*

car la fonction $\ln$ est strictement *croissante* sur $] 0 ; + \infty [$

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\begin{array}{ccc} \longleftrightarrow & 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 & \longleftrightarrow \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \\ \text{antécédents} & & \text{images} \end{array}$$

car la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$$\longleftrightarrow \ln (3) + \ln (2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \quad \text{car} \quad \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\begin{array}{ccc} \longleftrightarrow & 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 & \longleftrightarrow \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \\ \text{antécédents} & & \text{images} \end{array}$$

car la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$$\longleftrightarrow \ln (3) + \ln (2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

$$\longleftrightarrow \ln (3) + (-0,3x) \ln (2) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (a^n) = n \ln (a)$$

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\begin{matrix} \longleftrightarrow & 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 & \longleftrightarrow & \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \\ & \text{antécédents} & & \text{images} \end{matrix}$$

car la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$$\longleftrightarrow \ln (3) + \ln (2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

$$\longleftrightarrow \ln (3) + (- 0,3x) \ln (2) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (a^n) = n \ln (a)$$

$$\longleftrightarrow - 0,3x \ln (2) < \ln (0,6) - \ln (3)$$

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\Leftrightarrow \underset{\text{antécédents}}{3 \times 2^{-0,3x}} < 0,6 \Leftrightarrow \underset{\text{images}}{\ln (3 \times 2^{-0,3x})} < \ln (0,6)$$

car la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$$\Leftrightarrow \ln (3) + \ln (2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

$$\Leftrightarrow \ln (3) + (- 0,3x) \ln (2) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (a^n) = n \ln (a)$$

$$\Leftrightarrow - 0,3x \ln (2) < \ln (0,6) - \ln (3)$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{\ln (0,6) - \ln (3)}{- 0,3 \ln (2)}$$

Pas d'erreur ?

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\Leftrightarrow 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \Leftrightarrow \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

antécédents *images*

car la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$$\Leftrightarrow \ln (3) + \ln (2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

$$\Leftrightarrow \ln (3) + (-0,3x) \ln (2) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (a^n) = n \ln (a)$$

$$\Leftrightarrow -0,3x \ln (2) < \ln (0,6) - \ln (3)$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{\ln (0,6) - \ln (3)}{-0,3 \ln (2)}$$

Division par $-0,3 \ln (2)$

Division par un positif ?

$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\iff 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \iff \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

antécédents *images*

car la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$

$$\iff \ln (3) + \ln (2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

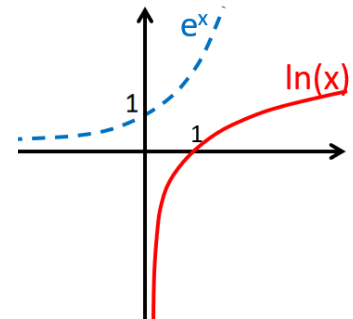
$$\iff \ln (3) + (-0,3x) \ln (2) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (a^n) = n \ln (a)$$

$$\iff -0,3x \ln (2) < \ln (0,6) - \ln (3)$$

$$\iff x > \frac{\ln (0,6) - \ln (3)}{-0,3 \ln (2)}$$

$$2 > 1 \implies \ln(2) > 0$$

$$-0,3 < 0 \implies \text{division par un négatif}$$



$$\ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

pour n réel et $a > 0$

transforme un *produit* en *somme*

$$\ln (a^n) = n \ln (a)$$

Exercice 1 : $f(0) = 3 \times 2^{-0,3x} = 3 \times 2^{-0,3(0)} = 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3 \text{ Watt}$

On doit résoudre $f(x) < 3 - 80\%(3) = 3 - 2,4 = 0,6 \text{ Watt}$

$$\iff 3 \times 2^{-0,3x} < 0,6 \iff \ln (3 \times 2^{-0,3x}) < \ln (0,6)$$

antécédents *images*

car la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $] 0 ; + \infty [$

$$\iff \ln (3) + \ln (2^{-0,3x}) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (A \times B) = \ln (A) + \ln (B)$$

$$\iff \ln (3) + (-0,3x) \ln (2) < \ln (0,6) \quad \text{car } \ln (a^n) = n \ln (a)$$

$$\iff -0,3x \ln (2) < \ln (0,6) - \ln (3)$$

$$\iff x > \frac{\ln (0,6) - \ln (3)}{-0,3 \ln (2)}$$

valeur exacte

valeur approchée $\approx 7,739760316...$

➡ Réponse :

plus de 80% de perdu
à partir de $\approx 7,739760316...$ (m)

Limites et croissances comparées :

Exemple : $f(x) = 2x^2 + 3 - \ln(4 + 5x^2)$ définie sur $\mathbb{R}$

$$x \rightarrow +\infty \quad 2x^2 + 3 \rightarrow \dots$$

$$4 + 5x^2 \rightarrow \dots \quad \longrightarrow \quad \ln(4 + 5x^2) \rightarrow \dots$$

$$\longrightarrow \quad f(x) \rightarrow \dots$$

Limites et croissances comparées :

Exemple : $f(x) = 2x^2 + 3 - \ln(4 + 5x^2)$ définie sur $\mathbb{R}$

$$x \rightarrow +\infty \quad 2x^2 + 3 \rightarrow +\infty$$

$$4 + 5x^2 \rightarrow +\infty \quad \Rightarrow \quad \ln(4 + 5x^2) \rightarrow +\infty$$

$$\Rightarrow \quad f(x) \rightarrow \text{indéterminée}$$

Limites et croissances comparées :

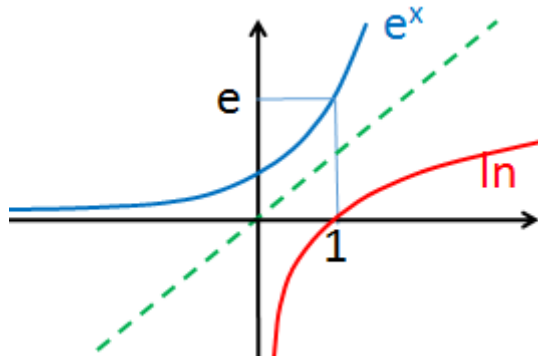
Exemple : $f(x) = 2x^2 + 3 - \ln(4 + 5x^2)$ définie sur $\mathbb{R}$

$$x \rightarrow +\infty \quad 2x^2 + 3 \rightarrow +\infty$$

$$4 + 5x^2 \rightarrow +\infty \quad \Rightarrow \quad \ln(4 + 5x^2) \rightarrow +\infty$$

$$\Rightarrow f(x) \rightarrow \text{indéterminée}$$

Par croissances comparées les fonctions **polynômes** croissent toujours plus vite que les fonctions **logarithme**.



$$\Rightarrow f(x) \rightarrow \dots$$

Limites et croissances comparées :

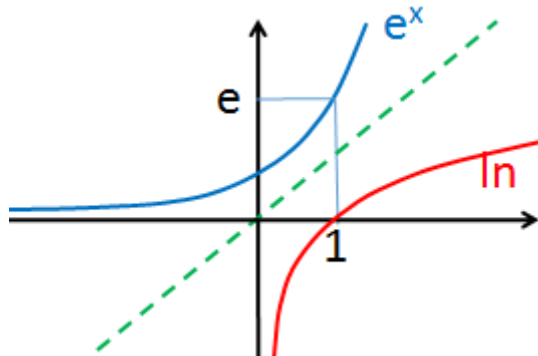
Exemple : $f(x) = 2x^2 + 3 - \ln(4 + 5x^2)$ définie sur $\mathbb{R}$

$$x \rightarrow +\infty \quad 2x^2 + 3 \rightarrow +\infty$$

$$4 + 5x^2 \rightarrow +\infty \quad \Rightarrow \quad \ln(4 + 5x^2) \rightarrow +\infty$$

$$\Rightarrow f(x) \rightarrow \text{indéterminée}$$

Par croissances comparées les fonctions polynômes croissent toujours plus vite que les fonctions logarithme.



$$\Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$$

Exercice : déterminez les limites de f

$$f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{5x^2 + 4} \quad \text{définie sur} \quad D_f = \mathbb{R}$$

Exercice : déterminez les limites de f

$$f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{5x^2 + 4} \quad \text{définie sur} \quad D_f = \mathbb{R}$$

$\mathbb{R} =] - \infty ; + \infty [$  on doit déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$

Exercice : déterminez les limites de f

$$f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{5x^2 + 4} \quad \text{définie sur} \quad D_f = \mathbb{R}$$

$\mathbb{R} =] - \infty ; + \infty [$ $\Rightarrow$ on doit déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$

$f(-x) = f(x)$ pour tous les x de D_f $\Rightarrow$ la fonction f est paire

$\Rightarrow$ les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ sont identiques

Exercice : déterminez les limites de f

$$f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{5x^2 + 4} \quad \text{définie sur} \quad D_f = \mathbb{R}$$

$\mathbb{R} =] - \infty ; + \infty [$ $\Rightarrow$ on doit déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$

$f(-x) = f(x)$ pour tous les x de D_f $\Rightarrow$ la fonction f est paire

$\Rightarrow$ les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ sont identiques

$$x \rightarrow +\infty \quad 5x^2 + 4 \rightarrow +\infty$$

$$1 + x^2 \rightarrow +\infty \Rightarrow \ln(1 + x^2) \rightarrow +\infty$$

$$\Rightarrow f(x) \rightarrow \text{indéterminée}$$

Exercice : déterminez les limites de f

$$f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{5x^2 + 4} \quad \text{définie sur} \quad D_f = \mathbb{R}$$

$\mathbb{R} =] - \infty ; + \infty [\rightarrow$ on doit déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$

$f(-x) = f(x)$ pour tous les x de $D_f \rightarrow$ la fonction f est paire

$\rightarrow$ les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ sont identiques

$$\begin{aligned} x \rightarrow +\infty \quad 5x^2 + 4 &\rightarrow +\infty \\ 1 + x^2 &\rightarrow +\infty \rightarrow \ln(1 + x^2) \rightarrow +\infty \\ &\rightarrow f(x) \rightarrow \text{indéterminée} \end{aligned}$$

Par **croissances comparées** les fonctions **polynômes** croissent toujours plus vite que les fonctions **logarithme**.

$$\rightarrow f(x) \rightarrow 0$$

Exercice : déterminez les limites de f

$$f(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{5x^2 + 4} \quad \text{définie sur} \quad D_f = \mathbb{R}$$

$\mathbb{R} =] - \infty ; + \infty [$ $\Rightarrow$ on doit déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$

$f(-x) = f(x)$ pour tous les x de D_f $\Rightarrow$ la fonction f est paire

$\Rightarrow$ les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ sont identiques

$$\begin{aligned} x \rightarrow +\infty \quad 5x^2 + 4 &\rightarrow +\infty \\ 1 + x^2 &\rightarrow +\infty \Rightarrow \ln(1 + x^2) \rightarrow +\infty \\ &\Rightarrow f(x) \rightarrow \text{indéterminée} \end{aligned}$$

Par **croissances comparées** les fonctions **polynômes** croissent toujours plus vite que les fonctions **logarithme**.

$$5x^2 + 4 \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{1}{5x^2 + 4} \rightarrow 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow 0$$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$
nous n'avions pas ...

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \dots$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = \dots$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

Si a dans $] 0 ; +\infty [$ $(a^x)' = (e^{\ln(a)x})'$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

Si a dans $] 0 ; +\infty [$ $(a^x)' = ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})'$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

Si a dans $] 0 ; +\infty [$ $(a^x)' = ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)'$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

Si a dans $] 0 ; +\infty [$ $(a^x)' = ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u'$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

$$\begin{aligned} \text{Si } a \text{ dans }] 0 ; +\infty [\quad (a^x)' &= ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u' \\ &= e^{x \ln(a)} \times (x \ln(a))' \end{aligned}$$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

$$\begin{aligned} \text{Si } a \text{ dans }] 0 ; +\infty [\quad (a^x)' &= ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u' \\ &= e^{x \ln(a)} \times (x \ln(a))' = e^{x \ln(a)} \times \ln(a) \end{aligned}$$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

$$\begin{aligned} \text{Si } a \text{ dans }] 0 ; +\infty [\quad (a^x)' &= ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u' \\ &= e^{x \ln(a)} \times (x \ln(a))' = e^{x \ln(a)} \times \ln(a) = \ln(a) \times a^x \end{aligned}$$

Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

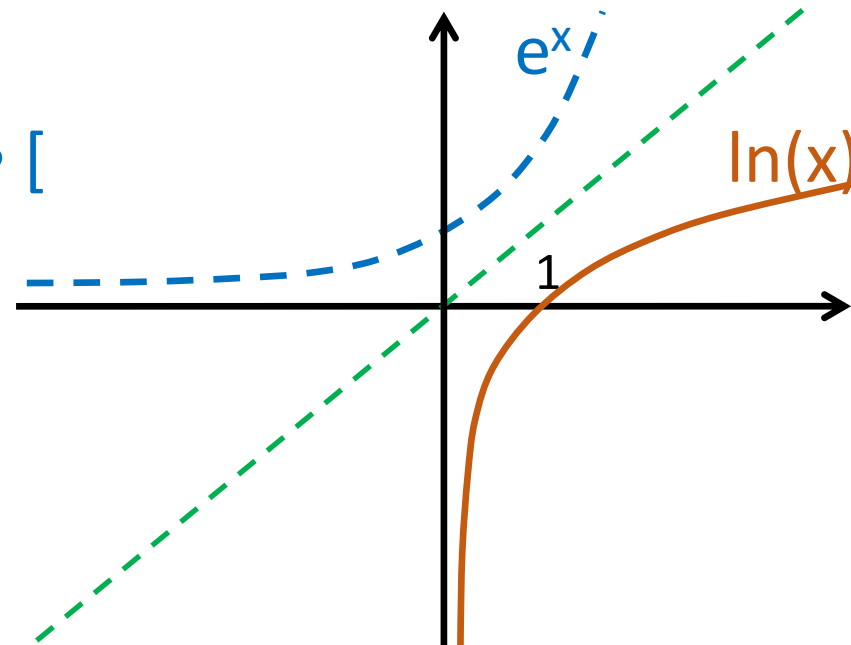
$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

$$\begin{aligned} \text{Si } a \text{ dans }] 0 ; +\infty [\quad (a^x)' &= ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u' \\ &= e^{x \ln(a)} \times (x \ln(a))' = e^{x \ln(a)} \times \ln(a) = \ln(a) \times a^x \end{aligned}$$

$a > 0 \Rightarrow a^x > 0$ pour tous les x de $] -\infty ; +\infty [$

$\Rightarrow (a^x)'$ est du signe de $\ln(a)$



Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

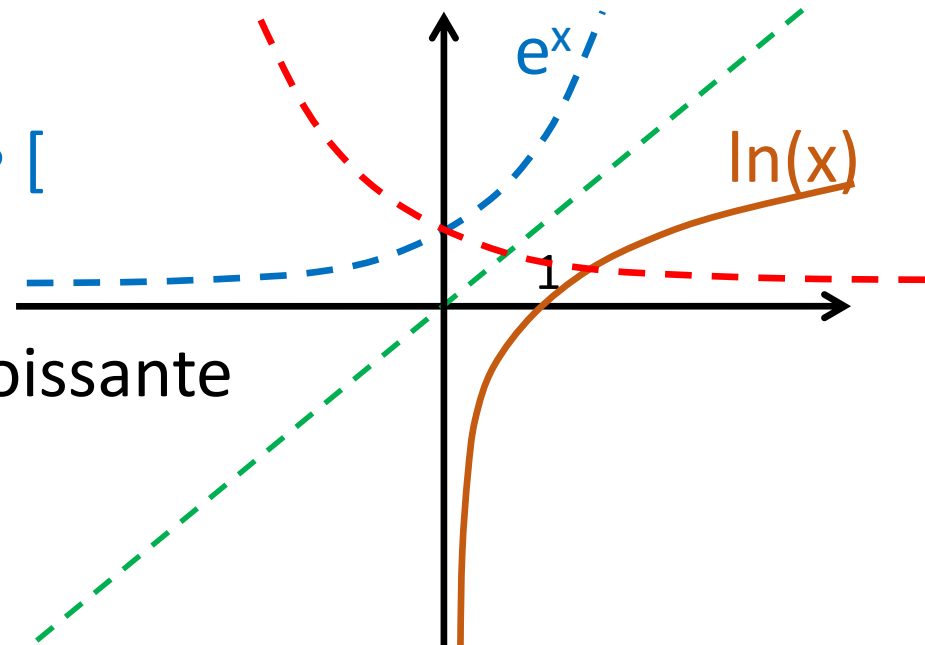
$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

$$\begin{aligned} \text{Si } a \text{ dans }] 0 ; +\infty [\quad (a^x)' &= ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u' \\ &= e^{x \ln(a)} \times (x \ln(a))' = e^{x \ln(a)} \times \ln(a) = \ln(a) \times a^x \end{aligned}$$

$a > 0 \Rightarrow a^x > 0$ pour tous les x de $] -\infty ; +\infty [$

$\Rightarrow (a^x)'$ est du signe de $\ln(a)$

$0 < a < 1 \Rightarrow \ln(a) < 0 \Rightarrow$ la fct a^x est str. décroissante



Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

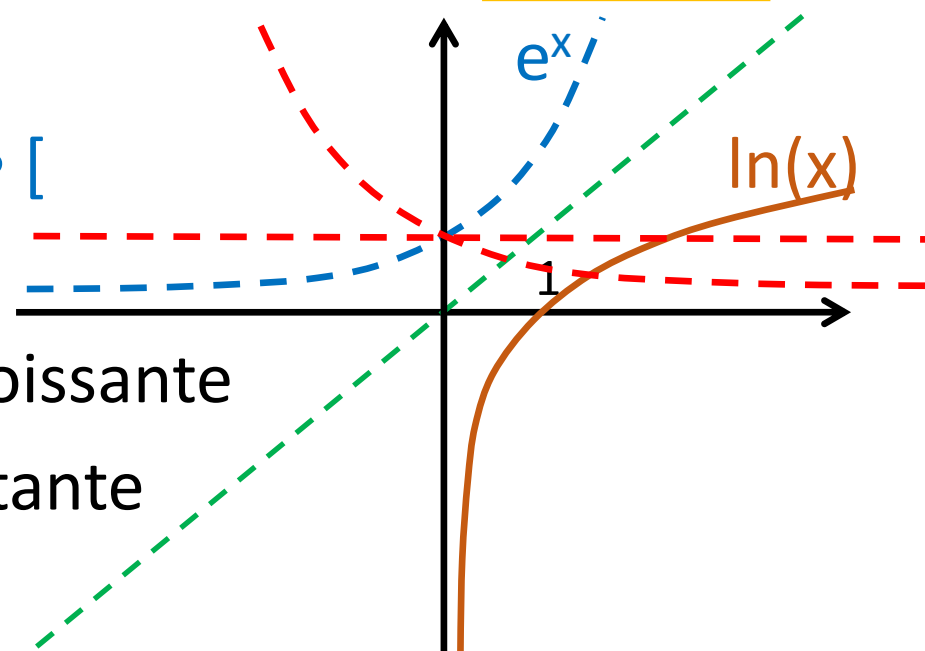
$$\begin{aligned} \text{Si } a \text{ dans }] 0 ; +\infty [\quad (a^x)' &= ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u' \\ &= e^{x \ln(a)} \times (x \ln(a))' = e^{x \ln(a)} \times \ln(a) = \ln(a) \times a^x \end{aligned}$$

$a > 0 \Rightarrow a^x > 0$ pour tous les x de $] -\infty ; +\infty [$

$\Rightarrow (a^x)'$ est du signe de $\ln(a)$

$0 < a < 1 \Rightarrow \ln(a) < 0 \Rightarrow$ la fct a^x est str. décroissante

$a = 1 \Rightarrow \ln(a) = 0 \Rightarrow$ la fct $1^x = 1$ est constante



Remarque :

Dans le chapitre Fonctions de type exponentielles a^x $a > 0$

nous n'avions pas la dérivée $(a^x)' = \dots ?$

$a = \ln(e^a)$ si a dans $] -\infty ; +\infty [$

$a = e^{\ln(a)}$ si a dans $] 0 ; +\infty [$

Si a dans $] 0 ; +\infty [$

$$\begin{aligned} (a^x)' &= ((e^{\ln(a)})^x)' = (e^{x \ln(a)})' = (e^u)' = e^u \times u' \\ &= e^{x \ln(a)} \times (x \ln(a))' = e^{x \ln(a)} \times \ln(a) = \ln(a) \times a^x \end{aligned}$$

$a > 0 \Rightarrow a^x > 0$ pour tous les x de $] -\infty ; +\infty [$

$\Rightarrow (a^x)'$ est du signe de $\ln(a)$

$$0 < a < 1$$

$$\Rightarrow \ln(a) < 0$$

$\Rightarrow$ la fct a^x est str. décroissante

$$a = 1$$

$$\Rightarrow \ln(a) = 0$$

$\Rightarrow$ la fct $1^x = 1$ est constante

$$a > 1$$

$$\Rightarrow \ln(a) > 0$$

$\Rightarrow$ la fct a^x est str. croissante

