Chap. 5 (2ème chap. de Spécialité) La fct exponentielle

I Introduction

Chap. 5 (2ème chap. de Spécialité) La fct exponentielle

I Introduction

Parmi toutes les fonctions exponentielles a^x de base a

du chapitre précédent

on cherche à identifier la fct exponentielle

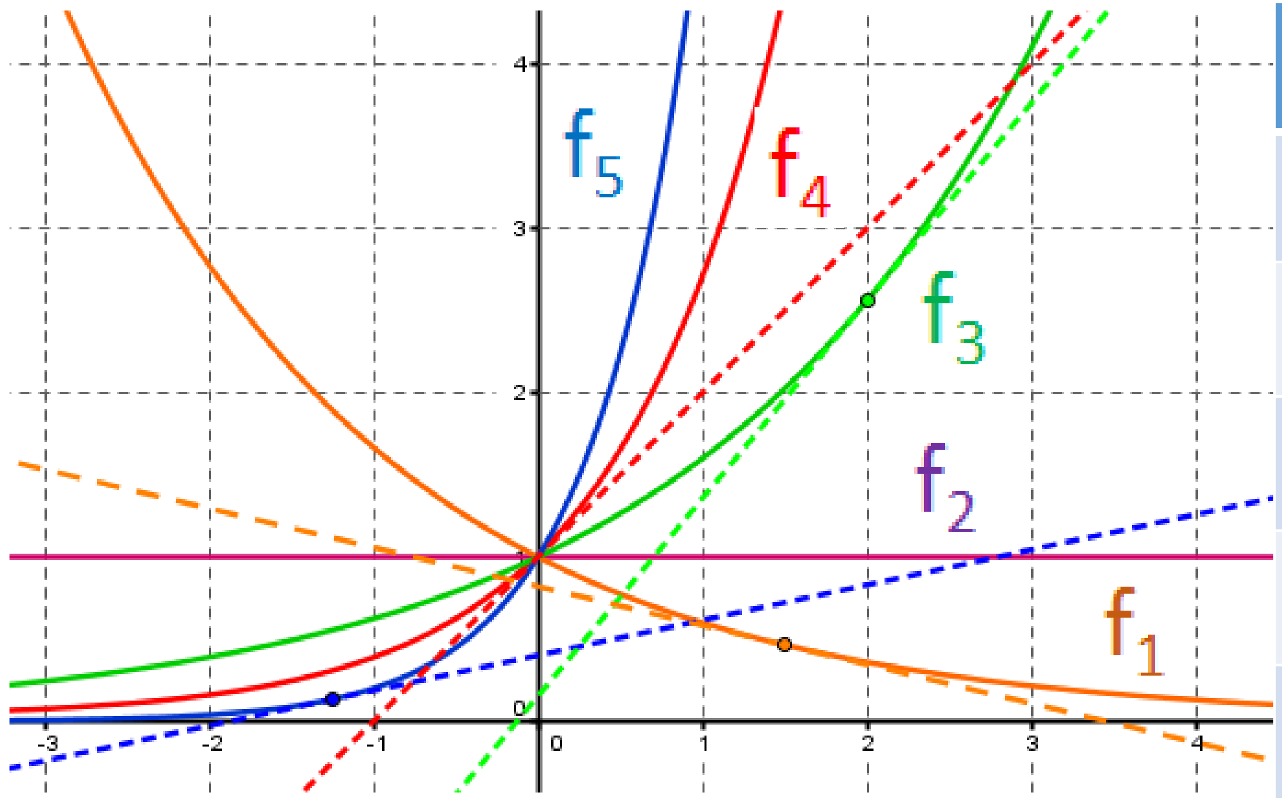
qui est la seule à posséder une propriété.

Chap. 5 (2ème chap. de Spécialité) La fct exponentielle

I Introduction

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles **a^x**

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.



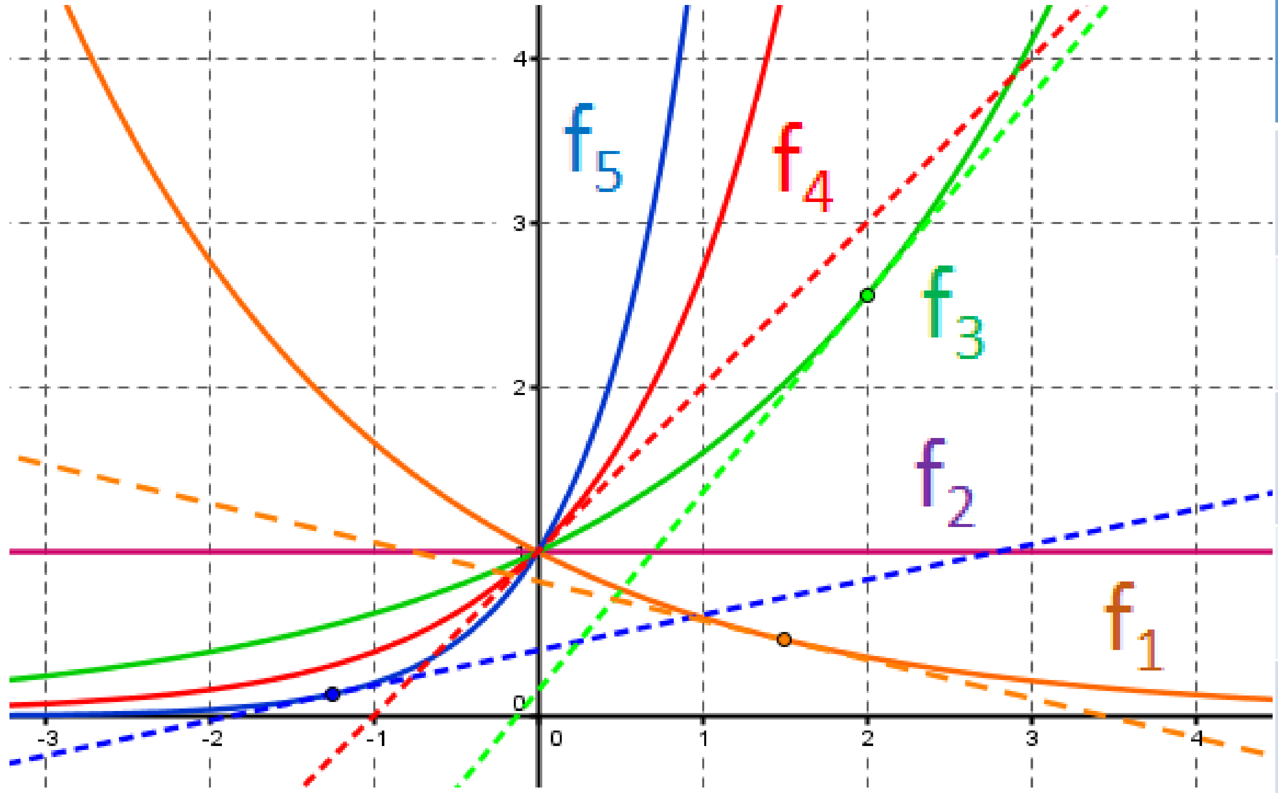
Complétez le tableau :

	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1					f '(b)	f(b)
f_2					f '(b)	f(b)
f_3					f '(b)	f(b)
f_4					f '(b)	f(b)
f_5					f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

$f(1) = a^1 = a$

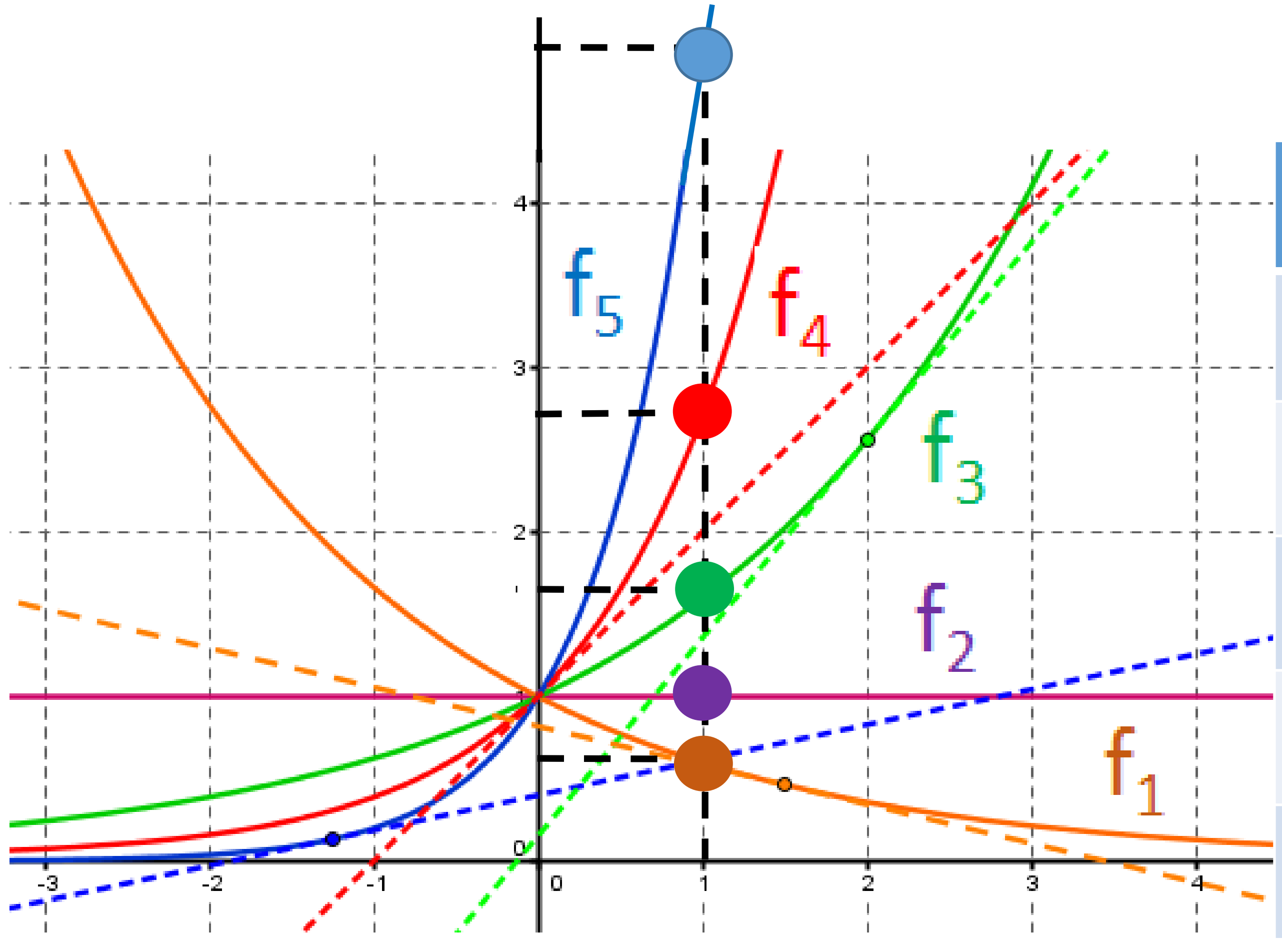


	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1					f '(b)	f(b)
f_2					f '(b)	f(b)
f_3					f '(b)	f(b)
f_4					f '(b)	f(b)
f_5					f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

$f(1) = a^1 = a$



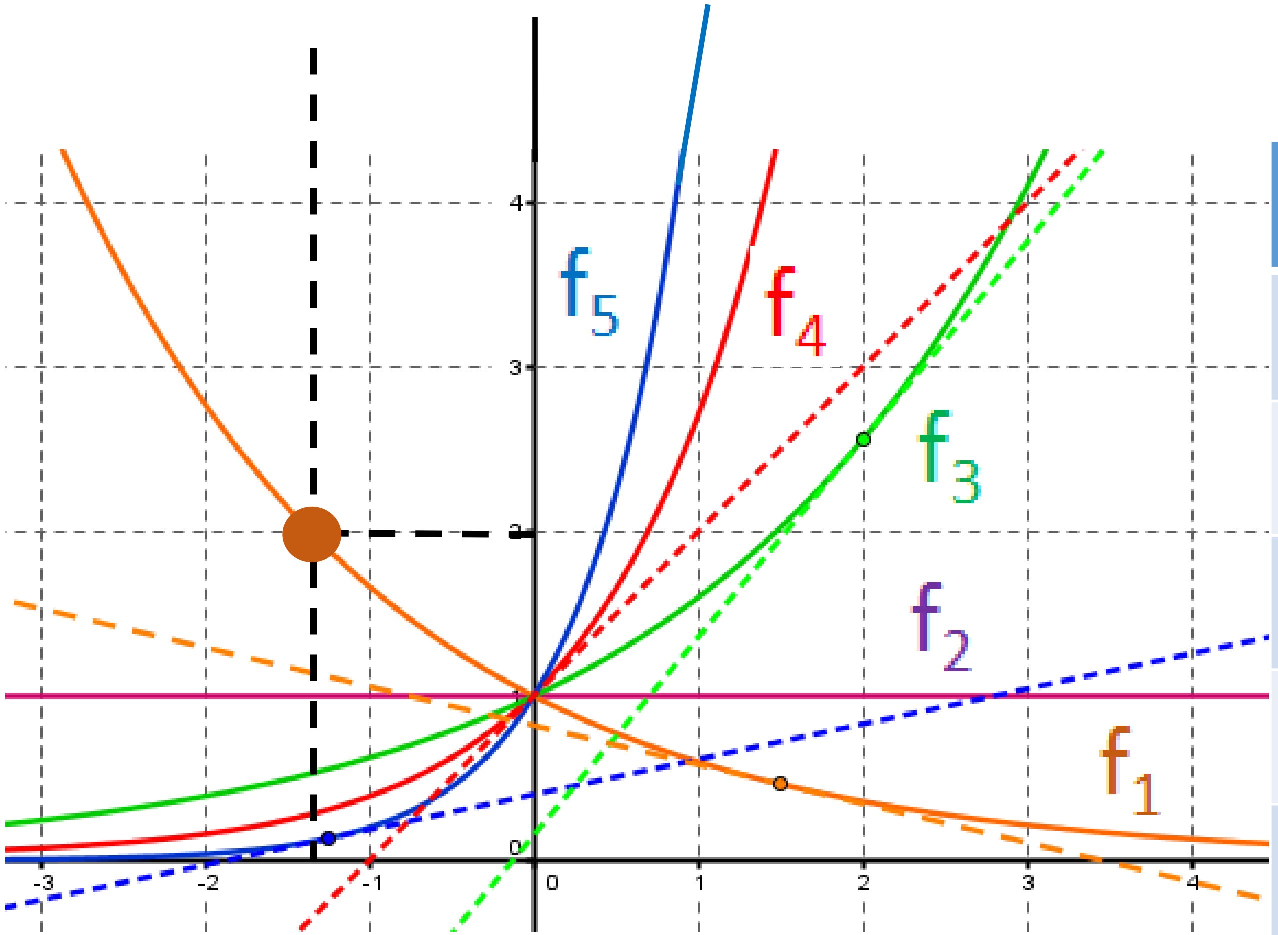
	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6				f '(b)	f(b)
f_2	1				f '(b)	f(b)
f_3	1,6				f '(b)	f(b)
f_4	2,7				f '(b)	f(b)
f_5	5				f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

Autre possibilité (qui nécessite une étape supplémentaire) :

$f(-1{,}4) = a^{-1{,}4} \approx 2$ ⇒ $a \approx ...$



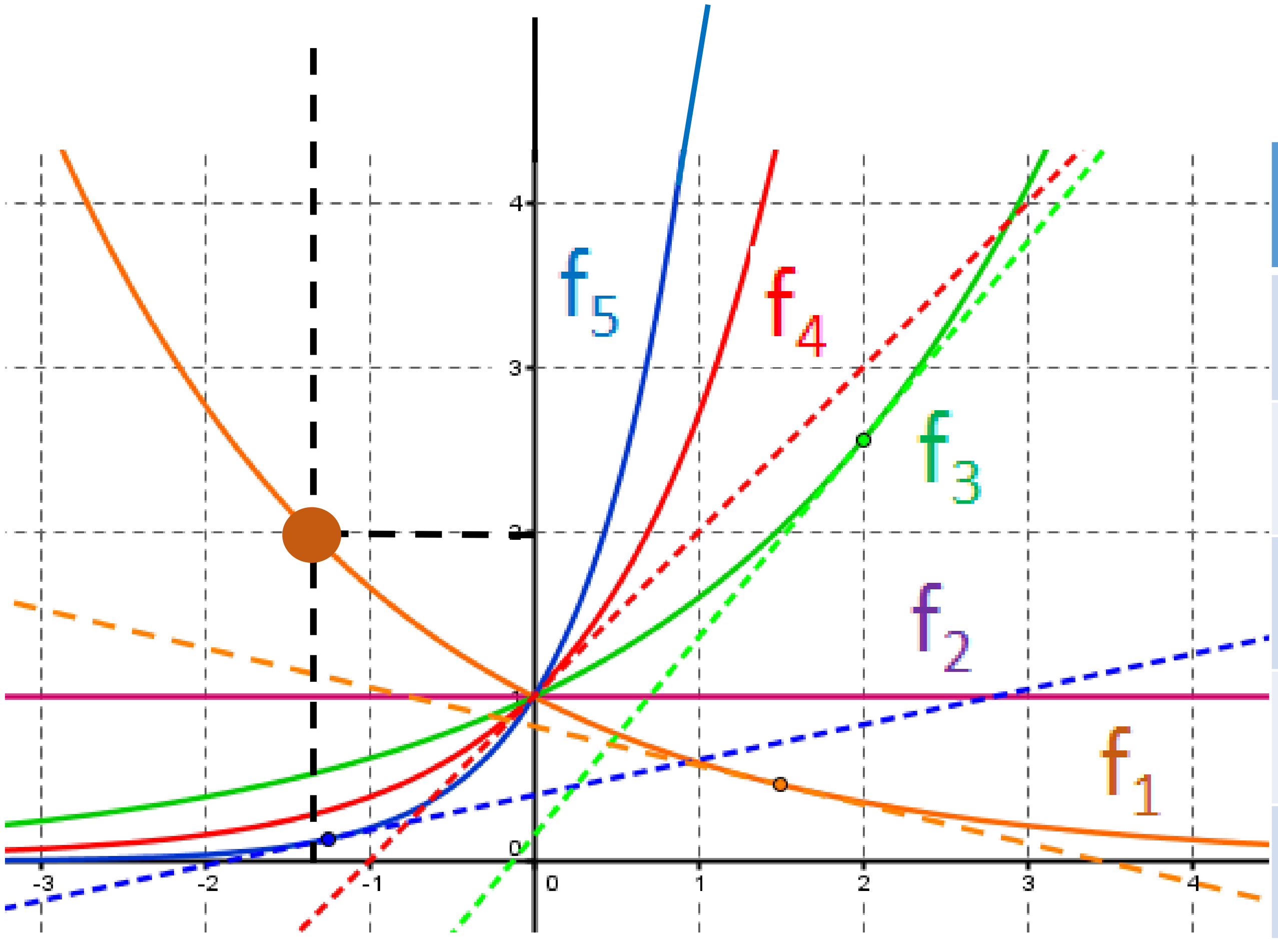
	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1					f '(b)	f(b)
f_2					f '(b)	f(b)
f_3					f '(b)	f(b)
f_4					f '(b)	f(b)
f_5					f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

Autre possibilité (qui nécessite une étape supplémentaire) :

$f(-1{,}4) = a^{-1{,}4} \approx 2$ ⇒ $a \approx 2^{1/(-1{,}4)} \approx 0{,}60$

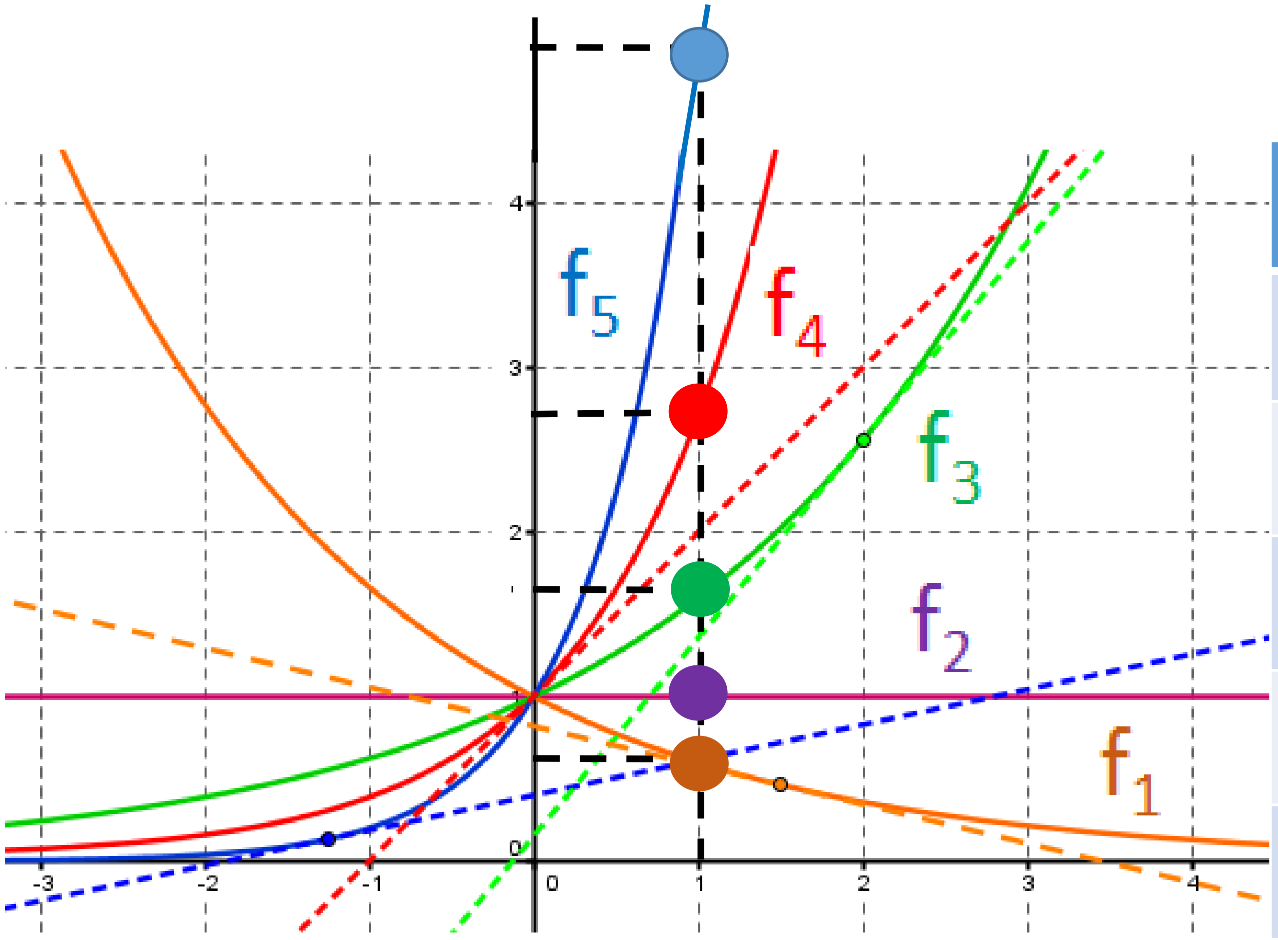


	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6				f '(b)	f(b)
f_2					f '(b)	f(b)
f_3					f '(b)	f(b)
f_4					f '(b)	f(b)
f_5					f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

$f(1) = a^1 = a$

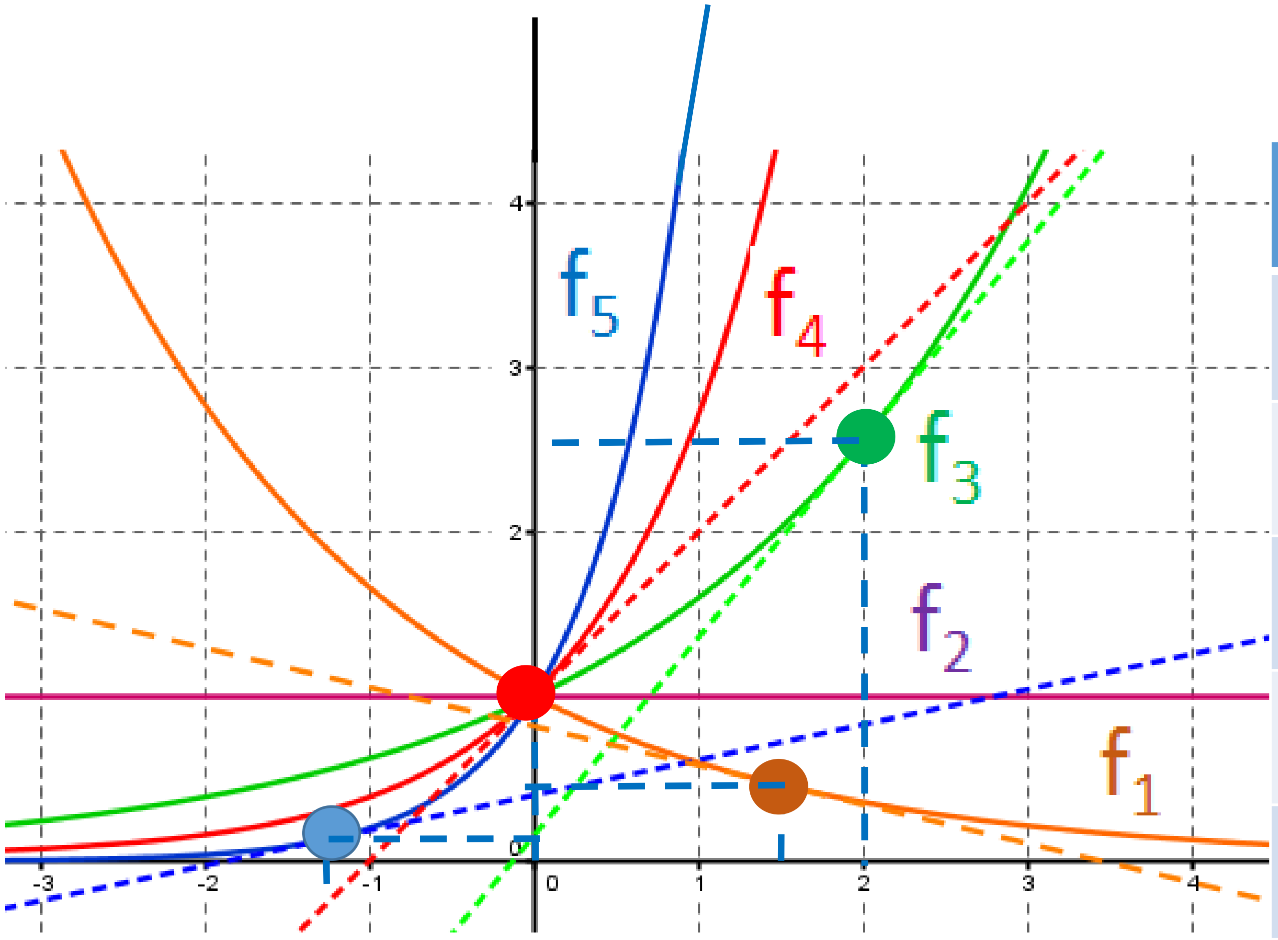


	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6				f '(b)	f(b)
f_2	1				f '(b)	f(b)
f_3	1,6				f '(b)	f(b)
f_4	2,7				f '(b)	f(b)
f_5	5				f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des **tangentes en des points d'abscisse b.**

f(b) = le y du point d'abscisse b



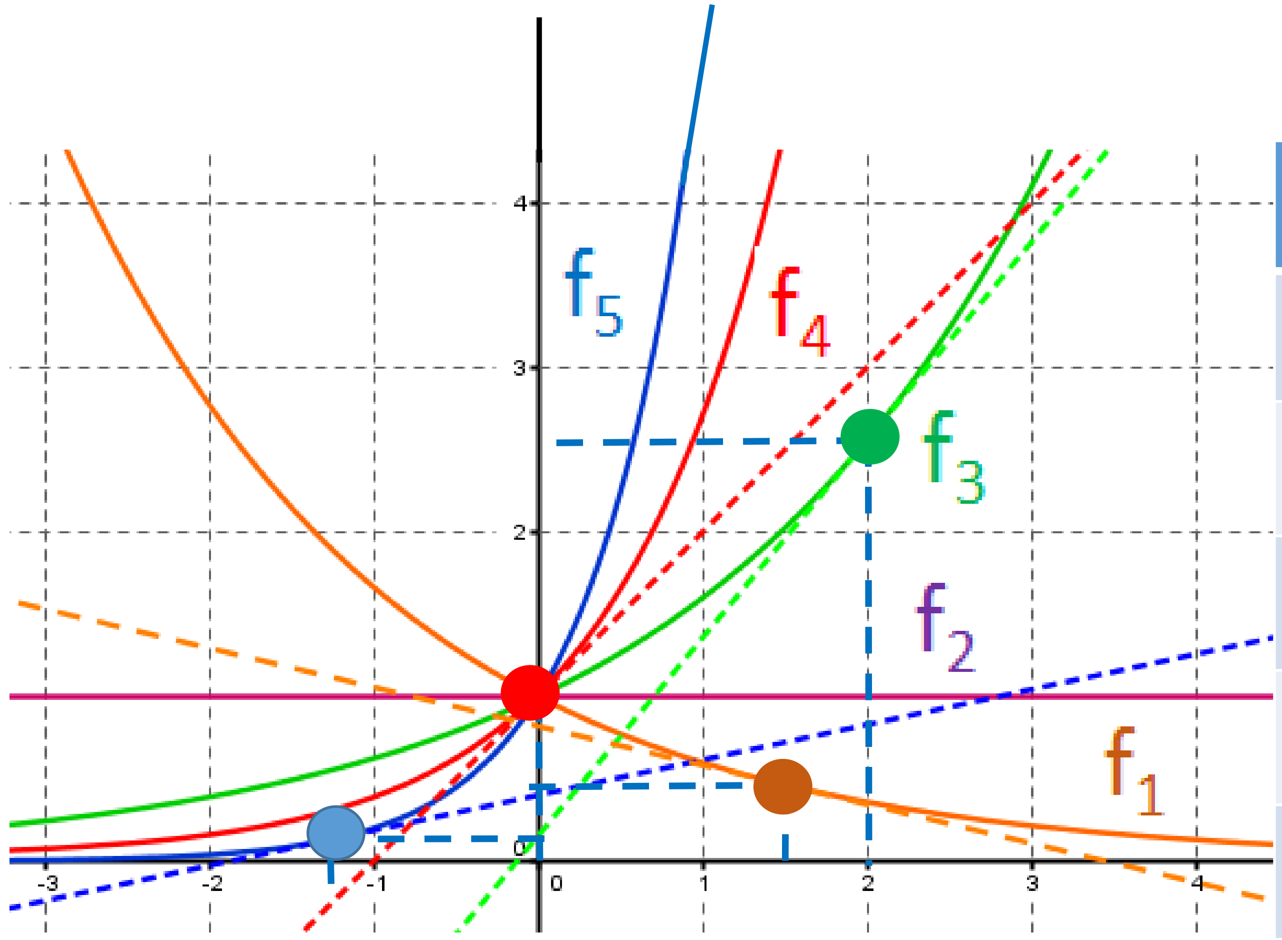
	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5			f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel			f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2			f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0			f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3			f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles **a^x**

ainsi que des **tangentes en des points d'abscisse b.**

f(b) = le y du point d'abscisse b

Autre méthode : f(b) = a^b Exemple pour f_1 : $0,6^{1,5} \approx 0,48$



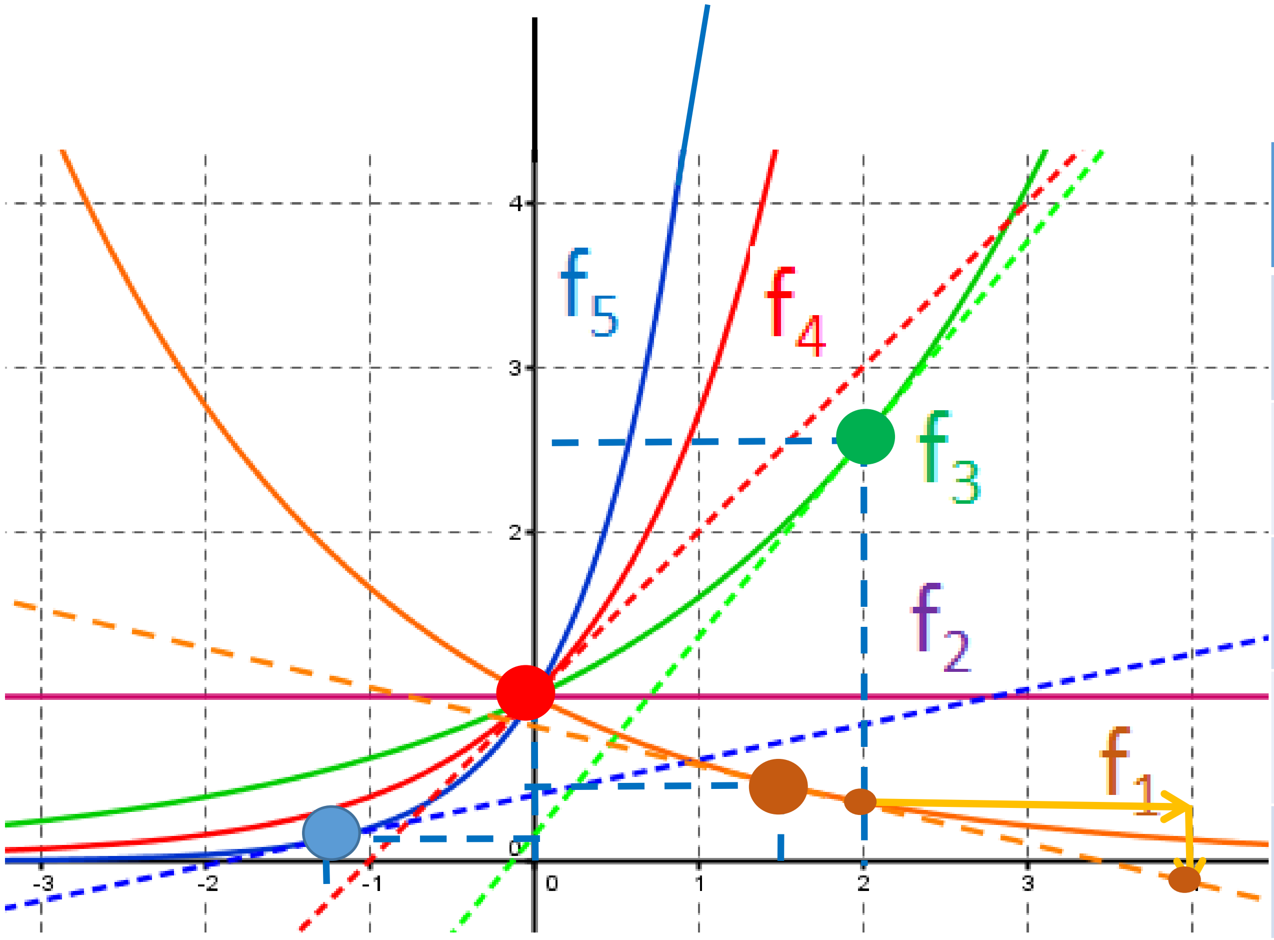
	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5		f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1		f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6		f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1		f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1		f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On ne connait pas $(a^x)'$ f '(b) = coeff. directeur de la tangente = $(y_B - y_A) / (x_B - x_A)$

pour f_1 : f '(b) ≈ …



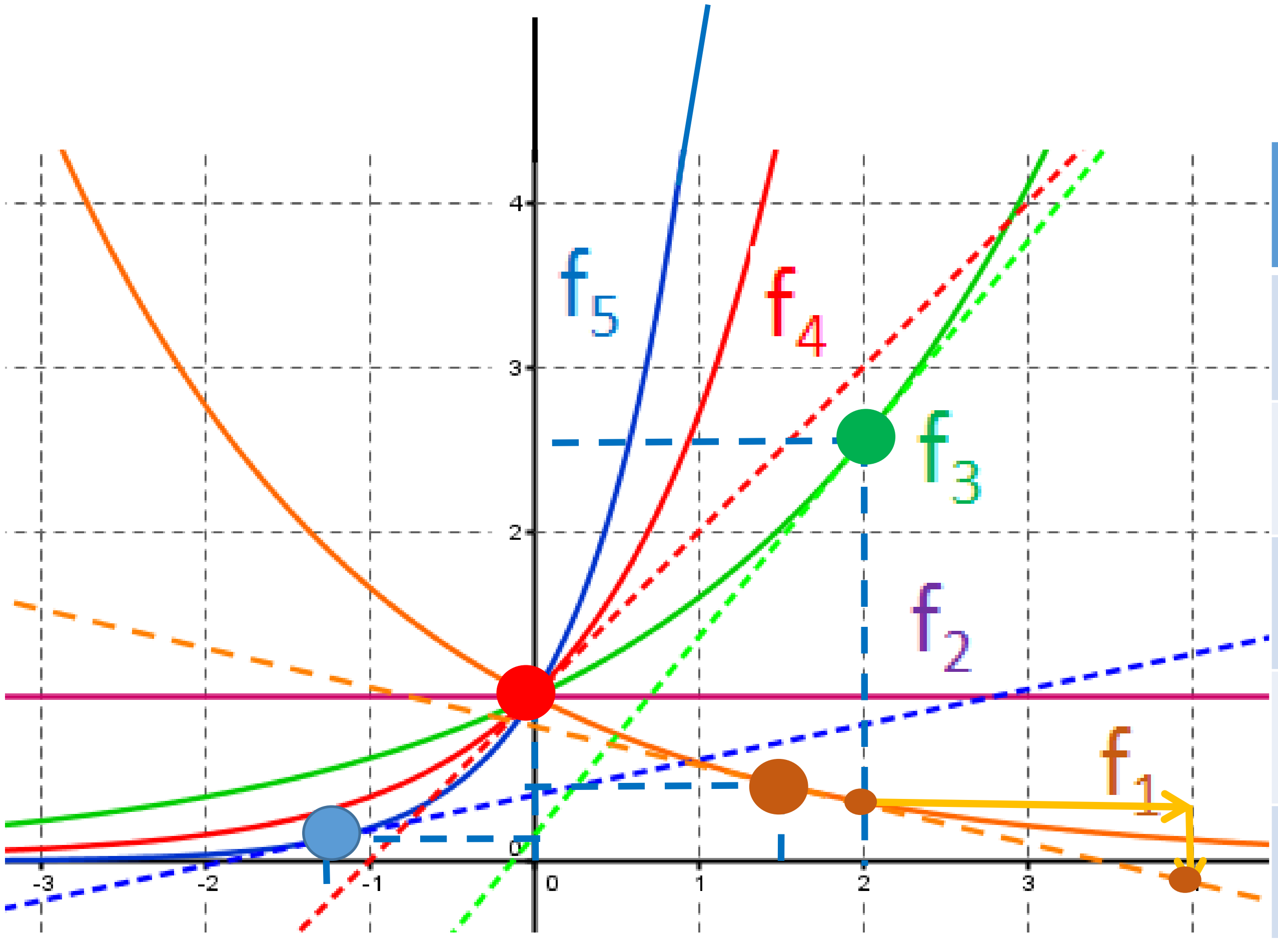
	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1		f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6		f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1		f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1		f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On ne connait pas $(a^x)'$ f '(b) = coeff. directeur de la tangente en b = $\Delta y / \Delta x$

pour f_1 : f '(b) ≈ …



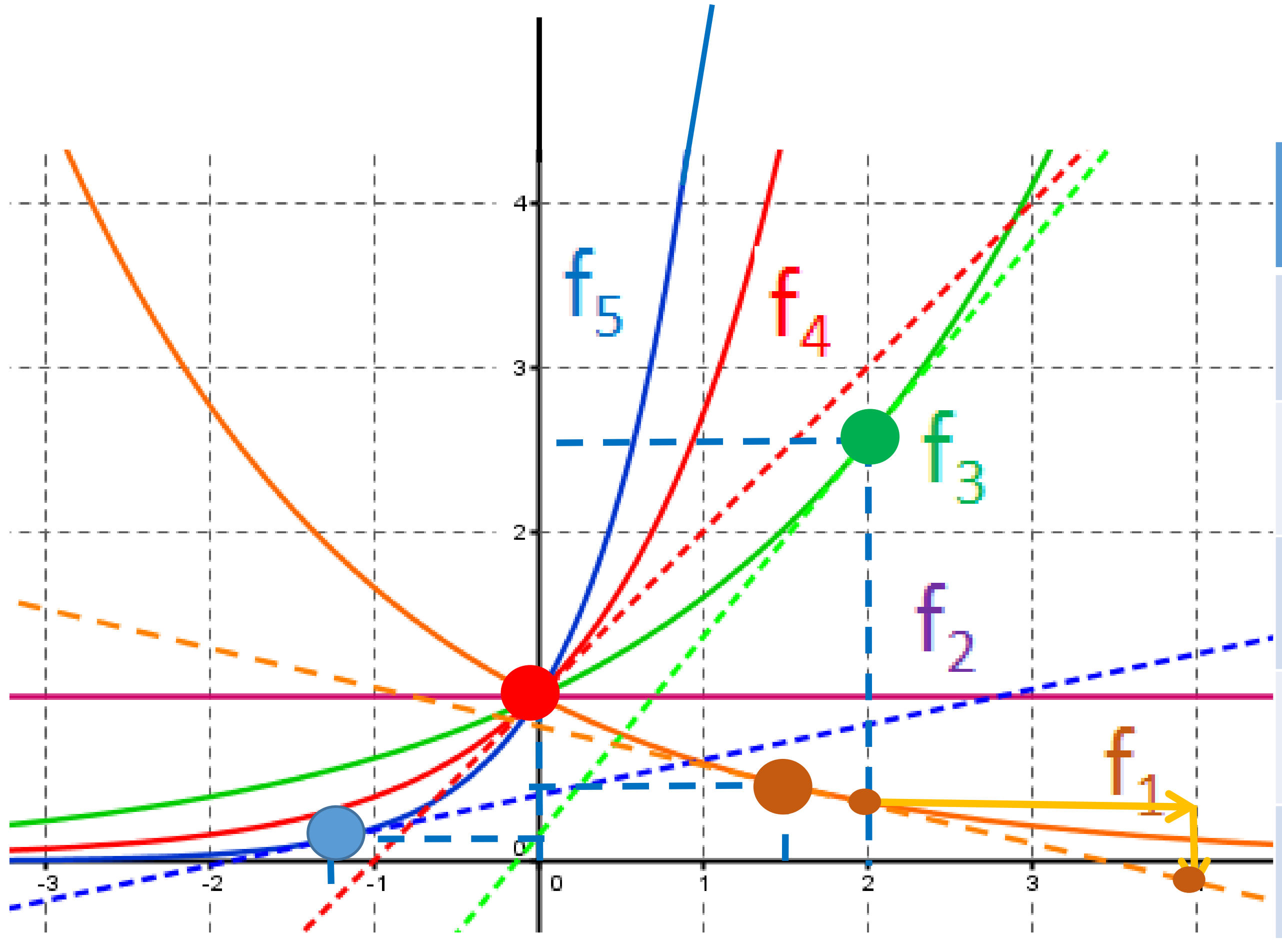
	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1		f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6		f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1		f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1		f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On ne connait pas $(a^x)'$ f '(b) = coeff. directeur de la tangente en b = $\Delta y / \Delta x$

pour f_1 : f '(b) ≈ - 0,5/2 = - 0,25



	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1		f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6		f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1		f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1		f '(b)	f(b)

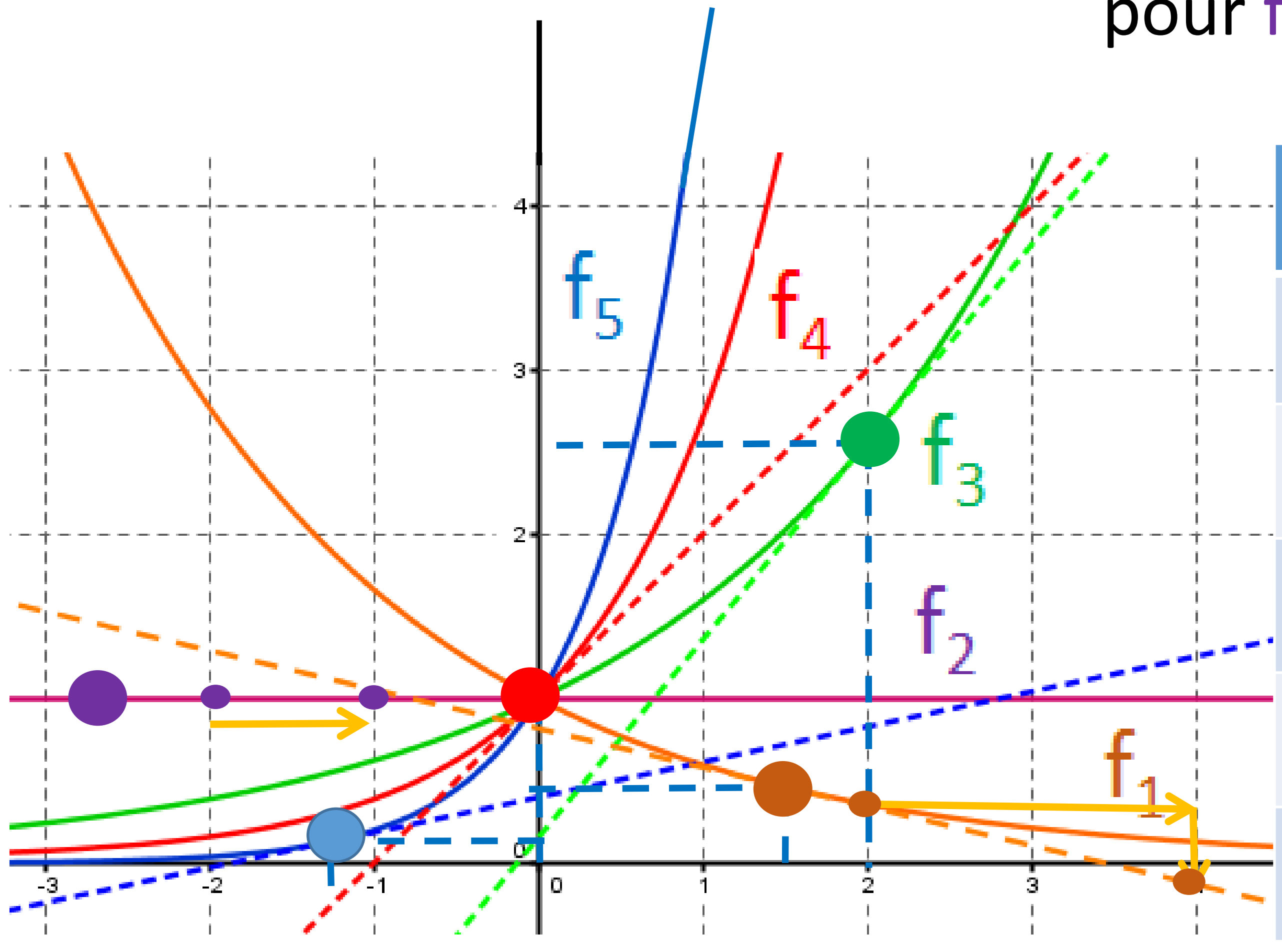
Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles **a^x**

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On ne connait pas $(a^x)'$ f '(b) = coeff. directeur de la tangente en b = Δy / Δx

pour f_1 : f '(b) ≈ - 0,5/2 = - 0,25

pour f_2 : f '(b) ≈ 0/1 = 0



	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6		f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1		f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1		f '(b)	f(b)

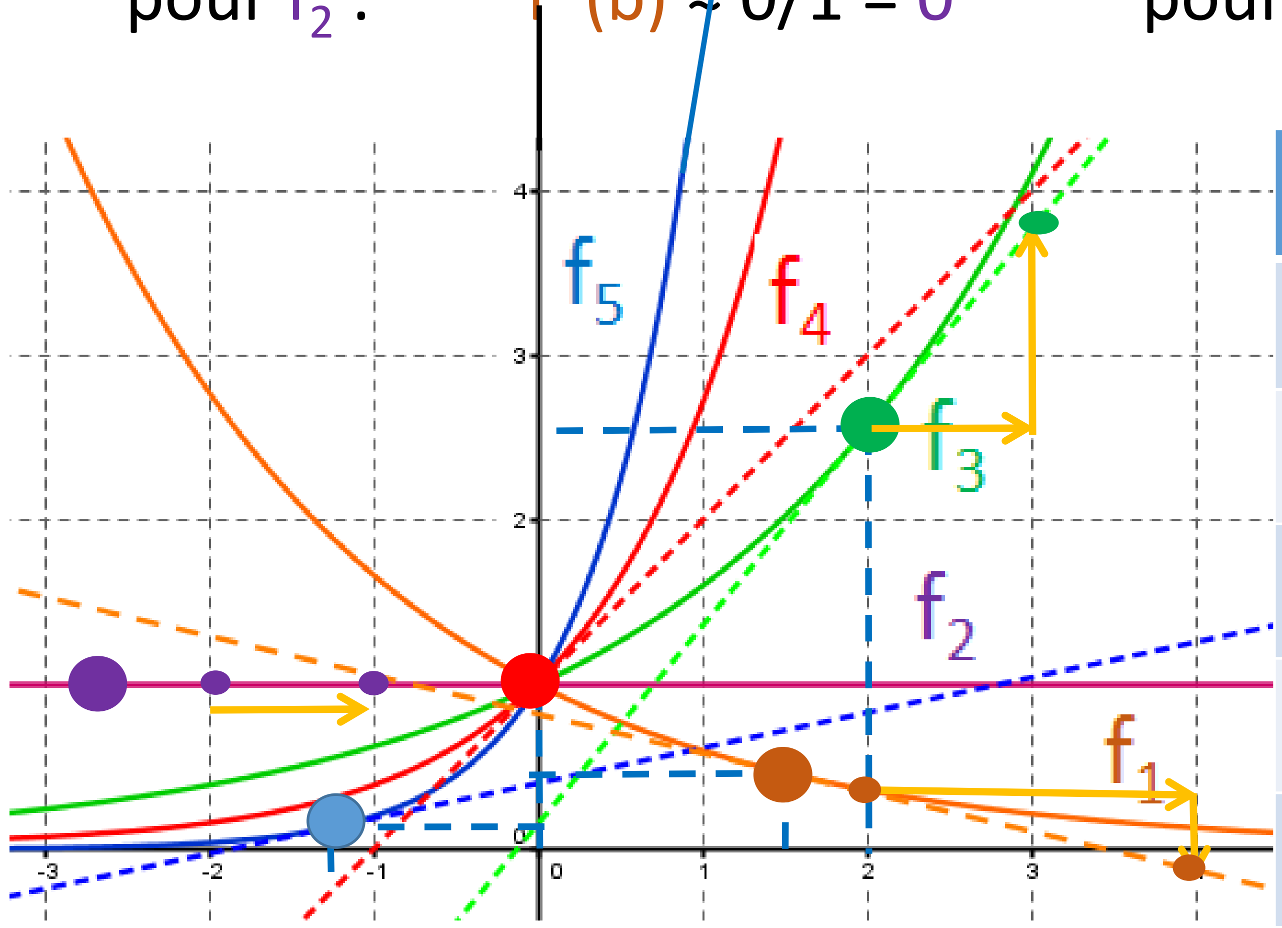
Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On ne connait pas $(a^x)'$ f '(b) = coeff. directeur de la tangente en b = $\Delta y / \Delta x$

pour f_1 : f '(b) ≈ - 0,5/2 = - 0,25

pour f_2 : f '(b) ≈ 0/1 = 0 pour f_3 : f '(b) ≈ 1,3/1 = 1,3



	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1		f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1		f '(b)	f(b)

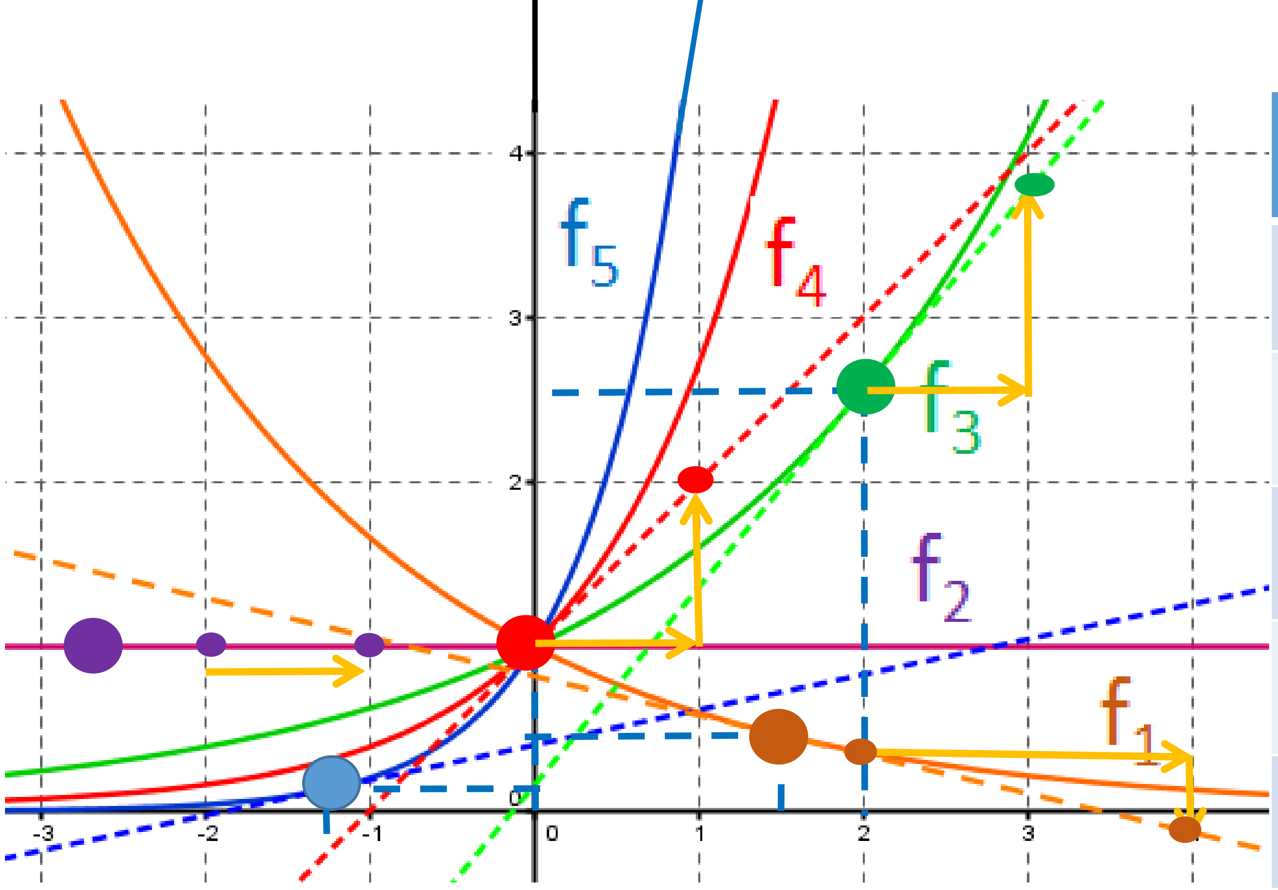
Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles **a^x**

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On ne connait pas $(a^x)'$ f '(b) = coeff. directeur de la tangente en b = Δy / Δx

pour f_1 : f '(b) ≈ - 0,5/2 = - 0,25

f_2'(b) ≈ 0/1 = 0 f_3'(b) ≈ 1,3/1 = 1,3 f_4'(b) ≈ 1/1 = 1



	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1	1	f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1		f '(b)	f(b)

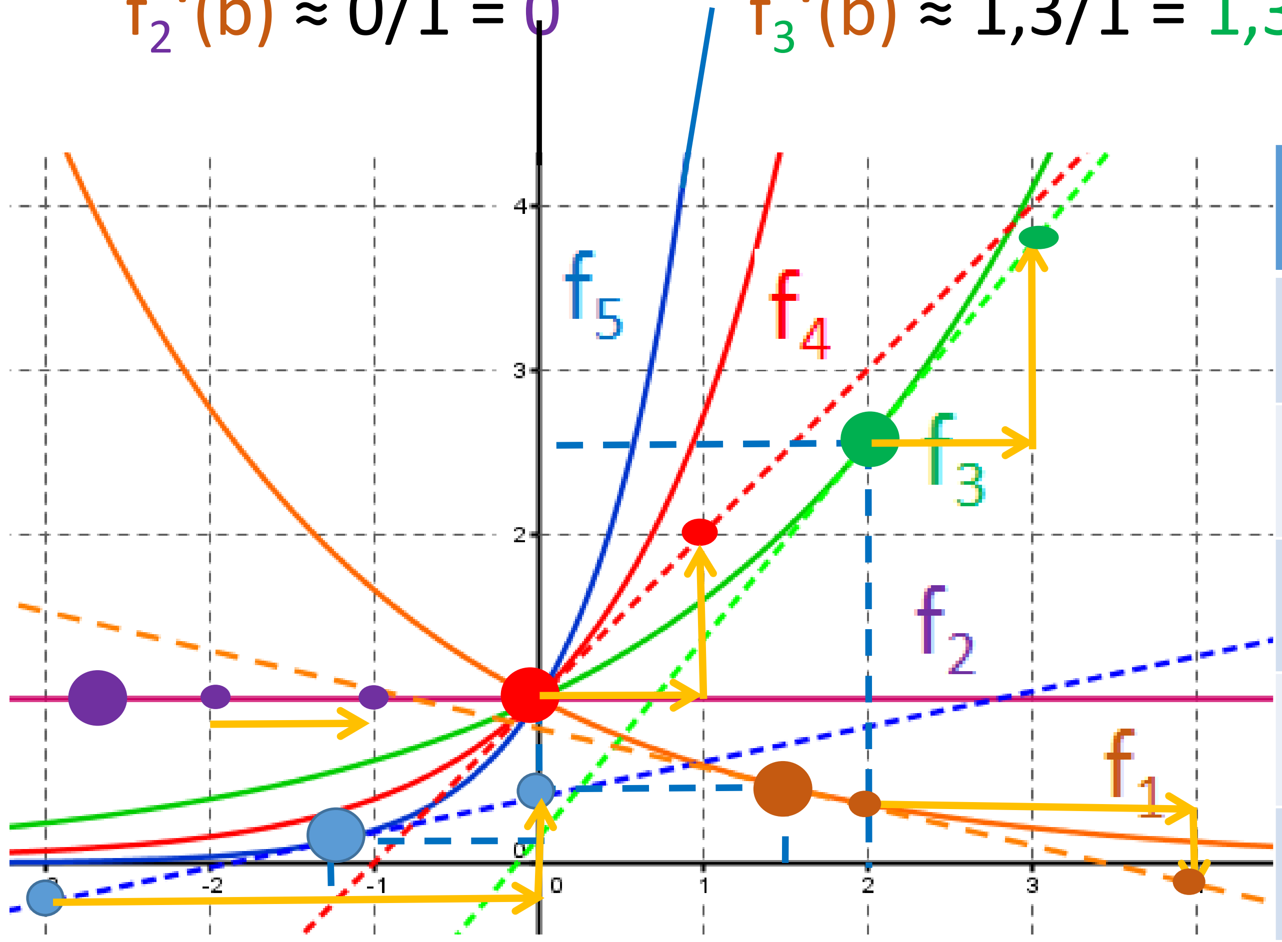
Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On ne connait pas $(a^x)'$ f '(b) = coeff. directeur de la tangente en b = $\Delta y / \Delta x$

pour f_1 : f '(b) ≈ - 0,5/2 = - 0,25

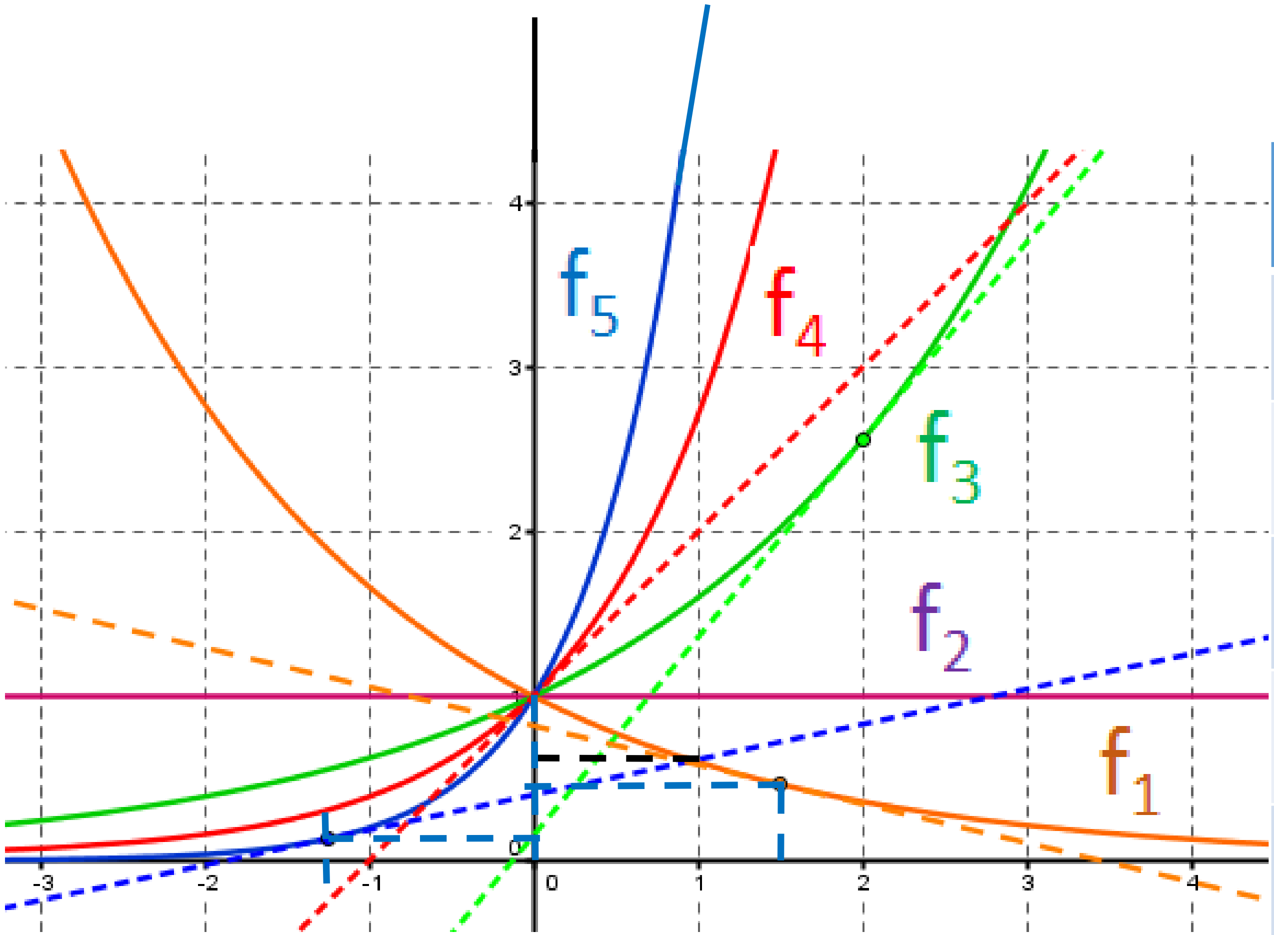
f_2'(b) ≈ 0/1 = 0 f_3'(b) ≈ 1,3/1 = 1,3 f_4'(b) ≈ 1/1 = 1 f_5'(b) ≈ 0,6/3 = 0,2



	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ?	> ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b)	f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b)	f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b)	f(b)
f_4	2,7	0	1	1	f '(b)	f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1	0,2	f '(b)	f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles **a^x**

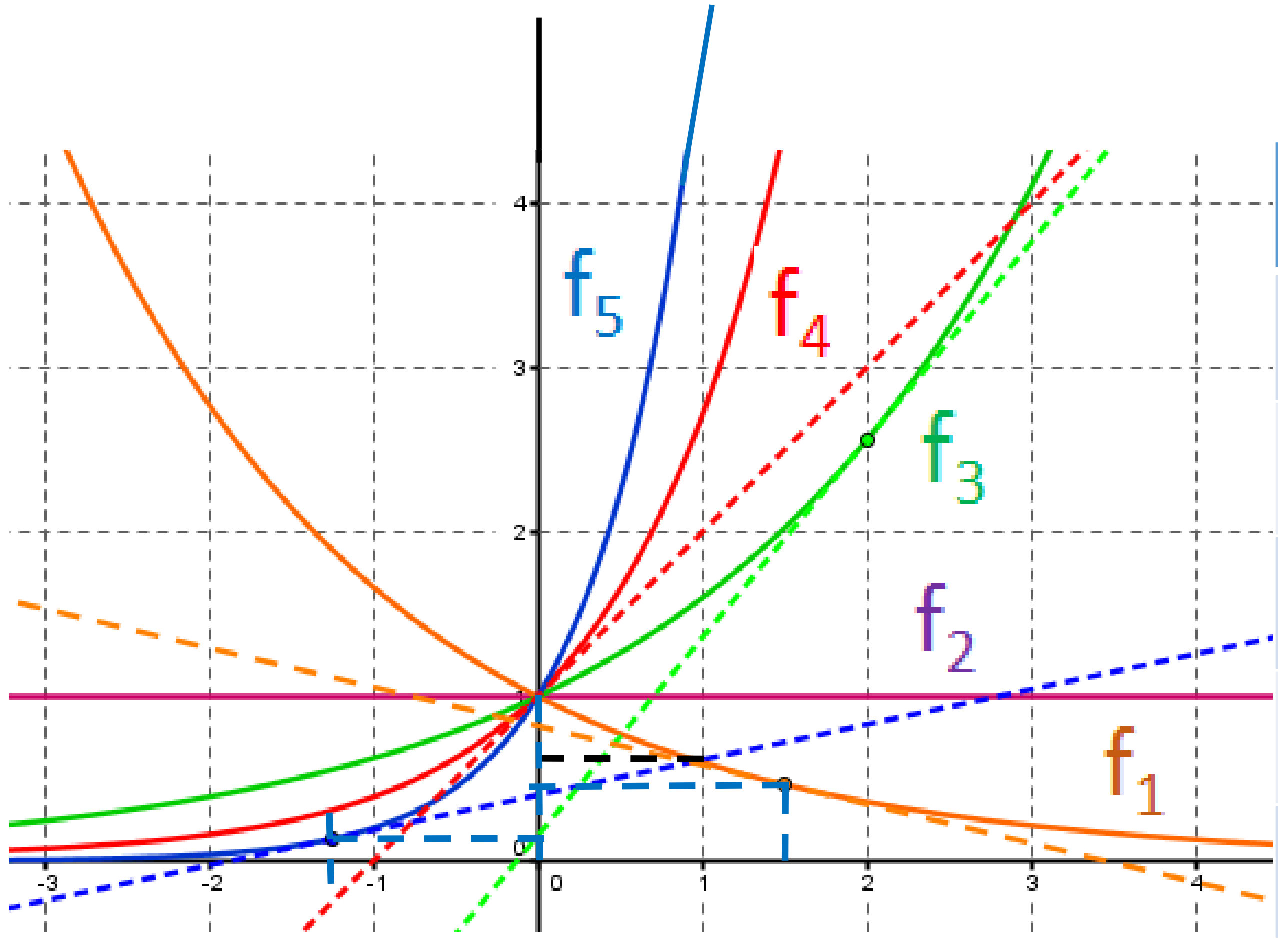
ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.



	a ≈	**b ≈**	**f(b) ≈**	**f '(b) ≈**	**< ? > ?**
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b) ... f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b) ... f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b) ... f(b)
f_4	2,7	0	1	1	f '(b) ... f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1	0,2	f '(b) ... f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

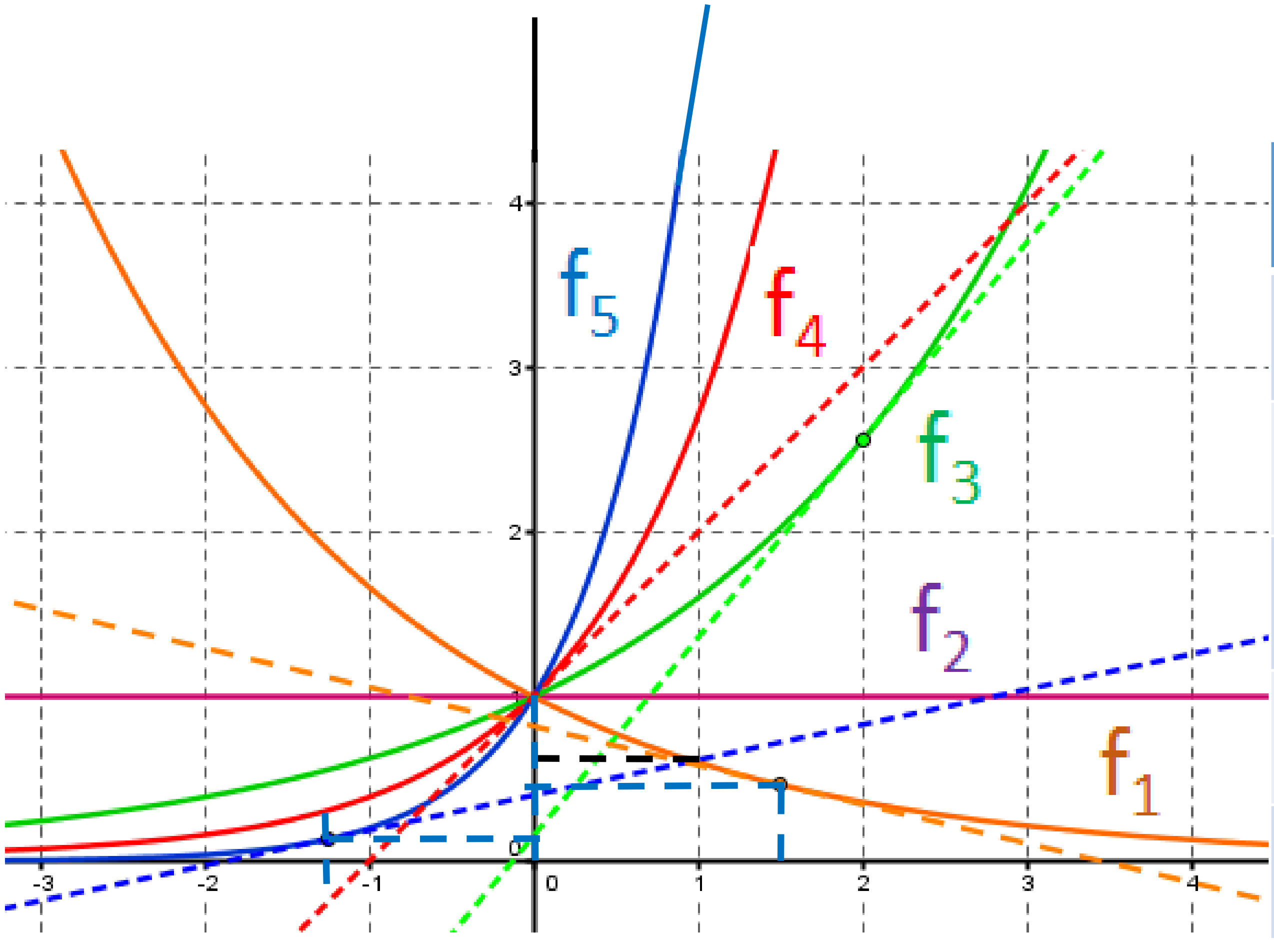


	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ? > ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b) < f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b) < f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b) < f(b)
f_4	2,7	0	1	1	f '(b) = f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1	0,2	f '(b) > f(b)

Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On remarque que …



	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ? > ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b) < f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b) < f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b) < f(b)
f_4	2,7	0	1	1	f '(b) = f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1	0,2	f '(b) > f(b)

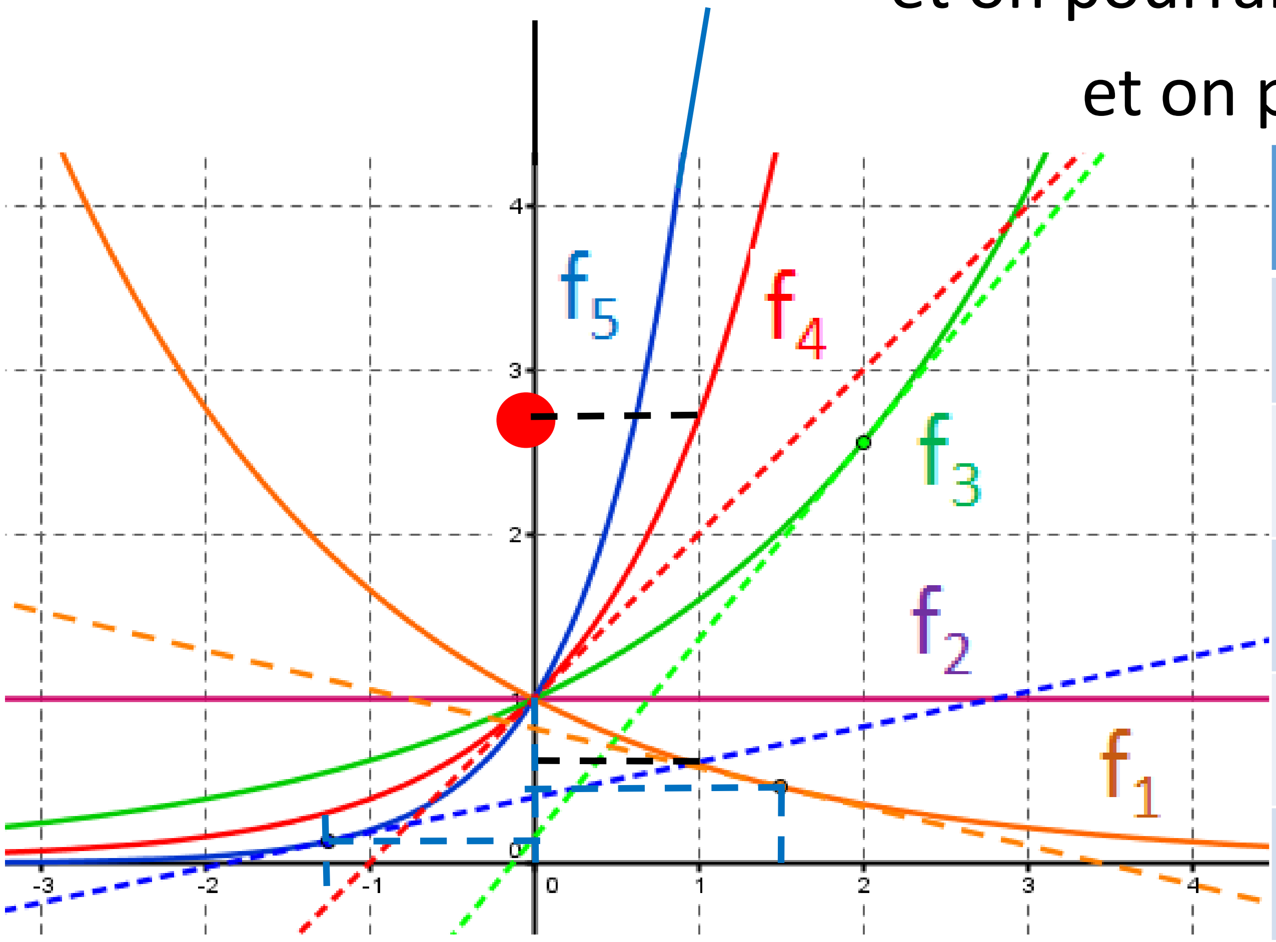
Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On remarque que f '(b) = f(b) pour l'*unique* valeur a ≈ 2,7

et on pourrait améliorer …

et on pourrait généraliser …



	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ? > ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b) < f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b) < f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b) < f(b)
f_4	2,7	0	1	1	f '(b) = f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1	0,2	f '(b) > f(b)

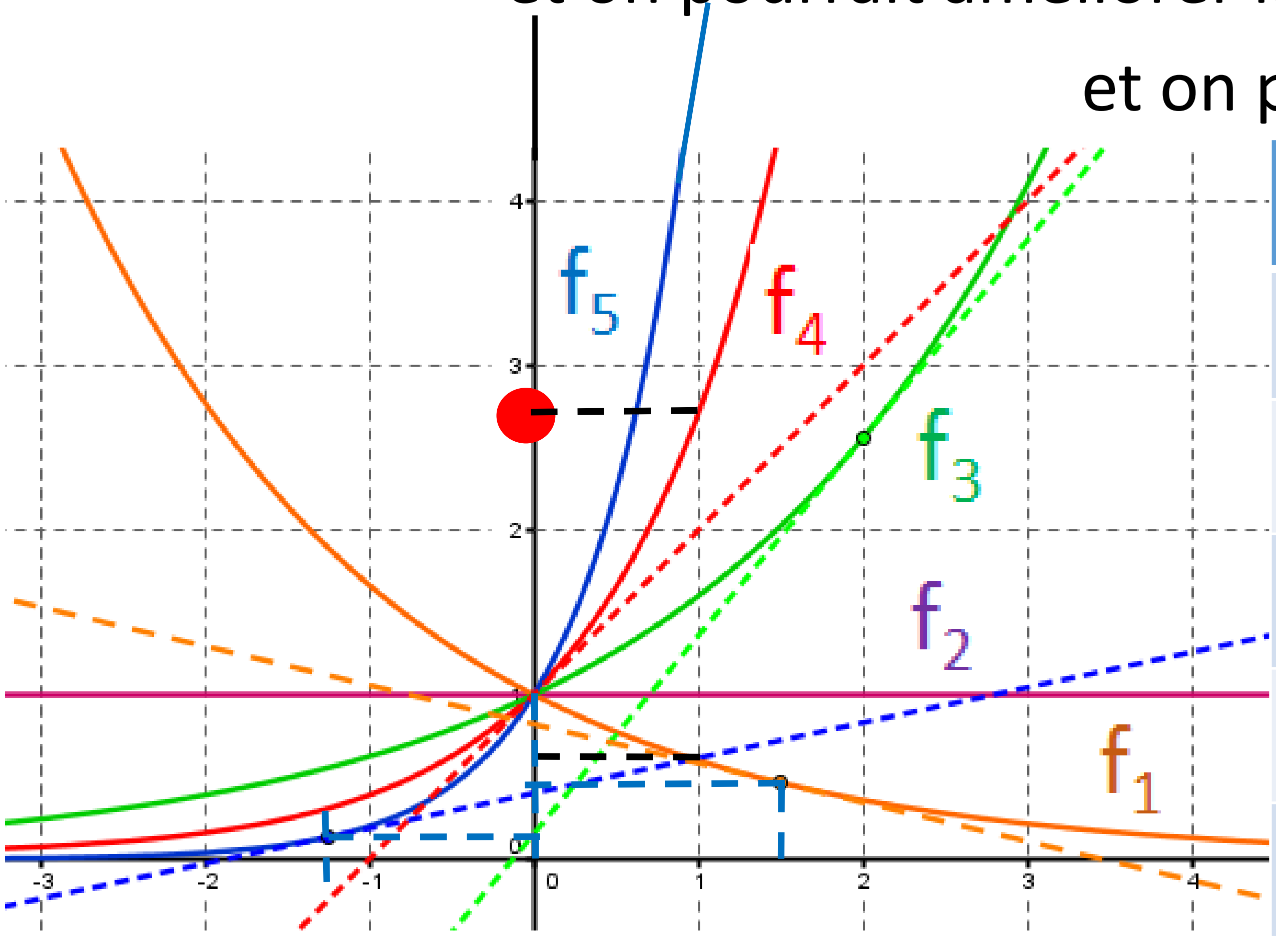
Exercice 1 : On a tracé les courbes de fonctions exponentielles a^x

ainsi que des tangentes en des points d'abscisse b.

On remarque que f '(b) = f(b) pour l'*unique* valeur a ≈ 2,7

et on pourrait améliorer la précision a ≈ 2,71828... irrationnel

et on pourrait généraliser pour tout réel b

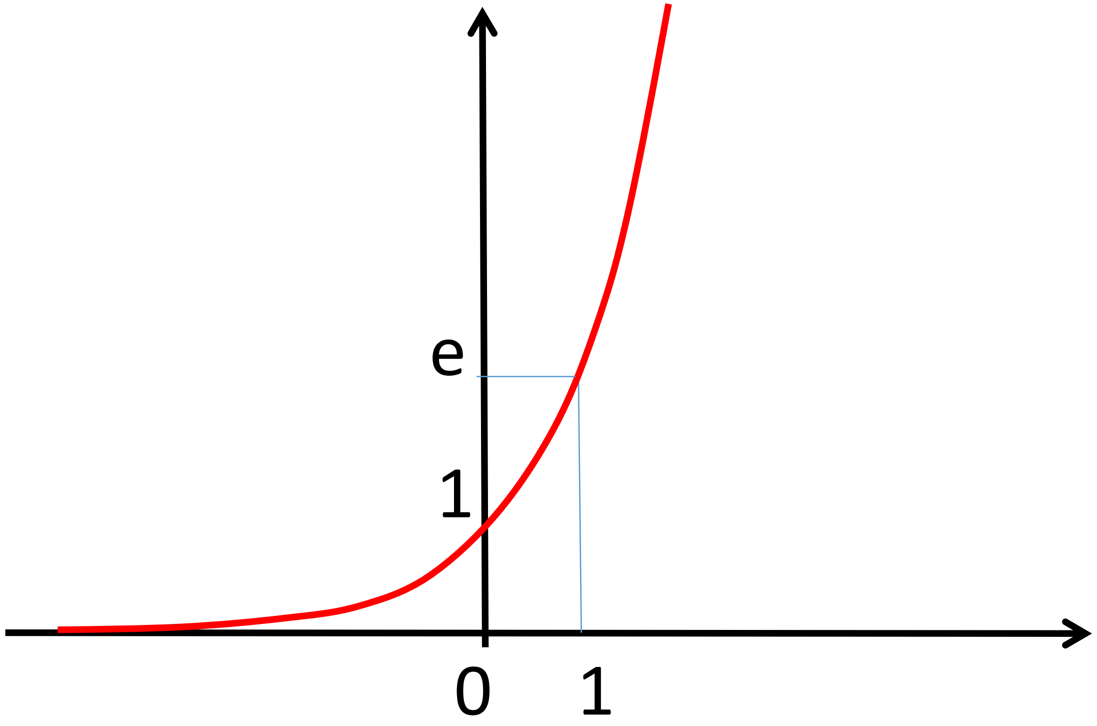


	a ≈	b ≈	f(b) ≈	f '(b) ≈	< ? > ?
f_1	0,6	1,5	0,5	- 0,25	f '(b) < f(b)
f_2	1	tout réel	1	0	f '(b) < f(b)
f_3	1,6	2	2,6	1,3	f '(b) < f(b)
f_4	2,7	0	1	1	f '(b) = f(b)
f_5	5	- 1,3	0,1	0,2	f '(b) > f(b)

II Définition

La fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$

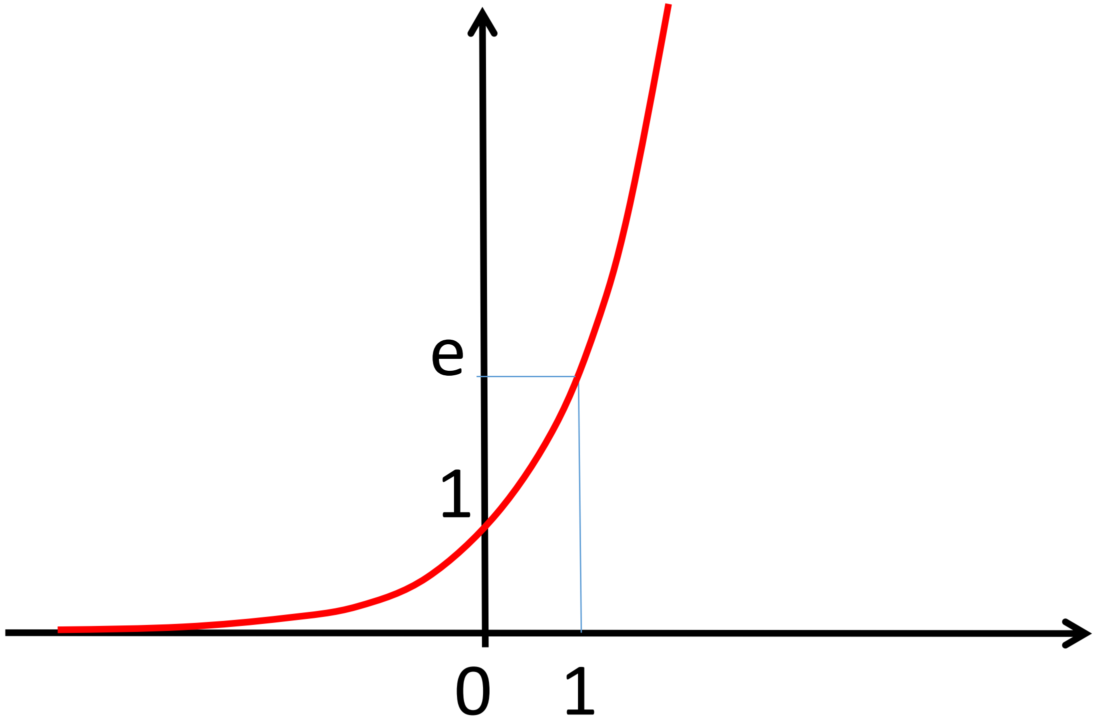
avec $e \approx 2{,}718\ldots$ qui est un irrationnel.



II Définition

La fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$

avec $e \approx 2,718...$ qui est un irrationnel.

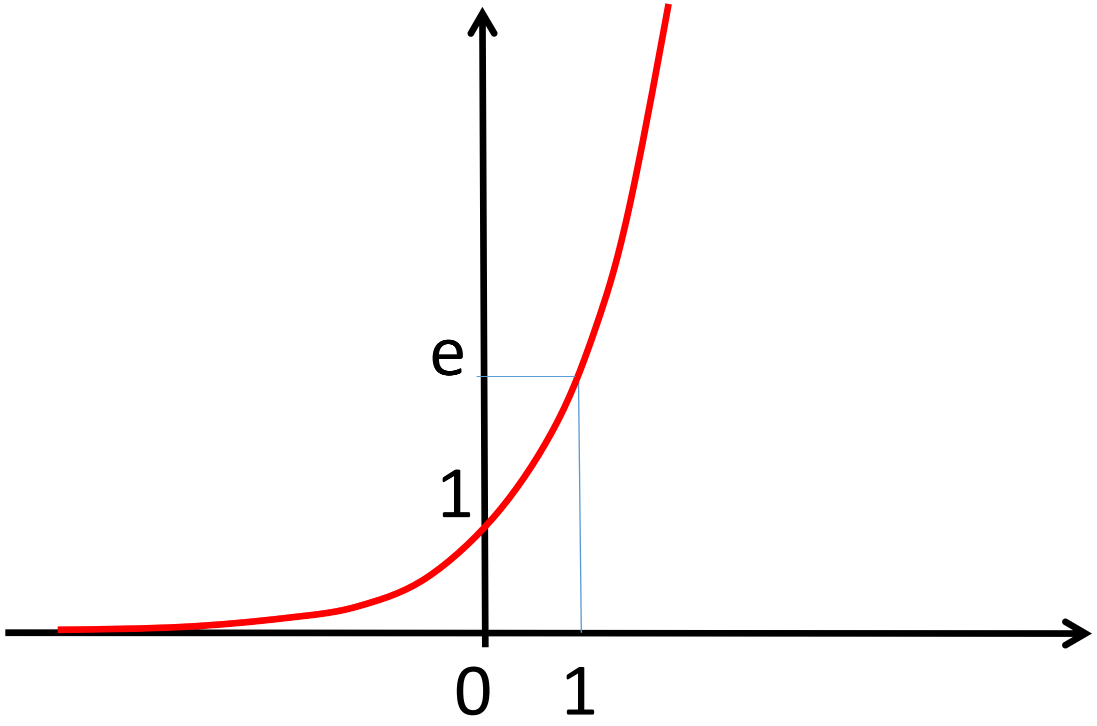


Sa propriété principale : elle est l'*unique* fonction telle que …

II Définition

La fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$

avec $e \approx 2{,}718\ldots$ qui est un irrationnel.



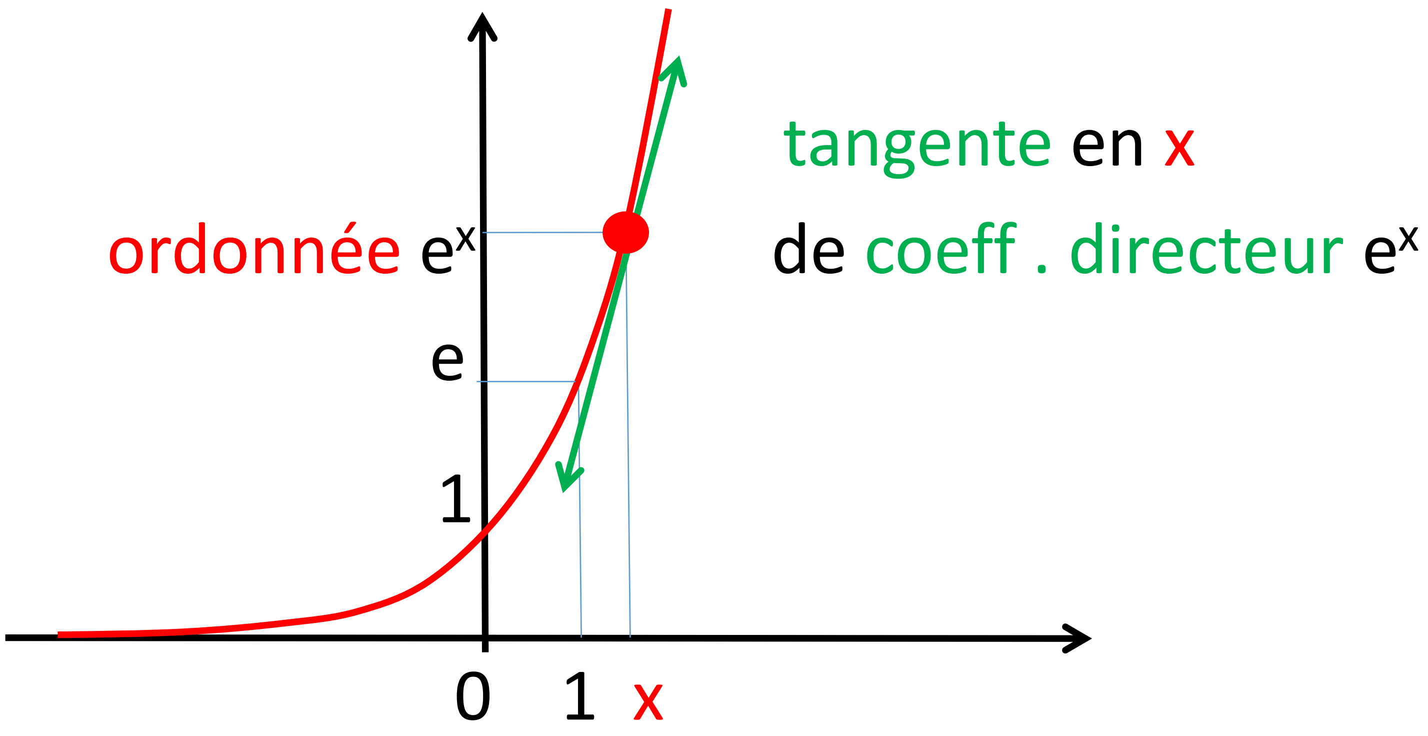
Sa propriété principale : elle est l'*unique* fonction telle que $f'(x) = f(x)$

$\boxed{(e^x)' = e^x}$ qui permettra de déterminer (plus tard) toutes les dérivées $(a^x)'$

II Définition

La fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$

avec $e \approx 2,718...$ qui est un irrationnel.



Sa propriété principale : elle est l'*unique* fonction telle que $f'(x) = f(x)$

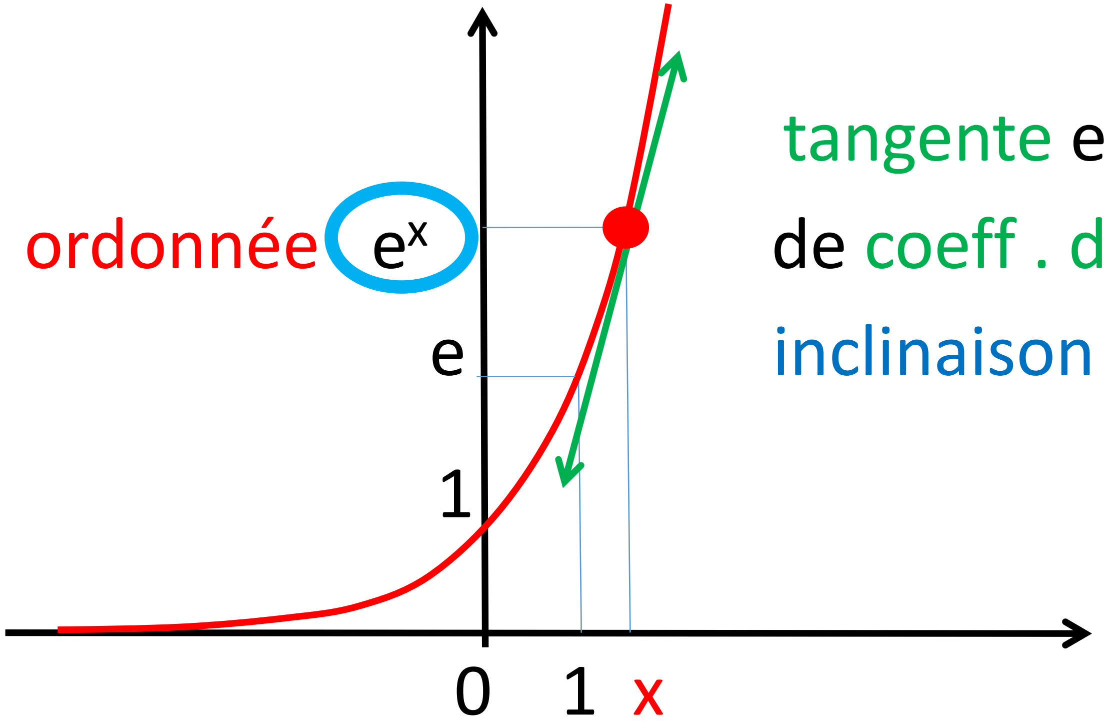
$\boxed{(e^x)' = e^x}$

II Définition

La fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$

avec $e \approx 2{,}718\ldots$ qui est un irrationnel.

hauteur du point ordonnée e^x



tangente en x

de coeff . directeur e^x

inclinaison de la tangente

Sa propriété principale : elle est l'*unique* fonction telle que $f'(x) = f(x)$

$$\boxed{(e^x)' = e^x}$$

Tableau des dérivées à compléter avec cette nouvelle fonction

fonction f dérivée f '

avec les fct de références :		combinées entre elles :	*k (n^b), u et v (fct)*
$ax + b$	a	$k \times u$	$k \times u'$
x^n	$n\,x^{n-1}$	$u + v$	$u' + v'$
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$	$u \times v$	$u' \times v + v' \times u$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$
$\sin x$	$\cos x$	$v(u)$	$v'(u) \times u'$
$\cos x$	$-\sin x$		
$\boxed{e^x}$	$\boxed{e^x}$		

$$\boxed{(\, e^{x} \,)' = e^{x}}$$

Dérivée des fonctions e^{u}

$$(\, v(x) \,)' = v'(x)$$

et $(\, v(u) \,)' = \ldots$

$$\boxed{(\,e^x\,)' = e^x}$$

Dérivée des fonctions e^u

$$(\,v(x)\,)' = v'(x)$$

et $(\,v(u)\,)' = v'(u) \times u'$

$\Rightarrow$ $(\,e^x\,)' = \exp'^x = e^x$

et $(\,e^u\,)' = \ldots$

$$\boxed{(e^x)' = e^x}$$

Dérivée des fonctions e^u

$$(v(x))' = v'(x)$$

et $$(v(u))' = v'(u) \times u'$$

$$(e^x)' = exp'^{x} = e^x$$

et $$(e^u)' = exp'^{u} \times u' = e^u \times u'$$

$$\boxed{(e^u)' = e^u \times u'}$$

$$(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6}

e^{2x}

e^{x^2}

$e^{\sin x}$

e^{5x+3}

$2e^{x+1}$

$3e^{x^2+4} + 7$

$\boxed{(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'}$ et non $(e^u)' = e^{u'}$!!!

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6} $\qquad\qquad$ $e^{x+6} \times 1$

e^{2x}

e^{x^2}

$e^{\sin x}$

e^{5x+3}

$2e^{x+1}$

$3e^{x^2+4} + 7$

$$(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6} $\qquad$ $e^{x+6} \times 1$

e^{2x} $\qquad$ $e^{2x} \times 2$

e^{x^2}

$e^{\sin x}$

e^{5x+3}

$2e^{x+1}$

$3e^{x^2+4} + 7$

$$\boxed{(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'}$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6} $\qquad e^{x+6} \times 1$

e^{2x} $\qquad e^{2x} \times 2$

e^{x^2} $\qquad e^{x^2} \times 2x$

$e^{\sin x}$

e^{5x+3}

$2e^{x+1}$

$3e^{x^2+4} + 7$

$$(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

$e^{x + 6}$ $\qquad$ $e^{x + 6} \times 1$

e^{2x} $\qquad$ $e^{2x} \times 2$

e^{x^2} $\qquad$ $e^{x^2} \times 2x$

$e^{\sin x}$ $\qquad$ $e^{\sin x} \times \cos x$

$e^{5x + 3}$

$2e^{x + 1}$

$3e^{x^2 + 4} + 7$

$$(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6} $\qquad$ $e^{x+6} \times 1$

e^{2x} $\qquad$ $e^{2x} \times 2$

e^{x^2} $\qquad$ $e^{x^2} \times 2x$

$e^{\sin x}$ $\qquad$ $e^{\sin x} \times \cos x$

e^{5x+3} $\qquad$ $e^{5x+3} \times 5$

$2e^{x+1}$

$3e^{x^2+4} + 7$

$$(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6} $\quad$ $e^{x+6} \times 1$

e^{2x} $\quad$ $e^{2x} \times 2$

e^{x^2} $\quad$ $e^{x^2} \times 2x$

$e^{\sin x}$ $\quad$ $e^{\sin x} \times \cos x$

e^{5x+3} $\quad$ $e^{5x+3} \times 5$

$2e^{x+1}$ $\quad$ $2\, e^{x+1} \times 1$

$3e^{x^2+4} + 7$

$$\boxed{(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'}$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6}	$e^{x+6} \times 1$
e^{2x}	$e^{2x} \times 2$
e^{x^2}	$e^{x^2} \times 2x$
$e^{\sin x}$	$e^{\sin x} \times \cos x$
e^{5x+3}	$e^{5x+3} \times 5$
$2e^{x+1}$	$2\,e^{x+1} \times 1$
$3e^{x^2+4} + 7$	$3\,e^{x^2+4} \times (2x + 0) + 0$

$$(e^x)' = e^x \qquad\qquad (e^u)' = e^u \times u'$$

Application : déterminez les dérivées des fct suivantes

e^{x+6} $\qquad$ $e^{x+6} \times 1$

e^{2x} $\qquad$ $e^{2x} \times 2$

e^{x^2} $\qquad$ $e^{x^2} \times 2x$

$e^{\sin x}$ $\qquad$ $e^{\sin x} \times \cos x$

e^{5x+3} $\qquad$ $e^{5x+3} \times 5$

$2e^{x+1}$ $\qquad$ $2\, e^{x+1} \times 1$

$3e^{x^2+4} + 7$ $\qquad$ $3\, e^{x^2+4} \times (2x + 0) + 0 \qquad = 6x\, e^{x^2+4}$

III Propriétés :

g est la fct exponentielle

Pour tous les x de $\mathbb{R}$ $\quad g(x) = \ldots$

III Propriétés :

g est la fct exponentielle

Pour tous les x de $\mathbb{R}$ $\quad g(x) = e^x$

III Propriétés :

g est la fct exponentielle

Pour tous les x de $\mathbb{R}$ $\quad g(a + b) = \ldots$

III Propriétés :

g est la fct exponentielle

Pour tous les x de $\mathbb{R}$ $\quad g(a+b) = g(a) \times g(b)$

car $\quad e^{a+b} = e^a \times e^b$

n est un entier positif

$$g(nx) = \ldots$$

III Propriétés :

g est la fct exponentielle

Pour tous les x de $\mathbb{R}$ $\quad g(a + b) = g(a) \times g(b)$

car $\quad e^{a+b} = e^a \times e^b$

n est un entier positif $\quad g(nx) = (g(x))^n$

car $\quad e^{nx} = e^{x \times n} = (e^x)^n$

Ces propriétés ne sont pas à apprendre, les règles algébriques de 4ème sur les puissances suffisent.

Exercice 2 :

Déterminez les sens de variation des fonctions suivantes :

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

$$g(x) = (\,2x + 1\,)\,e^{-x}$$

$$h(x) = (\,5x + 2\,)\,e^{4x}$$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5}$$

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

$$f'(x) = \ldots$$

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

$$f\,'(x) = 2\,(\,e^{-2x}\,)' + (\,4x + 3\,)'$$

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

Rappel : $(e^{-2x})' = (e^{u})' = \exp'^{u} \times u' = e^{u} \times u'$

$$f\,'(x) = 2\,(e^{-2x})' + (4x + 3)'$$

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

Rappel : $(\,e^{-2x}\,)' = (\,e^{u}\,)' = \exp'^{u} \times u' = e^{u} \times u'$

$$f\,'(x) = 2\,(\,e^{-2x}\,)' + (\,4x + 3\,)'$$

$$= 2\,(\,e^{u}\,)' + 4$$

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

Rappel : $(e^{-2x})' = (e^{u})' = \exp'^{u} \times u' = e^{u} \times u'$

$$f'(x) = 2\,(e^{-2x})' + (4x + 3)'$$

$$= 2\,(e^{u})' + 4$$

$$= 2\,e^{u} \times u' + 4$$

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

Rappel : $(\,e^{-2x}\,)' = (\,e^{u}\,)' = \exp'^{u} \times u' = e^{u} \times u'$

$$f\,'(x) = 2\,(\,e^{-2x}\,)' + (\,4x + 3\,)'$$

$$= 2\,(\,e^{u}\,)' + 4$$

$$= 2\,e^{u} \times u' + 4$$

$$= 2\,e^{-2x} \times (-\,2) + 4$$

$$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$$

Rappel : $(e^{-2x})' = (e^{u})' = \exp'^{u} \times u' = e^{u} \times u'$

$$f'(x) = 2\,(e^{-2x})' + (4x + 3)'$$

$$= 2\,(e^{u})' + 4$$

$$= 2\,e^{u} \times u' + 4$$

$$= 2\,e^{-2x} \times (-2) + 4$$

$$= -4\,e^{-2x} + 4$$

$f(x) = 2\ e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad$ $f\,'(x) = -\ 4\ e^{-2x} + 4$

$f\,'(x) = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} + 4 = 0$

$f(x) = 2\ e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad$ $f'(x) = -\ 4\ e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} = 0 - 4 = -\ 4$

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad$ $f'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \iff -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \iff -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\iff e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1$

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\quad$ $f\,'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f\,'(x) = 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} = e^{0}$

deux images (des antécédents $-2x$ et 0)

par la même fonction e^{x}

$f(x) = 2\, e^{-2x} + 4x + 3$ $f\,'(x) = -\,4\, e^{-2x} + 4$

$f\,'(x) = 0 \Longleftrightarrow -\,4\, e^{-2x} + 4 = 0 \Longleftrightarrow -\,4\, e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R}$

$f(x) = 2\ e^{-2x} + 4x + 3$ $\quad$ $f'(x) = -\ 4\ e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} = 0 - 4 = -\ 4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} = -\ 4/(-\ 4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Leftrightarrow -\ 2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Leftrightarrow x = 0/(-\ 2) = 0$

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\quad$ $f'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Leftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Leftrightarrow x = 0/(-\,2) = 0$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 < 0$

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad$ $f'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Longleftrightarrow x = 0/(-\,2) = 0$

$f'(x) < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 < -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} > -\,4/(-\,4) = 1$

division par le négatif -4

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\quad\quad f\,'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f\,'(x) = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Longleftrightarrow x = 0/(-\,2) = 0$

$f\,'(x) < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 < -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} > -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} > e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x > 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R}$

$f(x) = 2\ e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad$ $f\,'(x) = -\ 4\ e^{-2x} + 4$

$f\,'(x) = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} = 0 - 4 = -\ 4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} = -\ 4/(-\ 4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Leftrightarrow -\ 2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow x = 0/(-\ 2) = 0$

$f\,'(x) < 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} + 4 < 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} = 0 - 4 < -\ 4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} > -\ 4/(-\ 4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} > e^{0} \Leftrightarrow -\ 2x > 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow x < 0/(-\ 2) = 0$

division par le négatif -2

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\quad$ $f'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Longleftrightarrow x = 0/(-\,2) = 0$

$f'(x) < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 < -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} > -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} > e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x > 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Longleftrightarrow x < 0/(-\,2) = 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$		

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad$ $f'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$\boxed{f'(x) = 0} \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R}$ $\Longleftrightarrow \boxed{x = 0/(-\,2) = 0}$

$f'(x) < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 < -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} > -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} > e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x > 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R}$ $\Longleftrightarrow x < 0/(-\,2) = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

$f(x) = 2\ e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad f'(x) = -\ 4\ e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} = 0 - 4 = -\ 4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} = -\ 4/(-\ 4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Leftrightarrow -\ 2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Leftrightarrow x = 0/(-\ 2) = 0$

$\boxed{f'(x) < 0} \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} + 4 < 0 \Leftrightarrow -\ 4\ e^{-2x} = 0 - 4 < -\ 4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} > -\ 4/(-\ 4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} > e^{0} \Leftrightarrow -\ 2x > 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Leftrightarrow \boxed{x < 0/(-\ 2) = 0}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0		
$f(x)$					

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\quad\quad$ $f'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Longleftrightarrow x = 0/(-\,2) = 0$

$f'(x) < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 < 0 \Longleftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 < -\,4$

$\Longleftrightarrow e^{-2x} > -\,4/(-\,4) = 1 \Longleftrightarrow e^{-2x} > e^{0} \Longleftrightarrow -\,2x > 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Longleftrightarrow x < 0/(-\,2) = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$					

$f(x) = 2\,e^{-2x} + 4x + 3$ $\qquad$ $f'(x) = -\,4\,e^{-2x} + 4$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 = 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 = -\,4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} = -\,4/(-\,4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} = e^{0} \Leftrightarrow -\,2x = 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Leftrightarrow x = 0/(-\,2) = 0$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} + 4 < 0 \Leftrightarrow -\,4\,e^{-2x} = 0 - 4 < -\,4$

$\Leftrightarrow e^{-2x} > -\,4/(-\,4) = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} > e^{0} \Leftrightarrow -\,2x > 0$

car la fonction e^{x} est strict. croissante sur $\mathbb{R} \Leftrightarrow x < 0/(-\,2) = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

théorème de la monotonie

$g(x) = (2x + 1)\,e^{-x}$

Même méthode que pour la fonction f

$g'(x) = \dots$?

signe de g' … ?

sens de variation ?

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u' v + v' u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$g(x) = (\ 2x + 1\ ) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (\ u \times v\ )' = u'\ v + v'\ u$$

$$= (\ 2x + 1\ )'\ e^{-x} + (\ e^{-x}\ )'\ (\ 2x + 1\ )$$

$$= 2\ e^{-x} + (\ e^{w}\ )'\ (\ 2x + 1\ )$$

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u' v + v' u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + (e^{w})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{w} \times w' (2x + 1)$$

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u'v + v'u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + (e^{u})' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{u} \times u' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{-x} \times (-1) (2x + 1)$$

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u'v + v'u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + (e^{w})' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{w} \times w' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{-x} \times (-1)(2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{-x}(-2x - 1)$$

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$
\begin{aligned}
g'(x) &= (u \times v)' = u'v + v'u \\
&= (2x+1)'\, e^{-x} + (e^{-x})'\,(2x+1) \\
&= 2\,e^{-x} + (e^{w})'\,(2x+1) \\
&= 2\,e^{-x} + e^{w} \times w'\,(2x+1) \\
&= 2\,e^{-x} + e^{-x} \times (-1)\,(2x+1) \\
&= 2\,e^{-x} + e^{-x}\,(-2x-1)
\end{aligned}
$$

Pas de loi sur le signe d'une somme $\Rightarrow$ il faut la factoriser

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u' v + v' u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + (e^{w})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{w} \times w' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{-x} \times (-1) (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{-x} (-2x - 1)$$

$$= (\ldots) \times (\ldots) ?$$

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u' v + v' u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + (e^{w})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{w} \times w' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{-x} \times (-1) (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{-x} (-2x - 1)$$

$$= e^{-x} (2 + (-2x - 1))$$

$$g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u' v + v' u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + (e^{w})' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{w} \times w' (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{-x} \times (-1) (2x + 1)$$

$$= 2 e^{-x} + e^{-x} (-2x - 1)$$

$$= e^{-x} (2 + (-2x - 1)) = e^{-x} (-2x + 1)$$

$g(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ $\qquad$ $g'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$

$g'(x) = 0 \Longleftrightarrow (-2x + 1)\, e^{-x} = 0$

$g(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ $\qquad$ $g'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$

$g'(x) = 0 \iff (-2x + 1)\, e^{-x} = 0 \iff -2x + 1 = 0$

car $\quad e^{u} > 0$ pour tout u

$g(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ $\qquad$ $g'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$

$g'(x) = 0 \iff (-2x + 1)\, e^{-x} = 0 \iff -2x + 1 = 0$

car $\quad e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff -2x = 0 - 1 = -1$

$g(x) = (2x + 1)\,e^{-x}$ $g'(x) = (-2x + 1)\,e^{-x}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)\,e^{-x} = 0 \Leftrightarrow -2x + 1 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow -2x = 0 - 1 = -1 \Leftrightarrow x = -1/(-2) = 0{,}5$

x	$-\infty$	$0{,}5$	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$			

$g(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ $\quad$ $g'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)\, e^{-x} = 0 \Leftrightarrow -2x + 1 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow -2x = 0 - 1 = -1 \Leftrightarrow x = -1/(-2) = 0{,}5$

$g'(x) < 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)\, e^{-x} < 0 \Leftrightarrow -2x + 1 < 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow -2x < 0 - 1 = -1 \Leftrightarrow x > -1/(-2) = 0{,}5$

x	$-\infty$	$0{,}5$	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$			

division par un négatif

$g(x) = (2x + 1)\,e^{-x}$ $\qquad$ $g'(x) = (-2x + 1)\,e^{-x}$

$g'(x) = 0 \iff (-2x + 1)\,e^{-x} = 0 \iff -2x + 1 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff -2x = 0 - 1 = -1 \iff x = -1/(-2) = 0{,}5$

$g'(x) < 0 \iff (-2x + 1)\,e^{-x} < 0 \iff -2x + 1 < 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff -2x < 0 - 1 = -1 \iff x > -1/(-2) = 0{,}5$

division par un négatif

x	$-\infty$		$0{,}5$		$+\infty$
$g'(x)$			0	$-$	
$g(x)$					

$g(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ $\qquad$ $g'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$

$g'(x) = 0 \iff (-2x + 1)\, e^{-x} = 0 \iff -2x + 1 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff -2x = 0 - 1 = -1 \iff x = -1/(-2) = 0{,}5$

$g'(x) > 0 \iff (-2x + 1)\, e^{-x} > 0 \iff -2x + 1 > 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff -2x > 0 - 1 = -1 \iff x < -1/(-2) = 0{,}5$

x	$-\infty$		$0{,}5$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$					

division par un négatif

$g(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ $\qquad$ $g'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$

$g'(x) = 0 \Longleftrightarrow (-2x + 1)\, e^{-x} = 0 \Longleftrightarrow -2x + 1 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow -2x = 0 - 1 = -1 \Longleftrightarrow x = -1/(-2) = 0{,}5$

$g'(x) > 0 \Longleftrightarrow (-2x + 1)\, e^{-x} > 0 \Longleftrightarrow -2x + 1 > 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow -2x > 0 - 1 = -1 \Longleftrightarrow x < -1/(-2) = 0{,}5$

x	$-\infty$		$0{,}5$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

division par un négatif

théorème de la monotonie

Exo 2

$g(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ $\qquad$ $g'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)\, e^{-x} = 0 \Leftrightarrow -2x + 1 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow -2x = 0 - 1 = -1 \Leftrightarrow x = -1/(-2) = 0{,}5$

$g'(x) > 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)\, e^{-x} > 0 \Leftrightarrow -2x + 1 > 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow -2x > 0 - 1 = -1 \Leftrightarrow x < -1/(-2) = 0{,}5$

x	$-\infty$		$0{,}5$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

division par un négatif

fct **h** : même méthode

théorème de la monotonie

$$\boxed{g(x) = (2x + 1) \times e^{-x}}$$

$$g'(x) = (u \times v)' = u'v + v'u$$

$$= (2x + 1)' e^{-x} + (e^{-x})' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + (e^{w})' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{w} \times w' (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{-x} \times (-1) (2x + 1)$$

$$= 2e^{-x} + e^{-x} (-2x - 1)$$

$$= e^{-x} (2 + (-2x - 1)) = e^{-x} (-2x + 1)$$

Même méthode avec $\boxed{h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}}$

$$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$$

$$h'(x) = (u \times v)' = u'v + v'u$$

$$= (5x + 2)'\, e^{4x} + (e^{4x})'\,(5x + 2)$$

$$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$$

$$h'(x) = (u \times v)' = u'\, v + v'\, u$$

$$= (5x + 2)'\, e^{4x} + (e^{4x})'\, (5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + (e^{w})'\, (5x + 2)$$

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$

$$h'(x) = (u \times v)' = u' v + v' u$$

$$= (5x + 2)' e^{4x} + (e^{4x})' (5x + 2)$$

$$= 5 e^{4x} + (e^{w})' (5x + 2)$$

$$= 5 e^{4x} + e^{w} \times w' (5x + 2)$$

$$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$$

$$h'(x) = (u \times v)' = u'\, v + v'\, u$$

$$= (5x + 2)'\, e^{4x} + (e^{4x})'\,(5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + (e^{w})'\,(5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{w} \times w'\,(5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{4x} \times 4\,(5x + 2)$$

$$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$$

$$h'(x) = (u \times v)' = u' v + v' u$$

$$= (5x + 2)' e^{4x} + (e^{4x})' (5x + 2)$$

$$= 5 e^{4x} + (e^{w})' (5x + 2)$$

$$= 5 e^{4x} + e^{w} \times w' (5x + 2)$$

$$= 5 e^{4x} + e^{4x} \times 4 (5x + 2)$$

$$= 5 e^{4x} + e^{4x} (20x + 8)$$

$$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$$

$$h'(x) = (u \times v)' = u'\, v + v'\, u$$

$$= (5x + 2)'\, e^{4x} + (e^{4x})'\, (5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + (e^{w})'\, (5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{w} \times w'\, (5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{4x} \times 4\, (5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{4x}\, (20x + 8)$$

$$= e^{4x}\, (5 + (20x + 8))$$

$$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$$

$$h'(x) = (u \times v)' = u'v + v'u$$

$$= (5x + 2)'\, e^{4x} + (e^{4x})'\,(5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + (e^{w})'\,(5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{w} \times w'\,(5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{4x} \times 4\,(5x + 2)$$

$$= 5\, e^{4x} + e^{4x}\,(20x + 8)$$

$$= e^{4x}\,(5 + (20x + 8))$$

$$= (20x + 13)\, e^{4x}$$

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} = 0$

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \iff (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \iff 20x + 13 = 0$

car $\quad e^{u} > 0 \quad$ pour tout u

$h(x) = (5x + 2)\,e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\,e^{4x}$

$h'(x) = 0 \iff (20x + 13)\,e^{4x} = 0 \iff 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff 20x = 0 - 13 = -13$

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\quad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \Longleftrightarrow 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow 20x = 0 - 13 = -13 \Longleftrightarrow x = -13/20 = -0{,}65$

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \Leftrightarrow 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow 20x = 0 - 13 = -13 \Leftrightarrow x = -13/20 = -0{,}65$

$h'(x) < 0 \Leftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} < 0$

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\quad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \Longleftrightarrow 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow 20x = 0 - 13 = -13 \Longleftrightarrow x = -13/20 = -0{,}65$

$h'(x) < 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} < 0 \Longleftrightarrow 20x + 13 < 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \Leftrightarrow 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow 20x = 0 - 13 = -13 \Leftrightarrow x = -13/20 = -0{,}65$

$h'(x) < 0 \Leftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} < 0 \Leftrightarrow 20x + 13 < 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow 20x < 0 - 13 = -13$

$h(x) = (5x + 2)\,e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\,e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\,e^{4x} = 0 \Longleftrightarrow 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow 20x = 0 - 13 = -13 \Longleftrightarrow x = -13/20 = -0{,}65$

$h'(x) < 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\,e^{4x} < 0 \Longleftrightarrow 20x + 13 < 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow 20x < 0 - 13 = -13 \Longleftrightarrow x < -13/20 = -0{,}65$

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \Longleftrightarrow 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow 20x = 0 - 13 = -13 \Longleftrightarrow x = -13/20 = -0{,}65$

$h'(x) < 0 \Longleftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} < 0 \Longleftrightarrow 20x + 13 < 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\Longleftrightarrow 20x < 0 - 13 = -13 \Longleftrightarrow x < -13/20 = -0{,}65$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$h'(x)$	
$h(x)$	

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \Leftrightarrow 20x + 13 = 0$

car $e^u > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow 20x = 0 - 13 = -13 \Leftrightarrow x = -13/20 = -0{,}65$

$h'(x) < 0 \Leftrightarrow (20x + 13)\, e^{4x} < 0 \Leftrightarrow 20x + 13 < 0$

car $e^u > 0$ pour tout u

$\Leftrightarrow 20x < 0 - 13 = -13 \Leftrightarrow x < -13/20 = -0{,}65$

x	$-\infty$		$-0{,}65$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$					

$h(x) = (5x + 2)\, e^{4x}$ $\qquad$ $h'(x) = (20x + 13)\, e^{4x}$

$h'(x) = 0 \iff (20x + 13)\, e^{4x} = 0 \iff 20x + 13 = 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff 20x = 0 - 13 = -13 \iff x = -13/20 = -0{,}65$

$h'(x) < 0 \iff (20x + 13)\, e^{4x} < 0 \iff 20x + 13 < 0$

car $e^{u} > 0$ pour tout u

$\iff 20x < 0 - 13 = -13 \iff x < -13/20 = -0{,}65$

x	$-\infty$		$-0{,}65$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \; \ldots\, ?$$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u' = (\, e^{-2x} \,)' = (\, e^{w} \,)' = e^{w} \times w' = e^{-2x} \times (-\,2)$$

$$v' = (\, 4x + 5 \,)' = 4$$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u' = (e^{-2x})' = (e^{w})' = e^{w} \times w' = e^{-2x} \times (-2)$$

$$v' = (4x + 5)' = 4$$

$$k'(x) = \frac{-2e^{-2x}(4x + 5) - 4e^{-2x}}{(4x + 5)^2}$$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u' = (e^{-2x})' = (e^{w})' = e^{w} \times w' = e^{-2x} \times (-2)$$

$$v' = (4x + 5)' = 4$$

$$k'(x) = \frac{-2e^{-2x}(4x + 5) - 4e^{-2x}}{(4x + 5)^2} = \frac{e^{-2x}(-8x - 10) - 4e^{-2x}}{(4x + 5)^2}$$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x+5} \qquad k'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - v'\,u}{v^2}$$

$$u' = (\,e^{-2x}\,)' = (\,e^{w}\,)' = e^{w} \times w' = e^{-2x} \times (-\,2)$$

$$v' = (\,4x+5\,)' = 4$$

$$k'(x) = \frac{-\,2\,e^{-\,2x}(\,4x+5\,) - 4\,e^{-\,2x}}{(\,4x+5\,)^2} = \frac{e^{-\,2x}(\,-\,8x - 10\,) - 4\,e^{-\,2x}}{(\,4x+5\,)^2}$$

$$= \frac{e^{-\,2x}(\,-\,8x - 10 - 4\,)}{(\,4x+5\,)^2} = \frac{e^{-2x}(\,-\,8x - 14\,)}{(\,4x+5\,)^2}$$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x + 5)^2}$$

$e^u > 0$ pour tout u ⇒ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et > 0 car on ne peut diviser par 0

⇒ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x+5)^2}$$

$e^{u} > 0$ pour tout u $\Rightarrow$ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et > 0 car on ne peut diviser par 0

$\Rightarrow$ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$

$k(x)$ n'existe pas pour $4x + 5 = 0 \Leftrightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -5/4 = -1,25$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x + 5)^2}$$

$e^u > 0$ pour tout u $\Rightarrow$ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et > 0 car on ne peut diviser par 0

$\Rightarrow$ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$

$k(x)$ n'existe pas pour $4x + 5 = 0 \Leftrightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -5/4 = -1,25$

$-8x - 14 = 0 \Leftrightarrow -8x = 0 + 14 = 14 \Leftrightarrow x = 14/(-8) = -1,75$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x + 5)^2}$$

$e^u > 0$ pour tout u ⇨ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et > 0 car on ne peut diviser par 0

⇨ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$

$k(x)$ n'existe pas pour $4x + 5 = 0 \Leftrightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -5/4 = -1{,}25$

$-8x - 14 = 0 \Leftrightarrow -8x = 0 + 14 = 14 \Leftrightarrow x = 14/(-8) = -1{,}75$

$-8x - 14 < 0 \Leftrightarrow -8x < 0 + 14 = 14 \Leftrightarrow x > 14/(-8) = -1{,}75$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x + 5)^2}$$

$e^u > 0$ pour tout u ⟹ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et $\neq 0$ car au dénominateur

⟹ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$

$k(x)$ n'existe pas pour $4x + 5 = 0 \Leftrightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -5/4 = -1{,}25$

$-8x - 14 = 0 \Leftrightarrow -8x = 0 + 14 = 14 \Leftrightarrow x = 14/(-8) = -1{,}75$

$-8x - 14 < 0 \Leftrightarrow -8x < 0 + 14 = 14 \Leftrightarrow x > 14/(-8) = -1{,}75$

Autre méthode : $-8x - 14$ est une expression affine, de coeff. directeur $-8 < 0$ donc décroissante donc signes $+\ 0\ -$

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x+5)^2}$$

$e^{u} > 0$ pour tout u $\Rightarrow$ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et $\neq 0$ car au dénominateur

$\Rightarrow$ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$ 14/(- 8) = - 1,75

x	$-\infty$	$+\infty$
$k'(x)$		
$k(x)$		

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x+5)^2}$$

$e^u > 0$ pour tout u $\Rightarrow$ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et $\neq 0$ car au dénominateur

$\Rightarrow$ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$ $\qquad 14/(-8) = -1{,}75$

x	$-\infty$		$-1{,}75$		$-1{,}25$		$+\infty$
$k'(x)$		+	0	–	||	–	
$k(x)$					||		

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \frac{e^{-2x}(-8x - 14)}{(4x + 5)^2}$$

$e^u > 0$ pour tout u ⇒ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 \geq 0$ car c'est un carré et $\neq 0$ car au dénominateur

⇒ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$ $\qquad 14/(-8) = -1,75$

x	$-\infty$		$-1,75$		$-1,25$		$+\infty$
$k'(x)$		+	0	−	‖	−	
$k(x)$		↗		↘	‖	↘	

Exo 2 bis :

$$t(x) = \frac{e^{5x}}{2x + 7}$$

Déterminez ses sens de variations.

$$t(x) = \frac{e^{5x}}{2x + 7}$$

Déterminez ses sens de variations.

Même méthode qu'à la fonction précédente.

$$k(x) = \frac{e^{-2x}}{4x + 5} \qquad k'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$u' = (e^{-2x})' = (e^{w})' = e^{w} \times w' = e^{-2x} \times (-2)$

$v' = (4x + 5)' = 4$

$$k'(x) = \frac{-2\, e^{-2x} (4x + 5) - 4\, e^{-2x}}{(4x + 5)^2} = \frac{e^{-2x} \times (-8x - 10) - 4 \times e^{-2x}}{(4x + 5)^2}$$

$$= \frac{e^{-2x} \times (-8x - 10 - 4)}{(4x + 5)^2} = \frac{e^{-2x} (-8x - 14)}{(4x + 5)^2}$$

$e^{u} > 0$ pour tout u ➡ $e^{-2x} > 0$

$(4x + 5)^2 > 0$ car c'est un carré

➡ $k'(x)$ est du signe de $(-8x - 14)$

x	$-\infty$		$-1{,}75$		$-1{,}25$		$+\infty$
$k'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$k(x)$		↗		↘	‖	↘	

$$t(x) = \frac{e^{5x}}{2x + 7} \qquad t'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - v'\,u}{v^2}$$

$$u' = (\,e^{5x}\,)' = (\,e^{w}\,)' = e^{w} \times w' = e^{5x} \times 5$$

$$v' = (\,2x + 7\,)' = 2$$

$$t'(x) = \frac{5\,e^{5x}(\,2x + 7\,) - 2\,e^{5x}}{(\,2x + 7\,)^2} = \frac{e^{5x}(\,10x + 35\,) - 2\,e^{5x}}{(\,2x + 7\,)^2}$$

$$= \frac{e^{5x}(\,10x + 33\,)}{(\,2x + 7\,)^2}$$

$$t(x) = \frac{e^{5x}}{2x + 7} \qquad t'(x) = \frac{e^{5x}(10x + 33)}{(2x + 7)^2}$$

$e^u > 0$ pour tout u ⇒ $e^{-2x} > 0$

$(2x + 7)^2 \geq 0$ car c'est un carré et $\neq 0$ car au dénominateur

⇒ $t'(x)$ est du signe de $(10x + 33)$

$t(x)$ n'existe pas pour $2x + 7 = 0 \Leftrightarrow 2x = -7 \Leftrightarrow x = -7/2 = -3{,}5$

$10x + 33 = 0 \Leftrightarrow 10x = 0 - 33 = -33 \Leftrightarrow x = -33/10 = -3{,}3$

$10x + 33 < 0 \Leftrightarrow 10x < 0 - 33 = -33 \Leftrightarrow x < -33/10 = -3{,}3$

Autre méthode : $10x + 33$ est une expression affine, de coeff. directeur $10 > 0$ donc croissante donc signes – 0 +

$$t(x) = \frac{e^{5x}}{2x + 7} \qquad t'(x) = \frac{e^{5x}\,(\,10x + 33\,)}{(\,2x + 7\,)^2}$$

$e^{u} > 0$ pour tout u ➡ $e^{5x} > 0$

$(\,2x + 7\,)^2 \geq 0$ car c’est un carré et $\neq 0$ car au dénominateur

➡ $t'(x)$ est du signe de $(\,10x + 33\,)$ qui s’annule en $-\,3{,}3$

x	$-\infty$		$-3{,}5$		$-3{,}3$		$+\infty$
$t'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$t(x)$		↘	‖	↘		↗	

Exercice 3 :

Soient les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{e^{4x} - 1}{e^{2x}} \qquad \text{et} \qquad g(x) = (1 - e^{2x})(-1 - e^{-2x})$$

Déterminez leurs sens de variation.

Quelle conjecture pouvez-vous faire sur ces fonctions ? Démontrez-la.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - 1}{e^{2x}} \qquad f'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u' = (e^{4x} - 1)' = (e^{4x})' - (1)' = (e^{4x})' - 0 = (e^{w})' = e^{w} \times w' = e^{4x} \times 4$$

$$v' = (e^{2x})' = (e^{t})' = e^{t} \times t' = e^{2x} \times 2$$

$$f'(x) = \frac{4\, e^{4x} e^{2x} - 2\, e^{2x} (e^{4x} - 1)}{(e^{2x})^2} = \frac{4\, e^{6x} - 2\, e^{6x} + 2\, e^{2x}}{e^{4x}} = \frac{2\, e^{6x} + 2\, e^{2x}}{e^{4x}}$$

$$= \frac{2\, e^{2x} (e^{4x} + 1)}{e^{4x}} = 2\, e^{2x-4x} (e^{4x} + 1) = 2\, e^{-2x} (e^{4x} + 1)$$

$$f(x) = \frac{e^{4x} - 1}{e^{2x}} \qquad f'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u' = (e^{4x} - 1)' = (e^{4x})' - (1)' = (e^{4x})' - 0 = (e^{w})' = e^{w} \times w' = e^{4x} \times 4$$

$$v' = (e^{2x})' = (e^{t})' = e^{t} \times t' = e^{2x} \times 2$$

$$f'(x) = \frac{4\,e^{4x}\,e^{2x} - 2\,e^{2x}(e^{4x} - 1)}{(e^{2x})^2} = \frac{4\,e^{6x} - 2\,e^{6x} + 2\,e^{2x}}{e^{4x}} = \frac{2\,e^{6x} + 2\,e^{2x}}{e^{4x}}$$

$$= \frac{2\,e^{2x}(e^{4x} + 1)}{e^{4x}} = 2\,e^{-2x}(e^{4x} + 1)$$

$e^{u} > 0$ pour tout u $\Rightarrow$ $e^{-2x} > 0$

et $e^{4x} > 0$ $\Rightarrow$ $f'(x) > 0$

$\Rightarrow$ f strict. **croissante** sur $\mathbb{R}$

$g(x) = (1 - e^{2x})(-1 - e^{-2x})$

$g'(x) = (u \times v)' = u'v + v'u$

$u' = (1 - e^{2x})' = (1)' - (e^{2x})' = 0 - (e^{2x})' = -(e^{2x})'$

$= -(e^{w})' = -e^{w} \times w' = -e^{2x} \times 2 = -2e^{2x}$

$v' = (-1 - e^{-2x})' = (-1)' - (e^{-2x})' = 0 - (e^{-2x})' = -(e^{-2x})'$

$= -(e^{t})' = -e^{t} \times t' = -e^{-2x} \times (-2) = 2e^{-2x}$

$g'(x) = -2e^{2x}(-1 - e^{-2x}) + 2e^{-2x}(1 - e^{2x})$

$= 2e^{2x} + 2e^{2x-2x} + 2e^{-2x} - 2e^{-2x+2x}$

$= 2e^{2x} + 2 + 2e^{-2x} - 2$

$= 2e^{2x} + 2e^{-2x} = 2(e^{2x} + e^{-2x})$

$e^{u} > 0$ pour tout u $\Rightarrow$ $e^{-2x} > 0$ et $e^{2x} > 0$

$\Rightarrow$ $g'(x) > 0$ $\Rightarrow$ g strict. **croissante** sur $\mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{e^{4x} - 1}{e^{2x}} \qquad \text{et} \qquad g(x) = (1 - e^{2x})(-1 - e^{-2x})$$

f et g ont les mêmes sens de variation (croissance stricte sur $\mathbb{R}$)

Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

f et g seraient les mêmes fonctions ?

$$f(x) = \frac{e^{4x} - 1}{e^{2x}} \quad \text{et} \quad g(x) = (1 - e^{2x})(-1 - e^{-2x})$$

f et g ont les mêmes sens de variation (croissance stricte sur $\mathbb{R}$)

Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

f et g seraient les mêmes fonctions ?

Démontrez-la.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - 1}{e^{2x}} = \frac{e^{4x}}{e^{2x}} - \frac{1}{e^{2x}} = e^{4x-2x} - e^{-2x} = e^{2x} - e^{-2x}$$

$$g(x) = (1 - e^{2x})(-1 - e^{-2x}) = 1(-1 - e^{-2x}) - e^{2x}(-1 - e^{-2x})$$

$$= -1 - e^{2x} + e^{2x} + e^{2x-2x} = -1 - e^{2x} + e^{2x} + 1 = e^{2x} - e^{-2x} = f(x)$$

$$f(x) = (3x - 7)\, e^{-4x}$$

$$f'(x) = (u \times v)' = u'v + v'u$$

$$= (3x - 7)'\, e^{-4x} + (e^{-4x})'\,(3x - 7)$$

$$= 3\, e^{-4x} + (e^{w})'\,(3x - 7)$$

$$= 3\, e^{-4x} + e^{w} \times w'\,(3x - 7)$$

$$= 3\, e^{-4x} + e^{-4x} \times (-4)\,(3x - 7)$$

$$= 3\, e^{-4x} + e^{-4x}\,(-12x + 28)$$

$$= e^{-4x}\,(3 + (-12x + 28))$$

$$= (-12x + 31)\, e^{-4x}$$

$f(x) = (5x + 2)\,e^{4x}$ $\quad$ $f'(x) = (-12x + 31)\,e^{-4x}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (-12x + 31)\,e^{-4x} = 0 \Leftrightarrow -12x + 31 = 0$

car $\quad e^{u} > 0 \quad$ pour tout u

$\Leftrightarrow -12x = -31 \Leftrightarrow x = -31/(-12) = 31/12$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow (-12x + 31)\,e^{-4x} = 0 \Leftrightarrow -12x + 31 < 0$

car $\quad e^{u} > 0 \quad$ pour tout u

$\Leftrightarrow -12x < -31 \Leftrightarrow x > -31/(-12) = 31/12$

x	$-\infty$		$31/12$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	